

Μαζί μας η Εκπαίδευση γίνεται παιχνίδι



Μαθηματικά

Τετράδιο Σπουδής
β τεύχος

ΣΤ'
Δημοτικού

 **ΑΡΝΟΣ**
Online Education



ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ
ΕΡΩΤΗΣΕΩΝ & ΑΣΚΗΣΕΩΝ

★ **100%** ★
Επιτυχία
Μέθοδος
ΑΡΝΟΣ

Τετράδιο Σπουδής - Γιατί;

Το Τετράδιο Σπουδής ΑΡΝΟΣ είναι βασισμένο στη Μέθοδο ΑΡΝΟΣ, ένα σύστημα μάθησης με Στόχους – Υλοποίηση – Πιστοποίηση.

Βοηθάει το μαθητή να οικοδομήσει τη σκέψη του βήμα-βήμα, απλά και κατανοητά. Είναι Φροντιστηριακό Εγχειρίδιο βάσει του οποίου γίνεται η διδασκαλία στο online μάθημα με «φυσικό» τρόπο. Ο δάσκαλος γράφει και υπογραμμίζει παράλληλα με το μαθητή.

Το Τετράδιο Σπουδής αποτελείται από:

- ★ Οπτικοποιημένη Θεωρία με ροή & συνέχεια
- ★ Ασκήσεις για Διδασκαλία και Εξάσκηση
- ★ Συνδυαστικές και Επαναληπτικές Ασκήσεις
- ★ Θέματα Προσομοίωσης Εξετάσεων

Πιστοποίηση Γνώσεων

Σε προγραμματισμένες ημερομηνίες διεξάγονται online ή/και δια ζώσης **Επαναληπτικά Τεστ Αξιολόγησης** στα οποία ο μαθητής πιστοποιεί και επαληθεύει τις γνώσεις του.

Για τους Γονείς

Πώς ο γονέας μπορεί να έχει εικόνα και εποπτεία στην πρόοδο του παιδιού του;

Το Τετράδιο Σπουδής είναι σχεδιασμένο με τέτοιον τρόπο για τη βήμα – βήμα εξάσκηση του μαθητή, μεταβαίνοντας με ασφάλεια από τα πιο απλά στα πιο σύνθετα. Επίσης, είναι ένας φυσικός τρόπος ο Γονέας να ελέγχει την πρόοδο του παιδιού του.

Πώς γίνεται η εποπτεία από το γονέα;

Σε κάθε μάθημα ελέγχει την ορθότητα των λύσεων, την κατανόηση και τη συμμετοχή του παιδιού στα μαθήματα.

Διδασκαλία στον ΑΡΝΟ σημαίνει:

- ★ Απεριόριστη μελέτη με video lessons
- ★ Αυτομάθηση στο App Arnos Learn
- ★ Coaching εξατομικευμένο
- ★ Μοτίβα Μάθησης και Εξάσκησης
- ★ Κάθε Απορία για εμάς είναι Πρόκληση!

★ Μέθοδος ΑΡΝΟΣ

Η **Μέθοδος ΑΡΝΟΣ** οδηγεί κάθε μαθητή, ανεξαρτήτως γνώσεων ή επιπέδου, να μελετά από το επίπεδο όπου αισθάνεται άνετα, ώστε να διαμορφώσει γερές βάσεις για μάθηση.

Live Διδασκαλία Το online μάθημα γίνεται με φυσικό τρόπο, γιατί συνδυάζει την Τεχνολογία, το Πνεύμα, την Οργάνωση και την Εμπειρία.

Τετράδιο Σπουδής Είναι ο οδηγός για τη διδασκαλία του μαθήματος, την εξάσκηση του μαθητή και την πραγματοποίηση της online διδασκαλίας με Λόγο, Εικόνα και Παρατήρηση.

Καθηγητής Είναι ο σκηνοθέτης της διδακτικής πράξης, ο οποίος δρα σε ένα οργανωμένο εκπαιδευτικό οικοσύστημα με Στόχους, Μαθησιακό Πλάνο και Ευθύνη.

«Μέθοδος ΑΡΝΟΣ... το καταστάλαγμα μιας πορείας 35 ετών με εκπαιδευτικές και εκδοτικές επιτυχίες, με ταξίδια πολιτισμού, συμμετοχή σε Διεθνείς Εκθέσεις και αποτυχίες... μα, κυρίως, η παρακαταθήκη του ζευγολάτη πατέρα - Αρνού.»

Γιάννης Π. Κρόκος



Τετράδιο Σπουδής

2^ο Τεύχος

Μαθηματικά Στ' Δημοτικού

ΛΥΣΕΙΣ - ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

- Οδηγός για τη Διδασκαλία του Καθηγητή
- Οδηγός για τη Μελέτη του Μαθητή
- Διδασκαλία Online με φυσικό τρόπο
- Τόπος Εποπτείας Προόδου από το Γονέα
- Διδασκαλία με Πιστοποιημένους Καθηγητές ΑΡΝΟΣ

ΑΘΗΝΑ 2022



Μαθηματικά ΣΤ΄ Δημοτικού – Λύσεις 2^{ου} Τετραδίου Σπουδής

Απαγορεύεται η αναδημοσίευση και γενικά η ολική, μερική ή περιληπτική αναπαραγωγή και μετάδοση έστω και μιας σελίδας του παρόντος βιβλίου κατά παράφραση ή διασκευή με οποιονδήποτε τρόπο (μηχανικό, ηλεκτρονικό, φωτοτυπικό κ.λπ. – Ν. 2121/93, άρθρο 51).

Η απαγόρευση αυτή ισχύει και για τις δημόσιες υπηρεσίες, βιβλιοθήκες, οργανισμούς κ.λπ. (άρθρο 18). Οι παραβάτες διώκονται (άρθρο 13) και τους επιβάλλονται κατάσχεση, αστικές και ποινικές κυρώσεις σύμφωνα με το νόμο (άρθρο 64-66).

Συντακτική Ομάδα Κέντρου ΑΡΝΟΣ

Διευθυντής σειράς: Ιωάννης Π. Κρόκος

Συνεργάστηκαν: Παναγιώτα Λέκκα
Βασίλειος Τσιλιβής

ΑΡΝΟΣ ONLINE EDUCATION



Π Ε Ρ Ι Ε Χ Ο Μ Ε Ν Α

Θεματική Ενότητα 1

1.14. Πρώτοι και σύνθετοι αριθμοί	4
1.15. Παραγοντοποίηση φυσικών αριθμών	11
1.16. Πολλαπλάσια ενός αριθμού – Ε.Κ.Π.....	15
1.17. Δυνάμεις.....	21
1.18. Δυνάμεις του 10.....	27
1.19. Κλάσματα ομώνυμα και ετερόνυμα	33
1.20. Το κλάσμα ως ακριβές πηλίκιο διαίρεσης.....	43
1.21. Ισοδύναμα κλάσματα.....	47
1.22. Σύγκριση – Διάταξη κλασμάτων.....	51
1.23. Προβλήματα με πρόσθεση και αφαίρεση κλασμάτων.....	56
1.24. Προβλήματα με πολλαπλασιασμό και διαίρεση κλασμάτων	62

Θεματική Ενότητα 2

2.25. Η έννοια της μεταβλητής.....	67
2.26. Εξισώσεις στις οποίες ο άγνωστος είναι προσθετός.....	72
2.27. Εξισώσεις στις οποίες ο άγνωστος είναι μειωτέος ή αφαιρετέος.....	77
2.28. Εξισώσεις στις οποίες ο άγνωστος είναι παράγοντας γινομένου.....	82
2.29. Εξισώσεις στις οποίες ο άγνωστος είναι διαιρετέος ή διαιρέτης.....	87

Κεφάλαιο 14^ο

Πρώτοι και σύνθετοι αριθμοί

«Είμαστε και οι πρώτοι»

- 1.** Πρώτοι Αριθμοί με κίτρινο χρώμα
Σύνθετοι Αριθμοί με πράσινο χρώμα

3	5	7	9	13	15	19	20
21	24	25	27	2	30	31	33

- 2.** Αντίστοιχα με την προηγούμενη άσκηση:

2	6	12	23	32	51	27	11
111	72	77	63	87	60	19	62

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

3. Διαιρούνται ακριβώς

Αριθμοί	Με το 2	Με το 3	Με το 4	Με το 5	Με το 9	Με το 10	Με το 25
120	✓	✓	✓	✓		✓	
132	✓	✓	✓				
181							
311							
442	✓						
1.008	✓	✓	✓		✓		

Πρώτοι: 181, 311

Σύνθετοι: 120, 132, 442, 1.008

4. 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29

5. Πρώτοι: 7, 53, 199, 571, 1.069

Σύνθετοι: 48, 134, 243, 799, 1.071

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

6.

$18=2*9$	$24=2*12$	$12=2*6$	$30=5*6$	$20=2*10$
$18=3*6$	$24=3*8$	$12=3*4$	$30=2*15$	$20=4*5$
$18=1*18$	$24=4*6$	$12=2*2*3$	$30=2*3*5$	$20=1*20$

7.

$15 = 3 * 5$	$35 = 7 * 5$	$36 = 6 * 6$	$63 = 9 * 7$
$54 = 6 * 9$	$72 = 4 * 18$	$88 = 11 * 8$	$96 = 6 * 16$

8.

$18 = 3*6 = 3*2*3$	$36 = 4*9 = 2*2*3*3$
$20 = 5*4 = 5*2*2$	$54 = 6*9 = 2*3*3*3$
$42 = 6*7 = 2*3*7$	$40 = 4*10 = 2*2*2*5$
$24 = 3*8 = 3*4*2 = 3*2*2*2$	$60 = 4*15 = 2*2*3*5$

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

📖 Ας λύσουμε μερικά προβλήματα...

1.

Για να βρούμε ποια χρονιά γεννήθηκε ο Αλέξανδρος αρκεί να βρούμε τον πρώτο αριθμό ανάμεσα στο 80 και στο 85, δηλαδή ψάχνουμε εκείνον τον αριθμό που δεν έχει άλλους διαιρέτες εκτός από τη μονάδα και τον εαυτό του. Οι αριθμοί που θα εξετάσουμε είναι:

81, 82, 83, 84.

$$81 = 9 * 9$$

$$82 = 2 * 41$$

$$83 = 1 * 83 = 83 * 1$$

$$84 = 4 * 21$$

Αφού μπορέσαμε να βρούμε έστω ένα διαιρέτη για κάθε αριθμό εκτός από το 83, αυτό σημαίνει ότι το 83 είναι πρώτος και οι άλλοι τρεις αριθμοί είναι σύνθετοι. Άρα, ο Αλέξανδρος γεννήθηκε το 1983.

2.

Το έτος ίδρυσης του σχολείου θα είναι ένας αριθμός που θα βρίσκεται ανάμεσα στο 1960 και το 1970 και θα διαιρείται ταυτόχρονα με το 2, το 3, το 4, το 6 και το 8. Οι αριθμοί αυτοί είναι: 1961, 1962, 1963, 1964, 1965, 1966, 1967, 1968, 1969.

Ο αριθμός που ψάχνουμε είναι σίγουρα άρτιος, αφού πρέπει να διαιρείται με το 2. Άρα, ψάχνουμε έναν από τους εξής αριθμούς:

1962, 1964, 1966, 1968. Επίσης, για να διαιρείται ο αριθμός με το 3, θα πρέπει τα ψηφία του να έχουν ως άθροισμα αριθμό που διαιρείται με το 3.

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

$$1962: 1+9+6+2 = 18 = 3*6$$

$$1964: 1+9+6+4 = 20$$

$$1966: 1+9+6+6 = 22$$

$$1968: 1+9+6+8 = 24 = 3*8$$

Άρα, ο αριθμός που ψάχνουμε είναι ή ο 1962 ή ο 1968. Θα ελέγξουμε ποιος αριθμός διαιρείται και με το 4 και με το 6 και με το 8. Για να διαιρείται ο αριθμός και με τους τρεις αυτούς αριθμούς, αρκεί να διαιρούνται τα τελευταία δύο ψηφία. Κάνοντας τις πράξεις βρίσκουμε ότι ο αριθμός που ψάχνουμε είναι ο 1968.

3.

Η Κρουέλα θα μπορέσει να φυλακίσει όλα τα σκυλιά σε κελιά χωρίς να περισσέψει κανένα σκυλί, υπό την προϋπόθεση ότι σε κάθε κελί θα βρίσκονται πάνω από ένα σκυλιά, αν και μόνον εάν το 101 διαιρείται ακριβώς/τέλεια με κάποιον αριθμό μικρότερό του. Δηλαδή, αν και μόνον εάν το 101 δεν είναι πρώτος και είναι σύνθετος. Διαιρώντας το 101 με όλους τους πρώτους αριθμούς (δοκιμάστε στο χαρτί) που είναι μικρότεροί του, βλέπουμε ότι το 101 είναι πρώτος, άρα δεν μπορεί να τα φυλακίσει όλα με αυτές τις προϋποθέσεις.

ΣΧΟΛΙΟ:

Για να δούμε αν ένας αριθμός είναι πρώτος, το διαιρούμε με όλους τους πρώτους αριθμούς που προηγούνται του αριθμού που ψάχνουμε. Κάθε αριθμός μπορεί γενικά να γραφεί ως γινόμενο πρώτων αριθμών, οπότε για να καταλήξουμε σε κάποιο συμπέρασμα, αυτό το κόλπο είναι αρκετό και πολύ βοηθητικό. Επίσης, δε χρειάζεται να διαιρούμε με άρτιους (ζυγούς) αριθμούς, πέραν του 2, γιατί, αν ο αριθμός διαιρείται με το 2, θα είναι άρτιος και άρα σίγουρα όχι πρώτος και, αν δε διαιρείται, τότε θα είναι περιττός (μονός), οπότε δε θα διαιρείται με κανέναν άλλον άρτιο αριθμό ούτως ή άλλως!!!

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

4.

Ομοίως με την προηγούμενη άσκηση, θα διαιρέσουμε το 97 με τους πρώτους αριθμούς που προηγούνται αυτού.

Διαιρούμε με: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47 και βλέπουμε ότι κανείς δεν τον διαιρεί ακριβώς. Άρα, το 97 είναι πρώτος αριθμός και άρα δεν μπορούμε να πληρώσουμε σε ισόποσες δόσεις.

ΣΧΟΛΙΟ:

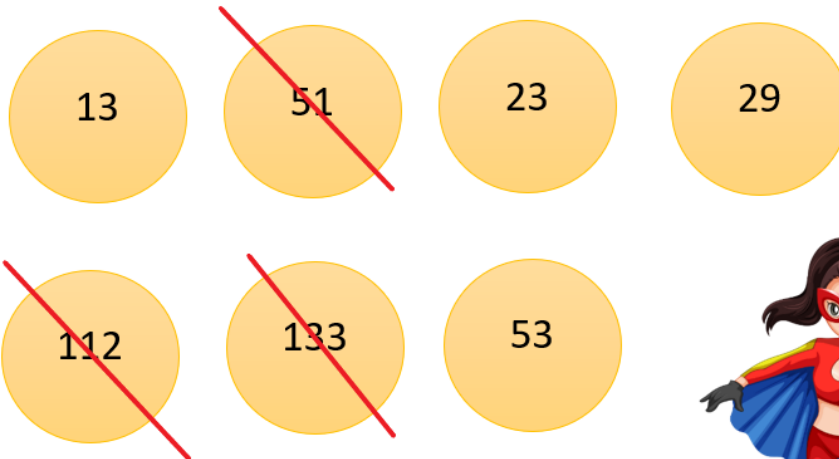
Δε χρειάζεται να διαιρέσουμε με αριθμό μεγαλύτερο του 47, γιατί το μισό του 97 είναι το 48,5, οπότε με αριθμό μεγαλύτερο του μισού εκ των προτέρων ξέρουμε ότι δεν μπορούμε να έχουμε τέλεια διαίρεση(εκτός φυσικά από τον ίδιο τον αριθμό)!!!

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Σολωμού 29 Αθήνα τηλ: 210 38 22 157 info@arnos.gr www.arnos.gr

⌚ Ώρα για παιχνίδι...

1.



Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Κεφάλαιο 15^ο

Παραγοντοποίηση φυσικών αριθμών

«Δέντρα σε αριθμούς»

1.

24	78	91	54	84
$2 \cdot 3 \cdot 4$	$2 \cdot 39$	$1 \cdot 91$	$2 \cdot 3 \cdot 9$	$7 \cdot 12$
$2 \cdot 2 \cdot 6$	$2 \cdot 3 \cdot 13$	$3 \cdot 29$	$2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$	$4 \cdot 21$
$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$	$2 \cdot 3 \cdot 17$	$13 \cdot 17$	$2 \cdot 27$	$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$
$3 \cdot 8$	$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$	$7 \cdot 13$	$3 \cdot 3 \cdot 6$	$3 \cdot 4 \cdot 7$

2.




$4 = 2 \cdot 2$	$9 = 3 \cdot 3$	$14 = 2 \cdot 7$
$6 = 2 \cdot 3$	$10 = 2 \cdot 5$	$15 = 3 \cdot 5$
$8 = 2 \cdot 4 = 2 \cdot 2 \cdot 2$	$12 = 4 \cdot 3 = 2 \cdot 2 \cdot 3$	$16 = 4 \cdot 4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

3.


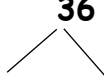
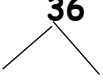
$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$	$5 \cdot 7 = 35$	$2 \cdot 2 \cdot 5 = 20$
$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 = 400$	$2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 90$	$2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 = 100$
$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7 = 56$	$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 =$	$3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

4. 😊 Αναλύω καθέναν από τους παρακάτω αριθμούς σε γινόμενο των παραγόντων με δεντροδιαγράμματα:

24  $4 * 6$ $2 * 2 * 2 * 3$ $24 = 2 * 2 * 3 * 3$	32  $2 * 16$ $2 * 4 * 4$ $2 * 2 * 2 * 2 * 2$ $32 = 2 * 2 * 2 * 2 * 2$	48  $6 * 8$ $2 * 3 * 2 * 4$ $2 * 3 * 2 * 2 * 2$ $48 = 2 * 2 * 2 * 2 * 3$
---	--	---

5.

36  $2 * 18$ $2 * 2 * 9$ $2 * 2 * 3 * 3$ $36 = 2 * 2 * 3 * 3$	36  $3 * 12$ $3 * 3 * 4$ $3 * 3 * 2 * 2$ $36 = 3 * 3 * 2 * 2$	36  $6 * 6$ $2 * 3 * 3 * 2$ $36 = 2 * 3 * 3 * 2$
--	--	---

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

6.

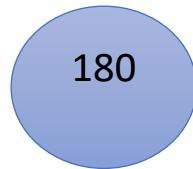
$\begin{array}{r l} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$ <p>$60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$</p>	$\begin{array}{r l} 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$ <p>$180 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$</p>	$\begin{array}{r l} 240 & 2 \\ 120 & 2 \\ 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$ <p>$240 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$</p>
$\begin{array}{r l} 150 & 2 \\ 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$ <p>$150 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$</p>	$\begin{array}{r l} 225 & 3 \\ 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$ <p>$225 = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$</p>	$\begin{array}{r l} 405 & 3 \\ 135 & 3 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$ <p>$405 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$</p>

 Ας λύσουμε μερικά προβλήματα...

- $225 = 3 \cdot 75 = 3 \cdot 3 \cdot 25 = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$ (υπάρχουν δύο 3 και δύο 5).
- $99 = 11 \cdot 9 = 11 \cdot 3 \cdot 3$
 Δηλαδή, δύο παράγοντες, το 3 και 11 αρκούν για να συνθέσουν πολλαπλασιαστικά το 99.
- $730 = 73 \cdot 10 = 73 \cdot 2 \cdot 5$

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

⌚ Ώρα για παιχνίδι...

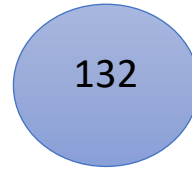


$$2 * 90$$

$$2 * 2 * 45$$

$$2 * 2 * 3 * 15$$

$$2 * 2 * 3 * 3 * 5$$



$$2 * 66$$

$$2 * 2 * 33$$

$$2 * 2 * 3 * 11$$

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Κεφάλαιο 16^ο

Πολλαπλάσια ενός αριθμού- Ε.Κ.Π.

«Έχουμε πολλά κοινά μεταξύ μας»

1. $ΚΠ(2,3,4) = 12, 24$ $ΕΚΠ(2,3,4) = 12$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$Π_2$	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
$Π_3$	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
$Π_4$	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48

2. $ΚΠ(4,6,8) = 24, 48$ $ΕΚΠ(4,6,8) = 24$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$Π_4$	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48
$Π_6$	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72
$Π_8$	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

3. ΚΠ(4,5,10)= 20, 40 ΕΚΠ(4,5,10)= 20

Π ₄	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48
Π ₅	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
Π ₁₀	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120

4. ΚΠ(180,120,90)= 360, 720, 1.080 ΕΚΠ(180,120,90)=360

Π ₁₈₀	180	360	540	720	900	1.080	1.260	1.440	1.620	1.800	1.980	2.160
Π ₁₂₀	120	240	360	480	600	720	840	960	1.080	1.200	1.320	1.440
Π ₉₀	90	180	270	360	450	540	630	720	810	900	990	1.080

5.

2	4	6	2
1	2	3	2
1	1	3	3
1	1	1	

$$\text{ΕΚΠ}(2,4,6)=$$

$$2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$$

3	4	9	2
3	2	9	2
3	1	9	3
1	1	3	3
1	1	1	

$$\text{ΕΚΠ}(3,4,9)=$$

$$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 36$$

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

$$\begin{array}{ccc|c} 3 & 6 & 10 & 3 \\ 1 & 2 & 10 & 2 \\ 1 & 1 & 5 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & \end{array}$$

$$\text{ΕΚΠ}(3,6,10)= \\ 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$$

$$\begin{array}{cccc|c} 3 & 5 & 9 & 15 & 3 \\ 1 & 5 & 3 & 5 & 3 \\ 1 & 5 & 1 & 5 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & \end{array}$$

$$\text{ΕΚΠ}(3,5,9,15)= \\ 3 \cdot 3 \cdot 5 = 45$$

$$\begin{array}{cccc|c} 8 & 14 & 21 & 24 & 2 \\ 4 & 7 & 21 & 12 & 2 \\ 2 & 7 & 21 & 6 & 2 \\ 1 & 7 & 21 & 3 & 3 \\ 1 & 7 & 7 & 1 & 7 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & \end{array}$$

$$\text{ΕΚΠ}(8,14,21,24)= \\ 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 = 168$$

6. Α. ΚΠ(4,5,20)= 20,40, **50**,80,100
 Β. ΚΠ(5,50,500)= 500,5.000 \Rightarrow **είναι σωστό**
 Γ. ΕΚΠ(30,40,120)=**240** \Rightarrow **120 είναι το σωστό**
 Δ. ΕΚΠ(20,100,200)=**1.000** \Rightarrow **200 είναι το σωστό**

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

📖 Ας λύσουμε μερικά προβλήματα...

1.

Αφού ο συνολικός αριθμός διαιρείται ακριβώς με τους αριθμούς 2, 3, 4 και 9, καταλαβαίνουμε ότι πρόκειται για ένα κοινό πολλαπλάσιο των αριθμών αυτών. Εφόσον ψάχνουμε τον ελάχιστο αριθμό κερμάτων, αναζητούμε το ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο των αριθμών αυτών. Άρα:

$$\begin{array}{cccc|c} 2 & 3 & 4 & 9 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 9 & 2 \\ 1 & 3 & 1 & 9 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{ΕΚΠ}(2,3,4,9) &= \\ 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 &= 36 \end{aligned}$$

Άρα, ο Θεός Κώστας έχει τουλάχιστον 36 κέρματα του 1€, δηλαδή έχει στον κουμπαρά του τουλάχιστον 36€.

2.

Εφόσον πάνε διαφορετικές μέρες στην παιδική χαρά, η πιο κοντινή μέρα θα είναι όταν συμπέσουν για πρώτη φορά και οι 3 μαζί, δηλαδή στο ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο των αριθμών 3, 4 και 6.

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

3	4	6	2
3	2	3	2
3	1	3	3
1	1	1	

$$\text{ΕΚΠ}(3,4,6)=$$

$$2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$$

Άρα, τα τρία παιδιά θα συναντηθούνε μετά από 12 μέρες για πρώτη φορά και μάλιστα θα συναντιούνται όλοι μαζί κάθε 12 μέρες. Μέχρι τότε:

Ο Αλέξης θα έχει πάει: $12:3 = 4$ φορές

Ο Γιάννης θα έχει πάει: $12:4 = 3$ φορές

Ο Στέλιος θα έχει πάει: $12:6 = 2$ φορές

3. Όπως και στις προηγούμενες ασκήσεις, αναζητούμε το ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο των 3 αυτών αριθμών.

4	6	8	2
2	3	4	2
1	3	2	2
1	3	1	3
1	1	1	

$$\text{ΕΚΠ}(3,4,6)=$$

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 24$$

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

4. Αρχικά, το πρώτο πράγμα που καταλαβαίνουμε ότι, αφού ο Βασίλης τοποθετεί τα αυτοκινητάκια του με τρεις διαφορετικούς τρόπους και περισσεύει πάντα περισσεύει 1, τα αυτοκινητάκια που έχει σε πλήθος είναι ένα κοινό πολλαπλάσιο των αριθμών 5, 10 και 12 αυξημένο κατά 1.

Προφανώς ψάχνουμε ένα κοινό πολλαπλάσιο που να βρίσκεται ανάμεσα από το 50 και το 70.

Σε μια τέτοια περίπτωση, αρκεί να βρούμε το Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο των τριών αριθμών, διότι έτσι ξέρουμε από πριν ότι το κοινό πολλαπλάσιο που ψάχνουμε είναι κάποιο πολλαπλάσιο του ΕΚΠ!

5	10	12	2
5	5	6	2
5	5	3	3
5	5	1	5
1	1	1	

$$\begin{aligned} \text{ΕΚΠ}(5,10,12) &= \\ 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 &= 60 \end{aligned}$$

Στην προκειμένη περίπτωση το ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο βρίσκεται ανάμεσα στους αριθμούς 50 και 70, οπότε δε χρειάζεται να κάνουμε κάτι άλλο, παρά μόνο να προσθέσουμε το 1. Άρα, τα αυτοκινητάκια είναι σύνολο 61.

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Κεφάλαιο 17^ο

Δυνάμεις

«Πολλοί μαζί είμαστε πιο δυνατοί»

1.

$3^2 = 3 \cdot 3 = 9$	$2^2 = 2 \cdot 2 = 4$	$6^2 = 6 \cdot 6 = 36$
$3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$	$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$	$8^3 = 8 \cdot 8 \cdot 8 = 512$
$3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$	$2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$	$10^4 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10.000$

2.

$4 \cdot 4 = 4^2$	$5 \cdot 5 = 5^2$	$3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 = 3^2 \cdot 5^2$
$4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^3$	$5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3$	$6 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 6 \cdot 2^3$
$4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^4$	$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^4$	$7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^4$
$a \cdot a = a^2$	$x \cdot x \cdot x = x^3$	$x \cdot x \cdot \psi \cdot \psi = x^2 \cdot \psi^2$

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

3.

$25 = 5 \cdot 5 = 5^2$	$49 = 7 \cdot 7 = 7^2$	$16 = 4 \cdot 4 = 4^2$
$36 = 6 \cdot 6 = 6^2$	$81 = 9 \cdot 9 = 9^2$	$64 = 8 \cdot 8 = 8^2$
$9 = 3 \cdot 3 = 3^2$	$100 = 10 \cdot 10 = 10^2$	$121 = 11 \cdot 11 = 11^2$
$144 = 12 \cdot 12 = 12^2$	$169 = 13 \cdot 13 = 13^2$	$400 = 20 \cdot 20 = 20^2$

4.

Έξι στην τέταρτη	6^4
Δέκα στο τετράγωνο	10^2
Δέκα στη δεύτερη	10^2
Δέκα στην τρίτη	10^3
Δέκα στον κύβο	10^3

Δύο στην πέμπτη	2^5
Πέντε στο τετράγωνο	5^2
Δύο στη δεύτερα	2^2
Έξι στην τετάρτη	6^4
Επτά στην τρίτη	7^3

5.

$10=2^5$	Λ
$125=5^3$	Σ
$12=2^3$	Λ
$81=9^2$	Σ
$36=2^6$	Λ

$5^3=15$	Λ
$2^2=4$	Σ
$2^4=8$	Λ
$4^3=64$	Σ
$3^3=9$	Λ

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

6.

α. Το διπλάσιο και το τετράγωνο του αριθμού 4:

$$2 \cdot 4 = 8 \quad \text{και} \quad 4^2 = 16$$

β. Το τριπλάσιο και τον κύβο του αριθμού 5:

$$3 \cdot 5 = 15 \quad \text{και} \quad 5^3 = 125$$

7.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a^2	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
a^3	0	1	8	27	64	125	216	343	512	729	1.000

8.

$\begin{array}{r l} 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 200 & 2 \\ 100 & 2 \\ 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 900 & 2 \\ 450 & 2 \\ 225 & 3 \\ 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$
$72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3^2$	$200 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 = 2^3 \cdot 5^2$	$900 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

9.

Γινόμενο ίσων παραγόντων	δύναμη	Υπολογισμός της δύναμης	διαβάζουμε
$3*3$	3^2	9	Τρία στη δευτέρα ή τρία στο τετράγωνο
$2*2*2$	2^3	8	Δύο στην τρίτη ή δύο στον κύβο
$4*4*4$	4^3	64	Τέσσερα στην τρίτη ή τέσσερα στον κύβο
$7*7$	7^2	49	Επτά στη δευτέρα ή επτά στο τετράγωνο
$5*5*5$	5^3	125	Πέντε στην τρίτη ή πέντε στον κύβο
$2*2*2*2$	2^4	16	Δύο στην τετάρτη
$1*1*1*1*1$	1^5	1	Ένα στην πέμπτη

10.

2^3	<	3^2	2^6	>	6^2	4^5	>	5^4	2^4	=	4^2
-------	---	-------	-------	---	-------	-------	---	-------	-------	---	-------

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

📖 Ας λύσουμε μερικά προβλήματα...

1.

Για να βρούμε πόσο θα μας κοστίσει αρκεί να ξέρουμε πόσα τζάμια θα χρειαστούμε. Το κάθε διαμέρισμα έχει τις ίδιες προδιαγραφές για παράθυρα όπως και το η κάθε πολυκατοικία στο συγκρότημα. Άρα, θα χρειαστούμε συνολικά:

4 τζάμια σε κάθε ένα από τα 4 παράθυρα, άρα 16 στο κάθε διαμέρισμα. Μετά, ξέρουμε ότι ο κάθε όροφος έχει 4 διαμερίσματα, άρα σε κάθε όροφο θα χρειαστούμε $4 \cdot 16$ τζάμια. Κάθε πολυκατοικία έχει 4 ορόφους, άρα $4 \cdot 4 \cdot 16$ και στο σύνολο έχουμε 4 πολυκατοικίες.

Συνεπώς:

$$4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 1.024 \text{ τζάμια συνολικά}$$

$$\text{Άρα, } 1.024 \cdot 4 = 4.096 \text{€}.$$

Μπορούμε να το υπολογίσουμε και κατευθείαν ως δύναμη του 4, δηλαδή ως $4^6 = 4.096 \text{€}$.

2.

Με παρόμοιο σκεπτικό όπως στην προηγούμενη άσκηση, συμπεραίνουμε ότι πρόκειται για δύναμη του 6.

Άρα, έχουμε: $6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^3 = 216$ γόμες, αφού σε κάθε κουτί έχουμε 6 επίπεδα από 6 γόμες στο καθένα και συνολικά έχουμε 6 κουτιά.

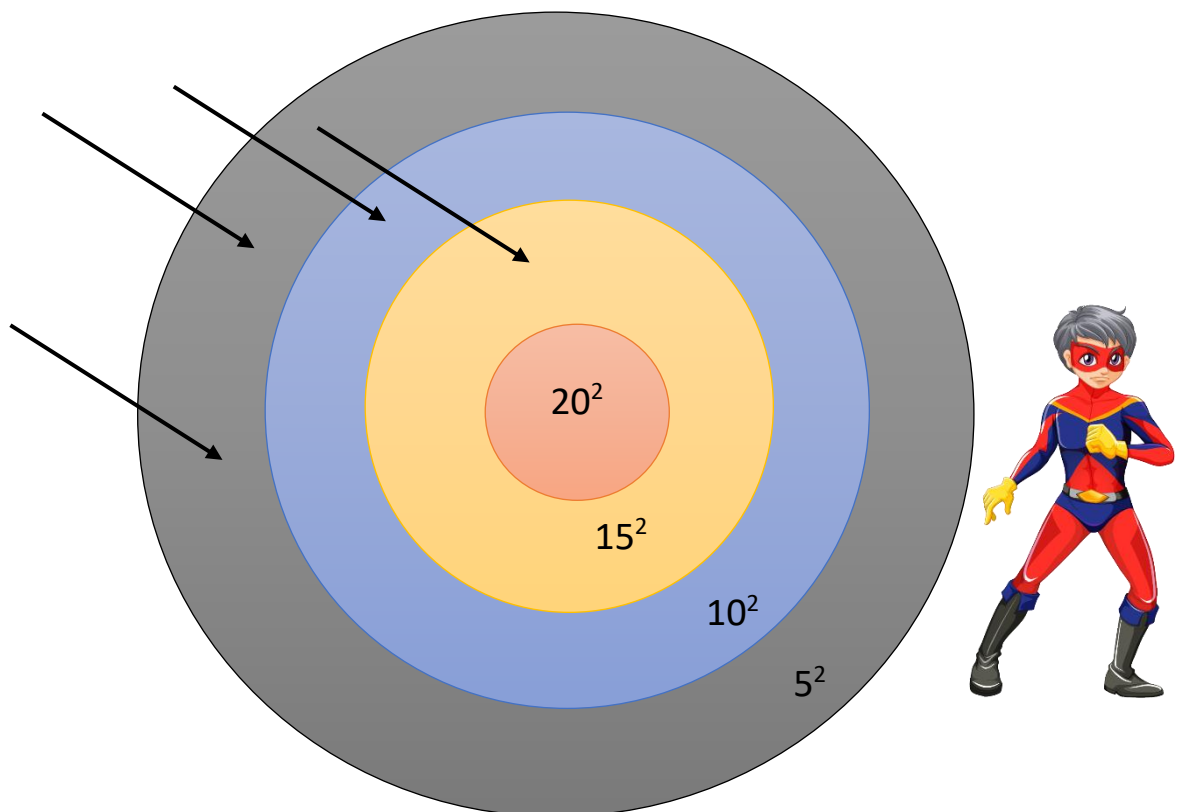
3. $5^2 - 2 \cdot 5 = 25 - 10 = 15$

$$2^4 - 4 \cdot 2 = 16 - 8 = 8$$

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

⌚ Ώρα για παιχνίδι...

Ποια πρέπει να είναι η επόμενη βολή του Τόνι ώστε να έχει συνολικό άθροισμα πόντων 600;



Ο Τόνι θέλει να έχει συνολικά άθροισμα 600 πόντων. Για να βρούμε τι χρειάζεται να πετύχει ακόμη, θα αθροίσουμε τους πόντους που έχει ήδη πετύχει και θα τους αφαιρέσουμε από το 600.

$$5^2 + 5^2 + 10^2 + 15^2 = 25 + 25 + 100 + 225 = 375 \text{ πόντοι}$$

Άρα, χρειάζεται ακόμη $600 - 375 = 225$ πόντοι, τους οποίους μπορεί να κερδίσει, ρίχνοντας το βέλος του στον πορτοκαλί δακτύλιο.

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Κεφάλαιο 18^ο

Δυνάμεις του 10

«Συσκευασία: Δέκα σε ένα»»

1.

α.

Αριθμός	100	1.000	10.000	1.000.000	100.000	10.000.000
Δύναμη	10^2	10^3	10^4	10^6	10^5	10^7

β.

Αριθμός	10.000.000.000	1.000.000.000
Δύναμη	10^{10}	10^9

Αριθμός	10.000.000.000.000	1.000.000.000.000
Δύναμη	10^{13}	10^{12}

2.

α.

100	200	300	500	900
$1*100$	$2*100$	$3*100$	$5*100$	$9*100$
$1*10^2$	$2*10^2$	$3*10^2$	$5*10^2$	$9*10^2$

β.

1.000	2.000	4.000	6.000	8.000
$1*1.000$	$2*1.000$	$4*1.000$	$6*1.000$	$8*1.000$
$1*10^3$	$2*10^3$	$4*10^3$	$6*10^3$	$8*10^3$

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Υ.

10.000	20.000	50.0000	70.000	90.000
1*10.000	2*10.000	5*10.000	7*10.000	9*10.000
1*10 ⁴	2*10 ⁴	5*10 ⁴	7*10 ⁴	9*10 ⁴

3.

3.000= 3*1.000= 3*10 ³	70.000.000= 7*10.000.000= 7*10 ⁷
40.000= 4*10.000= 4*10 ⁴	800.000.000= 8*100.000.000= 8*10 ⁸
500.000= 5*100.000= 5*10 ⁵	9.000.000.000= 9*1.000.000.000= 9*10 ⁹
6.000.000= 6*1.000.000= 6*10 ⁶	10.000.000.000= 10 ¹⁰

4.

5*10 ² = 5*100 = 500	8*10 ⁷ = 8*10.000.000 = 80.000.000
2*10 ⁵ = 2*100.000 = 200.000	7*10 ⁸ = 7*100.000.000 = 700.000.000
6*10 ³ = 6*1.000 = 6.000	2,5*10 ³ = 2,5*1.000 = 2.500
3*10 ⁶ = 3*1.000.000 = 3.000.000	3,5*10 ⁶ = 3,5*1.000.000 = 3.500.000

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

5.

Δισεκατομμύρια			Εκατομμύρια			Χιλιάδες			Μονάδες		
100.000.000.000	10.000.000.000	1.000.000.000	100.000.000	10.000.000	1.000.000	100.000	10.000	1.000	100	10	1
10^{11}	10^{10}	10^9	10^8	10^7	10^6	10^5	10^4	10^3	10^2	10^1	1
				1	5	4	6	8	3	8	0
		5	7	5	0	2	4	5	8	6	8

6.

Τρία τρισεκατομμύρια	3.000.000.000.000	$3 \cdot 10^{12}$
Τέσσερα τετράκις εκατομμύρια	4.000.000.000.000.000	$4 \cdot 10^{15}$
πέντε τετράκις εκατομμύρια	5.000.000.000.000.000	$5 \cdot 10^{15}$
δεκαπέντε τρισεκατομμύρια	15.000.000.000.000	$15 \cdot 10^{12}$

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Είκοσι τρία τετράκις εκατομμύρια	23.000.000.000.000.000	$23 \cdot 10^{15}$
Τριάντα πέντε τετράκις εκατομμύρια	35.000.000.000.000.000	$35 \cdot 10^{15}$

Ας λύσουμε μερικά προβλήματα...

1.

- Κάθε χρόνο χρησιμοποιούμε 800.000.000 πλαστικές φιάλες νερού και αναψυκτικών που δεν επιστρέφονται.
 $\Rightarrow 8 \cdot 10^8$
- Από τις ακτές της Αττικής συγκεντρώνονται καθημερινά το καλοκαίρι 19.000 κιλά σκουπίδια.
 $\Rightarrow 19 \cdot 10^3$ ή $1,9 \cdot 10^4$
- Αν ανακυκλώναμε το σύνολο του χαρτιού που χρησιμοποιούμε στην Ελλάδα θα σώζονταν 9.000.000 δέντρα κάθε χρόνο.
 $\Rightarrow 9 \cdot 10^6$
- Κάθε χρόνο καταναλώνουμε 60.000.000 κιλά πλαστικό μιας χρήσης, το κόστος του οποίου ανέρχεται σε 300.000.000€
 $\Rightarrow 6 \cdot 10^7$
- Καθημερινά κυκλοφορούν στους δρόμους της Αθήνας περισσότερα από 2.000.000 αυτοκίνητα.
 $\Rightarrow 2 \cdot 10^6$

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

2.

$$2,5*2,5*2,5*2,5*2,5*2,5*2,5*2,5*2,5*2,5*4*4*4*16*16*16$$

Παρατηρούμε ότι ο κάθε αριθμός/παράγοντας στο γινόμενο επαναλαμβάνεται συγκεκριμένο αριθμό φορές. Οπότε, μπορούμε να συμπύξουμε το άθροισμα γράφοντας το συνολικό γινόμενο ως γινόμενο δυνάμεων.

$$2,5^9*4^3*16^3 = 1.000.000.000$$

2^{ος} Τρόπος!

$$2,5*2,5*2,5*2,5*2,5*2,5*2,5*2,5*2,5*4*4*4*16*16*16$$

$$\frac{10}{4} * \frac{10}{4} * \frac{10}{4} * \frac{10}{4} * \frac{10}{4} * \frac{10}{4} * \frac{10}{4} * \frac{10}{4} * \frac{10}{4} * 4 * 4 * 4 * 4^2 * 4^2 * 4^2$$
$$= \frac{10^9 * 4^9}{4^9} = 10^9 = 1.000.000.000$$

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

⌚ Ώρα για παιχνίδι...

$$9 \rightarrow *10^2 \rightarrow = 900 \rightarrow -400 \rightarrow = 500 \rightarrow *10^3 \rightarrow = 500.000 \rightarrow :10^5$$

$$= 5 \rightarrow +96 \rightarrow = \rightarrow *10^4 \rightarrow = 1.010.000 \rightarrow -999.999 \rightarrow = 10.001 \text{ χμ.}$$



Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

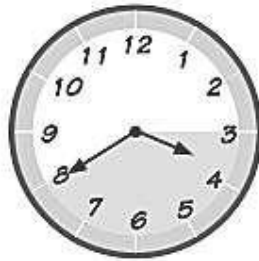
Κεφάλαιο 19^ο

Κλάσματα ομώνυμα και ετερόνυμα «Τι πλάσμα είναι αυτό το... κλάσμα;»

1.



$$\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$



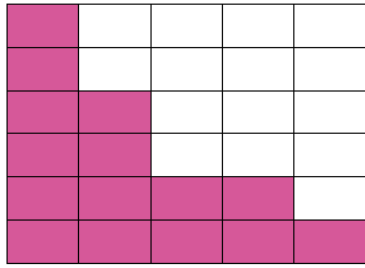
$$\frac{5}{12}$$



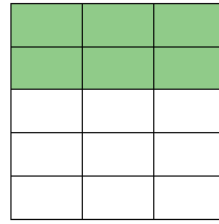
$$\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

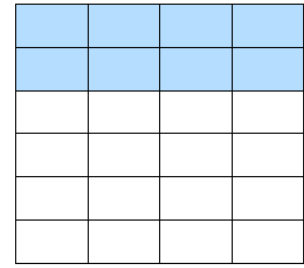
2.



$$\frac{1}{2}$$

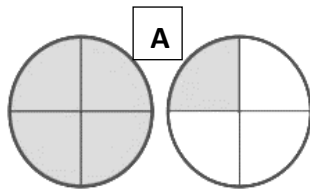


$$\frac{2}{5}$$

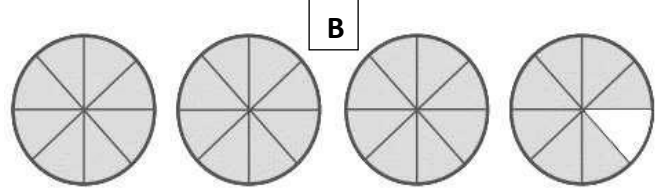


$$\frac{2}{6}$$

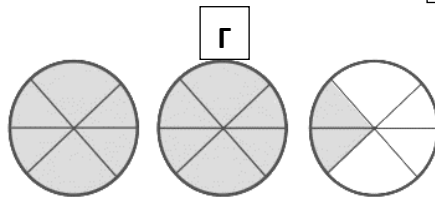
3.



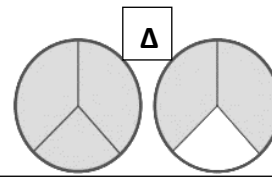
$$\frac{4}{4} + \frac{1}{4} = 1 + \frac{1}{4} = 1\frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$



$$\frac{8}{8} + \frac{8}{8} + \frac{8}{8} + \frac{7}{8} = 1 + 1 + 1 + \frac{7}{8} = 3\frac{7}{8} = \frac{31}{8}$$



$$\frac{6}{6} + \frac{6}{6} + \frac{2}{6} = 1 + 1 + \frac{2}{6} = 2\frac{2}{6} = \frac{14}{6} = \frac{7}{3}$$



$$\frac{3}{3} + \frac{2}{3} = 1 + \frac{2}{3} = 1\frac{2}{3} = \frac{5}{3}$$

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

4.



Όλα τα τετράγωνα είναι: 12

Το $\frac{1}{3}$ είναι 4 τετράγωνα

Το $\frac{1}{4}$ είναι 3 τετράγωνα

Το $\frac{1}{1}$ είναι 1 τετράγωνο

5.

$$\alpha. 3\frac{1}{2} = \frac{2}{2} + \frac{2}{2} + \frac{2}{2} + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$$

$$\beta. 3\frac{1}{3} = \frac{3}{3} + \frac{3}{3} + \frac{3}{3} + \frac{1}{3} = \frac{10}{3}$$

$$\gamma. 2\frac{3}{4} = \frac{4}{4} + \frac{4}{4} + \frac{3}{4} = \frac{11}{4}$$

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

6.

$$\alpha. 1\frac{1}{6} = \frac{6}{6} + \frac{1}{6} = \frac{7}{6}$$

$$\beta. 4\frac{1}{5} = \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{1}{5} = \frac{21}{5}$$

$$\gamma. 1\frac{1}{4} = \frac{4}{4} + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

7.

$$\alpha. \frac{5}{3} = \frac{3}{3} + \frac{2}{3} = 1\frac{2}{3}$$

$$\beta. \frac{7}{3} = \frac{3}{3} + \frac{3}{3} + \frac{1}{3} = 2\frac{1}{3}$$

$$\gamma. \frac{5}{4} = \frac{4}{4} + \frac{1}{4} = 1\frac{1}{4}$$

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

8.

$$\alpha. \frac{10}{6} = \frac{6}{6} + \frac{4}{6} = 1\frac{4}{6}$$

$$\beta. \frac{11}{5} = \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{1}{5} = 2\frac{1}{5}$$

$$\gamma. \frac{9}{2} = \frac{2}{2} + \frac{2}{2} + \frac{2}{2} + \frac{2}{2} + \frac{1}{2} = 4\frac{1}{2}$$

9.

$$2\frac{3}{5} = \frac{(2 * 5) + 3}{5} = \frac{13}{5}$$

$$5\frac{6}{8} = \frac{(5 * 8) + 6}{8} = \frac{46}{8}$$

$$4\frac{2}{11} = \frac{(4 * 11) + 2}{11} = \frac{46}{11}$$

$$1\frac{6}{15} = \frac{(1 * 15) + 6}{15} = \frac{21}{15}$$

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

10.

$$\frac{13}{5} \Rightarrow 13 : 5 = 2 \text{ και υπόλοιπο } 3 \rightarrow 2\frac{3}{5}$$

$$\frac{16}{8} \Rightarrow 16 : 8 = 2 \text{ και υπόλοιπο } 0 \rightarrow 2\frac{0}{8}$$

$$\frac{25}{4} \Rightarrow 25 : 4 = 6 \text{ και υπόλοιπο } 1 \rightarrow 6\frac{1}{4}$$

$$\frac{65}{6} \Rightarrow 65 : 6 = 10 \text{ και υπόλοιπο } 5 \rightarrow 10\frac{5}{6}$$

11.

$$\frac{13}{5} - \frac{8}{5} = \frac{5}{5} = 1$$

$$\frac{13}{15} + \frac{2}{15} = \frac{15}{15} = 1$$

$$\frac{6}{8} + \frac{2}{8} = \frac{8}{8} = 1$$

$$\frac{8}{8} - 0 = 1$$

$$\frac{25}{25} + 0 = 1$$

$$\frac{0}{25} + \frac{25}{25} = \frac{25}{25} = 1$$

$$\frac{5}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

$$\frac{100}{10} - \frac{90}{10} = \frac{10}{10} = 1$$

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

☞ Ας λύσουμε μερικά προβλήματα...

1.

Σκοπός μας είναι να υπολογίσουμε πόσα γραμμάρια παγωτό έφαγε το κάθε κορίτσι από τη συνολική ποσότητα παγωτού. Η Αρετή έφαγε τα $\frac{3}{5}$ του δικού της παγωτού, δηλαδή έφαγε:

$$\frac{3}{5} * 150 = \frac{450}{5} = 90 \text{ γραμμάρια}$$

Η Καίτη έφαγε τα $\frac{2}{3}$ του δικού της παγωτού, οπότε έφαγε:

$$\frac{2}{3} * 150 = \frac{300}{3} = 100 \text{ γραμμάρια}$$

Τέλος, η Μαρία έφαγε το $\frac{1}{2}$ του δικού της παγωτού, δηλαδή:

$$\frac{1}{2} * 150 = \frac{150}{2} = 75 \text{ γραμμάρια}$$

Σημείωση:

Τα κλάσματα είναι διαφέσεις και εκφράζουν ποσοστά! Όταν θέλουμε να πάρουμε ένα συγκεκριμένο τμήμα από μία μεγάλη ποσότητα και αυτό μας δίνεται με τη μορφή κλάσματος, τότε πολλαπλασιάζουμε το κλάσμα επί την ποσότητα και το αποτέλεσμα που θα προκύψει είναι το ζητούμενο τμήμα.

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

2.

Σκοπός μας είναι να υπολογίσουμε πόσα ήταν τα αγόρια. Άρα, για αρχή πρέπει να βρούμε πόσα ήταν όλα μαζί τα παιδιά. Ομοίως με την προηγούμενη άσκηση σκεφτόμαστε με τον ίδιο τρόπο. Αφού όλοι οι θεατές είναι 300 και τα παιδιά ήταν τα $\frac{2}{5}$, τα παιδιά συνολικά ήταν: $\frac{2}{5} * 300 = \frac{600}{5} = 120$ παιδιά.

Από αυτά τα $\frac{4}{6}$ ήταν αγόρια. Άρα: $\frac{4}{6} * 300 = \frac{1.200}{6} = 200$ αγόρια.

3.

Σκοπός μας είναι να υπολογίσουμε την απόσταση που έχει απομείνει στον πεζό να διανύσει. Εφόσον έχει διανύσει τα $\frac{5}{8}$ της συνολικής ποσότητας, η οποία εκφράζεται μέσω κλάσματος σε $\frac{8}{8}$, καταλαβαίνουμε ότι του έχει απομείνει η διαφορά των δύο κλασμάτων, δηλαδή τα $\frac{3}{8}$.

Συνεπώς, έχει να διανύσει ακόμη τα $\frac{3}{8}$ της συνολικής απόστασης.

$$\frac{3}{8} * 21.152 = \frac{63.456}{8} = 7.932$$

Άρα, του έχουν απομείνει 7.932 μέτρα να διανύσει ακόμη.

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

4.

Σκοπός μας είναι να βρούμε ποιο παιδί τελείωσε πρώτο το πρόβλημα. Συνεπώς, αρκεί να υπολογίσουμε το χρόνο που χρειάστηκε έκαστος να λύσει την άσκηση. Η μία ώρα όπως ξέρουμε έχει 60 λεπτά. Άρα:

Πέτρος: έλυσε το πρόβλημα σε $\frac{1}{2}$ της ώρας: $\frac{1}{2} * 60 = 30$ λεπτά

Μηνάς: έλυσε το πρόβλημα σε $\frac{1}{6}$ της ώρας: $\frac{1}{6} * 60 = 10$ λεπτά

Θωμάς: έλυσε το πρόβλημα σε $\frac{1}{4}$ της ώρας: $\frac{1}{4} * 60 = 15$ λεπτά

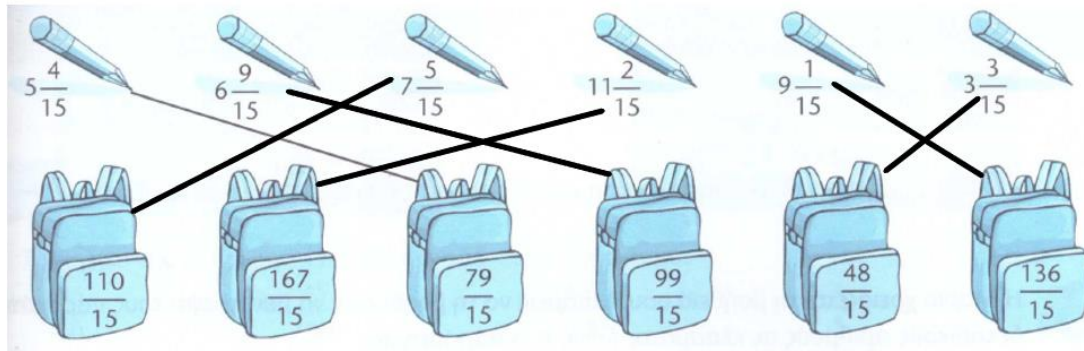
Άρα, το παιδί που έλυσε πρώτο το πρόβλημα είναι το παιδί που χρειάστηκε το λιγότερο χρόνο, δηλαδή ο Μηνάς.

Σημείωση:

Παρατηρούμε ότι και τα τρία κλάσματα που μας δίνονται στην εκφώνηση έχουν τον ίδιο αριθμητή και διαφορετικό παρονομαστή. Άρα, μπορούμε επιτόπου να συμπεράνουμε ποιο παιδί τελείωσε πρώτο την άσκηση, κοιτώντας απλώς τους παρονομαστές. Εφόσον ψάχνουμε το παιδί που τελείωσε πρώτο την άσκηση, ψάχνουμε το παιδί που χρειάστηκε το λιγότερο χρόνο για να το κάνει αυτό. Άρα, η απάντηση είναι στο κλάσμα με το μεγαλύτερο παρονομαστή, γιατί αυτό θα είναι το μικρότερο. Άρα, το παιδί αυτό είναι ο Μηνάς.

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

8 Ώρα για παιχνίδι...



Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Κεφάλαιο 20^ο

Το κλάσμα ως ακριβές πηλίκο διαίρεσης «Ποιος θα με βοηθήσει με το μοίρασμα;»

1.

$$\alpha) 5:6 = 0,833 \quad 7:9 = 0,777 \quad 3:4 = 0,75 \quad 8:4 = 2 \quad 4:8 = 0,5$$

$$\beta) \frac{3}{5} = 0,6 \Rightarrow 3:5 \quad \frac{7}{8} = 0,875 \Rightarrow 7:8 \quad \frac{6}{7} = 0,857 \Rightarrow 6:7$$

$$\frac{7}{10} = 0,7 \Rightarrow 7:10$$

2. α) $\frac{6}{10} = 0,6$ $\frac{7}{100} = 0,07$ $\frac{3}{1.000} = 0,003$ $\frac{45}{1.000} = 0,045$

$$\frac{15}{10} = 1,5 \quad \frac{125}{100} = 1,25 \quad \frac{750}{1.000} = 0,75 \quad \frac{2.050}{1.000} = 2,05$$

$$5 \frac{3}{10} = 5,3 \quad 2 \frac{5}{100} = 2,05 \quad 3 \frac{25}{1.000} = 3,025$$

$$\frac{5}{8} = 0,625 \quad \frac{4}{5} = 0,8 \quad \frac{7}{8} = 0,875 \quad \frac{17}{4} = 4,25$$

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

β)

$$0,9 = \frac{9}{10} \quad 0,08 = \frac{8}{100} \quad 0,004 = \frac{4}{1.000} \quad 0,25 = \frac{25}{100} \quad 0,012 = \frac{12}{1.000}$$

$$2,4 = \frac{24}{10} \quad 5,05 = \frac{505}{100} \quad 3,005 = \frac{3}{1.000} \quad 2,045 = \frac{2.045}{1.000} \quad 15,015 = \frac{15.015}{1.000}$$

 **Ας λύσουμε μερικά προβλήματα...**

1.

Σκοπός μας είναι να βρούμε πόσα λίτρα κρασί θα χωρέσουν σε κάθε δοχείο.

1^{ος} τρόπος:

Εφόσον τα λίτρα συνολικά είναι 22 και εμείς θέλουμε να το μοιράσουμε εξίσου σε 6 δοχεία, συμπεραίνουμε ότι το κάθε δοχείο θα περιέχει τα $\frac{22}{6}$ λίτρα της συνολικής ποσότητας του κρασιού, αφού κάνουμε δίκαιη μοιρασιά.

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

2^{ος} τρόπος:

Για να βρούμε πόσα λίτρα κρασί θα περιέχει κάθε δοχείο στο τέλος της μοιρασιάς, αρκεί να διαιρέσουμε όλα τα λίτρα του κρασιού με τον αριθμό των δοχείων στα οποία θέλουμε να το μοιράσουμε.

$22 : 6 \cong 3,667$ λίτρα στο κάθε δοχείο.

Προφανώς η διαίρεση είναι ο τρόπος με την περισσότερη ακρίβεια, αφού μας επιστρέφει στο αποτέλεσμα των αριθμό των λίτρων που πρέπει να έχει ακριβώς το κάθε δοχείο.

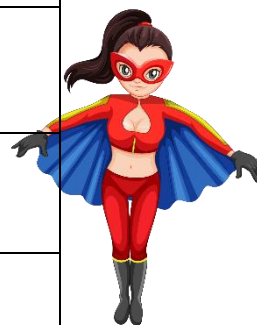
2.

Σκοπός μας είναι να βρούμε πόση σοκολάτα έφαγε το κάθε παιδί. Η γιαγιά δεν ήθελε να αδικήσει κανένα παιδί. Έτσι, μοίρασε τα σοκολάτα σε 5 ίσα μέρη, άρα έκανε τέλεια διαίρεση. Εφόσον η γιαγιά είχε 8 σοκολάτες και τις μοίρασε στα 5 παιδιά, το κάθε παιδί έφαγε ποσότητα ίση με $\frac{8}{5} = 1,6$. Δηλαδή, το κάθε παιδί έφαγε από μία ολόκληρη σοκολάτα και λίγο περισσότερο από τη μισή μιας δεύτερης σοκολάτας.

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

⌚ Ώρα για παιχνίδι...

α.	5:15	$=\frac{5}{15}$	ή $\frac{1}{3}$
β.	12:40	$=\frac{12}{40}$	ή $\frac{3}{10}$
γ.	50:60	$=\frac{50}{60}$	ή $\frac{5}{6}$
δ.	7:9	$=\frac{7}{9}$	ή $\frac{7}{9}$
ε.	18:45	$=\frac{18}{45}$	ή $\frac{2}{5}$



Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Κεφάλαιο 21^ο

Ισοδύναμα κλάσματα

«Μπορώ να λέω το ίδιο και με άλλα λόγια»

1.

$$\alpha) \frac{2}{5} = \frac{4}{10} = \frac{8}{20} = \frac{14}{35} = \frac{26}{65}$$

$$\frac{4}{6} = \frac{12}{18} = \frac{40}{60} = \frac{48}{72} = \frac{60}{90}$$

$$\beta) \frac{20}{80} = \frac{10}{40} = \frac{4}{16} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{24}{48} = \frac{12}{24} = \frac{6}{12} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

2.

$\frac{4}{5} = \frac{16}{20}$	$\frac{7}{9} = \frac{21}{27}$	$\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$	$\frac{2}{9} = \frac{18}{81}$	$\frac{3}{15} = \frac{9}{45}$
-------------------------------	-------------------------------	------------------------------	-------------------------------	-------------------------------

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

3.

$$\frac{3}{5}, \frac{1}{5}, \frac{4}{8}, \frac{9}{15}, \frac{12}{24}, \frac{5}{25} \quad \frac{1}{5} = \frac{5}{25}, \frac{4}{8} = \frac{12}{24}, \frac{3}{5} = \frac{9}{15}$$

4.

$$\frac{12}{18}, \frac{7}{12}, \frac{3}{15}, \frac{15}{50}, \frac{7}{11}, \frac{4}{7}, \frac{12}{66}, \frac{350}{1.200}, \frac{400}{1.200}$$

α. Απλοποίηση: $\frac{12}{18}, \frac{3}{15}, \frac{15}{50}, \frac{12}{66}, \frac{350}{1.200}, \frac{400}{1.200}$

β. Ανάγωγα: $\frac{7}{12}, \frac{7}{11}, \frac{4}{7}$

5.

<p>α. $\frac{36}{90} = \frac{36:18}{90:18} = \frac{2}{5}$</p> <p>ΜΚΔ(36,90)= 18</p>	<p>β. $\frac{12}{30} = \frac{12:6}{30:6} = \frac{2}{5}$</p> <p>ΜΚΔ(12,30)= 6</p>
<p>γ. $\frac{8}{36} = \frac{8:4}{36:4} = \frac{2}{9}$</p> <p>ΜΚΔ(8,36)= 4</p>	<p>δ. $\frac{14}{70} = \frac{14:14}{70:14} = \frac{1}{5}$</p> <p>ΜΚΔ(14,70)= 14</p>

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Ας λύσουμε μερικά προβλήματα...

1.

Για να απαντήσουμε στο ερώτημα, αρκεί να δούμε αν έχουμε τον ίδιο αριθμό μαθητών στην επίσκεψη και από τις δύο τάξεις. Καθώς οι αριθμοί μας δίνονται με τη μορφή κλασμάτων, μπορούμε να απλοποιήσουμε τα κλάσματα και να δούμε, αν είναι ίσα ή όχι.

$$\frac{16}{20} = \frac{16 : 4}{20 : 4} = \frac{4}{5} \quad \text{και} \quad \frac{20}{25} = \frac{20 : 5}{25 : 5} = \frac{4}{5}$$

Απλοποιούμε και τα δύο κλάσματα με το μέγιστο κοινό διαιρέτη τους και παρατηρούμε ότι πρόκειται για το ίδιο ακριβώς κλάσμα. Άρα, οι μαθητές και των δύο τάξεων συμμετείχαν εξίσου στην επίσκεψη.

2.

Στον κήπο μου έχω 6 λεμονιές και 4 πορτοκαλιές. Πόσες λεμονιές πρέπει να φυτέψω ακόμη ώστε να αποτελούν τα $\frac{3}{4}$ των δέντρων;

Συνολικά στον κήπο μου έχω $6 + 4 = 10$ δέντρα.

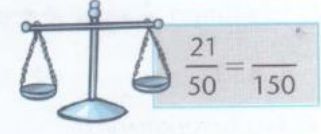
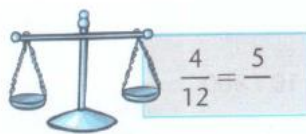
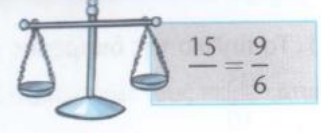
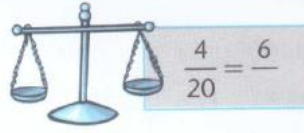
Θέλω να φυτέψω κι άλλες λεμονιές και μάλιστα τόσες, όσες τα $\frac{3}{4}$ των δέντρων που ήδη έχω φυτέψει, δηλαδή 10 στον αριθμό.

Άρα:

$$\frac{3}{4} * 10 = \frac{30}{4} = 7,5$$

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

⌚ Ώρα για παιχνίδι...



$$\frac{3}{7} = \frac{9}{21}$$

$$\frac{4}{20} = \frac{6}{30}$$

$$\frac{15}{10} = \frac{9}{6}$$

$$\frac{4}{12} = \frac{5}{15}$$

$$\frac{18}{30} = \frac{6}{10}$$

$$\frac{21}{50} = \frac{63}{150}$$

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Κεφάλαιο 22^ο

Σύγκριση- Διάταξη κλασμάτων

«Πώς θα μπούμε στην σειρά;»

1.

α. Από το μικρότερο στο μεγαλύτερο

$$\frac{17}{12}, \frac{9}{12}, \frac{12}{12}, \frac{5}{12}, \frac{3}{12}, \frac{10}{12} \longrightarrow \frac{3}{12}, \frac{5}{12}, \frac{9}{12}, \frac{10}{12}, \frac{12}{12}, \frac{17}{12}$$

Από το μεγαλύτερο στο μικρότερο:

$$\frac{7}{8}, \frac{7}{6}, \frac{7}{10}, \frac{7}{15}, \frac{7}{12}, \frac{7}{2} \longrightarrow \frac{7}{2}, \frac{7}{6}, \frac{7}{8}, \frac{7}{10}, \frac{7}{12}, \frac{7}{15}$$

2.

α. $\frac{3}{8} < \frac{4}{8}$	β. $\frac{6}{7} > \frac{5}{7}$	γ. $1\frac{3}{5} < 1\frac{4}{5}$	δ. $4\frac{2}{4} = 4\frac{1}{2}$
ε. $\frac{6}{8} < \frac{6}{7}$	στ. $\frac{3}{12} < \frac{3}{8}$	ζ. $\frac{3}{8} < \frac{4}{8}$	η. $\frac{3}{9} < \frac{4}{6}$

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Σημείωση:

Στο (δ) παρατηρούμε ότι τα κλάσματα $\frac{2}{4}$ και $\frac{1}{2}$ είναι ίσα, καθώς και τα δύο έχουν πηλίκο ίσο με 0,5. Οπότε, και τα αντίστοιχα μικτά κλάσματα θα είναι ίσα.

3.

$$\alpha. \frac{5}{6} > \left| \frac{4}{6} \right| > \frac{3}{6} \qquad \qquad \qquad \beta. \frac{5}{8} > \left| \frac{4}{6} \right| > \frac{4}{9}$$

$$\gamma. \frac{2}{4} < \left| \frac{4}{7} \right| < \frac{3}{5} \qquad \qquad \qquad \delta. \frac{5}{8} < \left| \frac{5}{7} \right| < \frac{6}{7}$$

4.

$\alpha. \frac{3}{12} < \frac{12}{3}$	$\beta. \frac{47}{50} > \frac{1}{2}$	$\gamma. \frac{4}{9} = \frac{12}{27}$	$\delta. \frac{27}{63} < \frac{1}{2}$
$\epsilon. \frac{2}{40} < \frac{18}{21}$	$\sigma\tau. \frac{15}{8} > \frac{8}{15}$	$\zeta. \frac{3}{4} < \frac{4}{5}$	$\eta. \frac{78}{36} > \frac{87}{63}$

5.

$$\frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{4}{12}, \frac{2}{3} \quad \longrightarrow \quad \frac{4}{12} < \frac{2}{3} < \frac{3}{4} < \frac{5}{6}$$

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

$$\frac{2}{5}, \frac{5}{6}, \frac{2}{3}, \frac{8}{15} \longrightarrow \frac{2}{5} < \frac{8}{15} < \frac{2}{3} < \frac{5}{6}$$

Ας λύσουμε μερικά προβλήματα...

1.

Για να απαντήσουμε στο ερώτημα πρέπει να διατάξουμε τα κλάσματα σε αύξουσα σειρά. Για να τα διατάξουμε, πρέπει να τα συγκρίνουμε. Παρατηρούμε ότι τα κλάσματα έχουν όλα τον ίδιο παρονομαστή, άρα μεγαλύτερο κλάσμα είναι εκείνο που έχει μεγαλύτερο αριθμητή. Επομένως, ισχύει:

$$\frac{1}{10} < \frac{5}{10} < \frac{12}{10} < \frac{27}{10}$$

Άρα, το κορίτσι που μένει πιο κοντά στο σχολείο είναι η Άννα και αυτό που μένει πιο μακριά είναι η Ματίνα.

2.

Προφανώς ο καθένας θα ήθελε την περισσότερη ποσότητα που θα μπορούσε να έχει. Άρα, για να απαντήσουμε αρκεί να συγκρίνουμε τα δύο κλάσματα μεταξύ τους. Παρατηρούμε ότι τα δύο κλάσματα έχουν τον ίδιο αριθμητή, άρα μεγαλύτερο είναι αυτό με το μικρότερο

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

παρονομαστή. Επομένως, αφού $5 < 8$, τα $\frac{3}{5}$ είναι μεγαλύτερη ποσότητα από τα $\frac{3}{8}$, άρα, θα επιλέγαμε τα $\frac{3}{5}$.

3.

Για να απαντήσουμε πρέπει αν διατάξουμε στη σειρά τα κλάσματα. Παρατηρούμε ότι τα κλάσματα έχουν διαφορετικούς αριθμητές και διαφορετικούς παρονομαστές, άρα δεν μπορούμε να κάνουμε απευθείας τη σύγκριση. Για το λόγο αυτό θα βρούμε το ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο των παρονομαστών, προκειμένου να φέρουμε όλα τα κλάσματα σε μια κοινή μορφή με την οποία μπορούμε να εργαστούμε.

$$\text{Ε.Κ.Π.}(5, 6, 10, 12, 20) = 60$$

Άρα, διαιρούμε κάθε παρονομαστή με το Ε.Κ.Π. και προκύπτει:

$$60 : 5 = 12$$

$$60 : 6 = 10$$

$$60 : 10 = 6$$

$$60 : 12 = 5$$

$$60 : 20 = 3$$

$$\text{Άρα, } \frac{2}{6} = \frac{2 \cdot 10}{6 \cdot 10} = \frac{20}{60}, \quad \frac{3}{10} = \frac{3 \cdot 6}{10 \cdot 6} = \frac{18}{60}, \quad \frac{4}{20} = \frac{4 \cdot 3}{20 \cdot 3} = \frac{12}{60},$$

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 12}{5 \cdot 12} = \frac{24}{60}, \quad \frac{3}{12} = \frac{3 \cdot 5}{12 \cdot 5} = \frac{15}{60}$$

Τώρα, μπορούμε να τα διατάξουμε, άρα:

$$\frac{12}{60} < \frac{15}{60} < \frac{18}{60} < \frac{20}{60} < \frac{24}{60}$$

Συνεπώς, πρώτα έλυσε το πρόβλημα ο Μηνάς, μετά ο Θωμάς, μετά η Άννα, μετά ο Πέτρος και τελευταία το έλυσε η Δανάη.

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

4.

Ομοίως με τα προηγούμενα προβλήματα, πρέπει να συγκρίνουμε τα κλάσματα. Παρατηρούμε ότι τα δύο πρώτα κλάσματα έχουν τον ίδιο αριθμητή, άρα το μεγαλύτερο είναι αυτό με το μικρότερο παρονομαστή. Άρα, $\frac{12}{20} < \frac{12}{18}$. Συνεπώς, αρκεί να συγκρίνουμε το $\frac{12}{18}$ με το $\frac{18}{24}$. Θα βρούμε το Ε.Κ.Π. των παρονομαστών.

$$\text{Ε.Κ.Π.}(18, 24)=72$$

$$\text{Άρα, } 72 : 18 = 4 \quad \text{και} \quad 72 : 24 = 3.$$

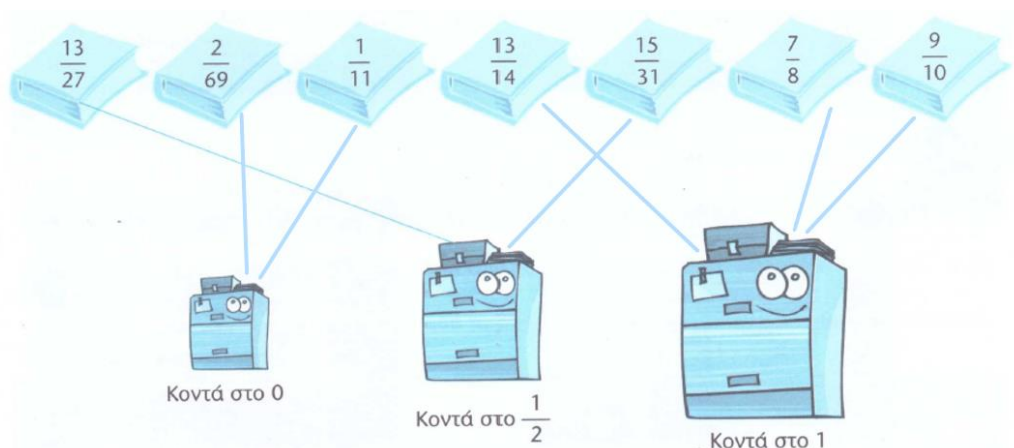
$$\text{Επομένως, } \frac{12}{18} = \frac{12 \cdot 4}{18 \cdot 4} = \frac{48}{72} \quad \text{και} \quad \frac{18}{24} = \frac{18 \cdot 3}{24 \cdot 3} = \frac{54}{72}.$$

$$\text{Άρα, } \frac{48}{72} < \frac{54}{72}, \text{ άρα, } \frac{12}{18} < \frac{18}{24}, \text{ οπότε συνολικά προκύπτει } \frac{12}{20} < \frac{12}{18} < \frac{18}{24}.$$

Επομένως, η τάξη με τη μεγαλύτερη συμμετοχή ήταν η ΣΤ' δημοτικού.

⌘ Ωρα για παιχνίδι...

Βάλε τα βιβλία στην κατάλληλη βιβλιοθήκη. Υπολόγισε με το νου και αντιστοίχισε, όπως στο παράδειγμα:



Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Κεφάλαιο 23^ο

Προβλήματα με πρόσθεση και αφαίρεση κλασμάτων

«Η σωστή ενέργεια!»

1.

$$\alpha. \frac{2}{4} + \frac{3}{5} = \frac{2 \cdot 5}{4 \cdot 5} + \frac{3 \cdot 4}{5 \cdot 4} = \frac{10}{20} + \frac{12}{20} = \frac{22}{20} = \frac{11}{10} = 1,1$$

$$\text{Ε.Κ.Π.}(4, 5) = 20$$

$$\beta. 2\frac{1}{4} + 1\frac{1}{2} = \frac{9}{4} + \frac{3}{2} = \frac{9}{4} + \frac{3 \cdot 2}{2 \cdot 2} = \frac{9}{4} + \frac{6}{4} = \frac{15}{4}$$

$$\text{Ε.Κ.Π.}(2, 4) = 4$$

$$\gamma. \frac{2}{3} - \frac{2}{4} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} - \frac{2 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{8}{12} - \frac{6}{12} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

$$\text{Ε.Κ.Π.}(3, 4) = 12$$

$$\delta. 1\frac{1}{3} + \frac{3}{4} = \frac{4}{3} + \frac{3}{4} = \frac{4 \cdot 4}{3 \cdot 4} + \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{16}{12} + \frac{9}{12} = \frac{25}{12}$$

$$\text{Ε.Κ.Π.}(3, 4) = 12$$

$$\epsilon. 6 - \frac{5}{8} = \frac{6}{1} - \frac{5}{8} = \frac{6 \cdot 8}{1 \cdot 8} - \frac{5}{8} = \frac{48}{8} - \frac{5}{8} = \frac{43}{8}$$

$$\text{Ε.Κ.Π.}(1, 8) = 8$$

$$\sigma\tau. 2\frac{1}{4} - \frac{1}{2} = \frac{9}{4} - \frac{1}{2} = \frac{9}{4} - \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 2} = \frac{9}{4} - \frac{2}{4} = \frac{7}{4}$$

$$\text{Ε.Κ.Π.}(2, 4) = 4$$

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

2.

$$\alpha. \frac{5}{10} + 0,6 = \frac{5}{10} + \frac{6}{10} = \frac{11}{10}$$

$$\beta. 2,4 + \frac{7}{9} = \frac{24}{10} + \frac{7}{9} = \frac{24 \cdot 9}{10 \cdot 9} + \frac{7 \cdot 10}{9 \cdot 10} =$$

$$\frac{216}{90} + \frac{70}{90} = \frac{286}{90} = \frac{286 : 2}{90 : 2} = \frac{143}{45}$$

$$\gamma. \frac{715}{100} = \frac{60}{100} + \frac{715}{100} = \frac{775}{100} = \frac{775 : 25}{100 : 25} =$$

$$\frac{31}{4}$$

$$\delta. 9,45 + 2\frac{3}{4} = \frac{945}{100} + \frac{11}{4} =$$

$$= \frac{945}{100} + \frac{11 \cdot 25}{4 \cdot 25} = \frac{1.220}{100}$$

$$= 12,20$$

$$\epsilon. 0,8 - \frac{3}{5} = \frac{8}{10} - \frac{3}{5} = \frac{8}{10} - \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 2} =$$

$$\frac{8}{10} - \frac{6}{10} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} = 0,2$$

$$\sigma\tau. 9 - 0,4 = \frac{9}{1} - \frac{4}{10} = \frac{90}{10} - \frac{4}{10} = \frac{86}{10} = 8,6$$

$$\zeta. 12 - 3,4 = \frac{12}{1} - \frac{34}{10} = \frac{120}{10} - \frac{34}{10} =$$

$$\frac{86}{10} = 8,6$$

$$\eta. 7\frac{1}{2} - 5,2 = \frac{15}{2} - \frac{52}{10} = \frac{75}{10} - \frac{52}{10} =$$

$$\frac{23}{10} = 2,3$$

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

3.

$$\alpha. \frac{3}{5} + 0,12 = 0,6 + 0,12 = 0,72$$

$$\beta. 7,2 + \frac{5}{8} = 7,2 + 0,625 = 7,825$$

$$\gamma. 5\frac{3}{4} + 4,25 = \frac{23}{4} + 4,25 = 5,75 + 4,25 = 10$$

$$\delta. 7,15 + \frac{3}{5} = 7,15 + 0,6 = 7,75$$

$$\epsilon. 6,35 - \frac{6}{8} = 6,35 + 0,75 = 7,1$$

$$\sigma\tau. 5\frac{1}{2} - 0,8 = \frac{11}{2} - 0,8 = 5,5 - 0,8 = 4,7$$

$$\zeta. 6\frac{3}{5} - 2,4 = \frac{33}{5} - 2,4 = 6,6 - 2,4 = 4,2$$

$$\eta. 3\frac{1}{4} - 2,45 = \frac{13}{4} - 2,45 = 3,25 - 2,45 = 0,8$$

4.

$$\alpha. \left(\frac{3}{7} + \frac{2}{3}\right) - 0,5 = \left(\frac{3*3+2*7}{21}\right) - 0,5 = \frac{23}{21} - 0,5 \cong 0,6$$

$$\beta. 50 - \left(\frac{4}{6} + \frac{7}{9}\right) = 50 - \left(\frac{4*9+7*6}{54}\right) = 50 - \frac{78}{54} \cong 50 - 1,44 = 48,56$$

$$\gamma. 5 - \left(13\frac{1}{4} - 10\frac{1}{2}\right) = 5 - \left(\frac{53}{4} - \frac{21}{2}\right) = 5 - \left(\frac{53}{4} - \frac{21*2}{2*2}\right) = 5 - \left(\frac{53}{4} - \frac{42}{4}\right) = 5 - \frac{11}{4} = 5 - 2,75 = 2,25$$

$$\delta. 1 - \left(0,15 + \frac{9}{20} + \frac{1}{4}\right) = 1 - (0,15 + 0,45 + 0,25) = 1 - 0,85 = 0,15$$

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

$$\begin{aligned}\varepsilon. \left(5\frac{1}{2} + 0,7\right) - \left(1\frac{3}{5} + 1,2\right) &= \left(\frac{11}{2} + 0,7\right) - \left(\frac{8}{5} + 1,2\right) = \\ &= (5,5 + 0,7) - (1,6 + 1,2) = 6,2 - 2,8 = 3,4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma\tau. \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{8} + \frac{7}{12} + \frac{2}{3}\right) - 1\frac{5}{8} &= (0,75 + 0,625 + 0,58 + 0,67) - \frac{13}{8} = \\ &= 2,625 - 1,625 = 1\end{aligned}$$

Ας λύσουμε μερικά προβλήματα...

1.

Η λειτουργία του σχολείου διαρκεί από την αρχή μέχρι τη λήξη του. Οπότε, ένα παιδί βρίσκεται στο σχολείο συνολικά:

$$13\frac{1}{2} - 8\frac{1}{4} = \frac{27}{2} - \frac{33}{4} = \frac{54}{4} - \frac{33}{4} = \frac{21}{4} \text{ ώρες.}$$

Εφόσον ξέρουμε πόσο διαρκούν τα διαλείμματα, ο χρόνος που διαρκούν τα μαθήματα είναι ο χρόνος που απομένει, αν αφαιρέσουμε τα διαλείμματα από τη συνολική διάρκεια της παραμονής στο σχολείο. Άρα:

$$\frac{21}{4} - \frac{11}{12} = \frac{63}{12} - \frac{11}{12} = \frac{52}{12} = 4\frac{4}{12} = 4\frac{4:4}{12:4} = 4\frac{1}{3} \text{ ώρες}$$

Δηλαδή, η διάρκεια των μαθημάτων είναι 4 ώρες και 20 λεπτά (όσο το $\frac{1}{3}$ της ώρας).

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

2.

Για να υπολογίσουμε πόσα μέτρα έμειναν απούλητα πρέπει να γνωρίζουμε πόσα μέτρα πουλήθηκαν. Αρκεί λοιπόν να προσθέσουμε τα μέτρα υφάσματος που πουλήθηκαν τις δύο μέρες.

$$\begin{aligned} \text{Πουλήθηκαν: } 25\frac{1}{5} + 4\frac{3}{4} &= \frac{126}{5} + \frac{19}{4} = \frac{126 \cdot 4}{5 \cdot 4} + \frac{19 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \\ &= \frac{504}{20} + \frac{95}{20} = \frac{599}{20} = 29,95 \text{ μέτρα} \end{aligned}$$

$$\text{Περίσσεψαν: } 60 - 29,95 = 30,05 \text{ μέτρα ύφασμα}$$

3.

Όταν εργαζόμαστε με κλάσματα, εκφράζουμε τη συνολική ποσότητα μέσω της μονάδας. Δηλαδή, παρατηρούμε ότι τα δεδομένα της άσκησης είναι δοσμένα σε κλάσματα μικρότερα της μονάδας. Άρα, για να βρούμε τα παιδιά μια αφαίρεση αρκεί.

$$\text{παιδιά} = 1 - \frac{1}{3} - \frac{2}{5} = \frac{15}{15} - \frac{5}{15} - \frac{6}{15} = \frac{15}{15} - \frac{11}{15} = \frac{4}{15}$$

4.

Ομοίως με τις προηγούμενες ασκήσεις, μια απλή αφαίρεση αρκεί για να απαντήσουμε στο ερώτημα.

$$\begin{aligned} \text{λεμόνια} &= 18 - 8\frac{3}{4} - 6,5 = 18 - 8\frac{3}{4} - 6\frac{1}{2} = 18 - \frac{35}{4} - \frac{13}{2} \\ &= \frac{72}{4} - \frac{35}{4} - \frac{26}{4} = \frac{72}{4} - \frac{61}{4} = \frac{11}{4} \text{ κιλά} \end{aligned}$$

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

⌚ Ώρα για παιχνίδι...

Έχεις στην διάθεση σου τις εξής κάρτες:



Σχημάτισε χρησιμοποιώντας κάθε φορά όλες τις κάρτες:

- Το μεγαλύτερο δυνατό κλάσμα: $\frac{320}{1}$
- Το μικρότερο κλάσμα (με αριθμητή $\neq 0$): $\frac{012}{3}$
- Ένα κλάμα ισοδύναμο με $\frac{2}{5} : \frac{12}{30}$
- Ένα κλάμα ισοδύναμο με $\frac{5}{16} : \frac{10}{32}$

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Κεφάλαιο 24^ο

Προβλήματα με πολλαπλασιασμό και διαίρεση κλασμάτων

«Ό,τι κι αν κάνεις, εγώ θα
πολλαπλασιάζομαι!»

1.

$$\alpha. \frac{3}{4} * \frac{4}{5} = \frac{3*4}{4*5} = \frac{12}{20} = \frac{12:4}{20:4} = \frac{3}{5}$$

$$\beta. 5\frac{1}{2} * 2\frac{3}{4} = \frac{11}{2} * \frac{11}{4} = \frac{11*11}{2*4} = \frac{121}{8}$$

$$\gamma. 5 * \frac{3}{4} = \frac{5}{1} * \frac{3}{4} = \frac{5*3}{1*4} = \frac{15}{4}$$

$$\delta. 4\frac{3}{4} * 2 = \frac{19}{4} * \frac{2}{1} = \frac{19*2}{4*1} = \frac{38}{4} = \frac{38:2}{4:2} = \frac{19}{2}$$

$$\epsilon. \frac{3}{4} : \frac{4}{5} = \frac{3}{4} * \frac{5}{4} = \frac{15}{16}$$

$$\sigma\tau. 5\frac{1}{2} : 2\frac{3}{4} = \frac{11}{2} : \frac{11}{4} = \frac{11}{2} * \frac{4}{11} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\zeta. 5 : \frac{3}{4} = \frac{5}{1} : \frac{3}{4} = \frac{5}{1} * \frac{4}{3} = \frac{20}{3}$$

$$\eta. 4\frac{3}{4} : 2 = \frac{19}{4} : \frac{2}{1} = \frac{19}{4} * \frac{1}{2} = \frac{19}{8}$$

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

2.

$$\alpha. \frac{4}{3} * \frac{2}{5} - \frac{1}{6} * 2 = \frac{4*2}{3*5} - \frac{1*2}{6*1} = \frac{8}{15} - \frac{2}{6} = \frac{8}{15} - \frac{2:2}{6:2} = \frac{8}{15} - \frac{1}{3} = \frac{8}{15} - \frac{5}{15} = \frac{3}{15} = \frac{3:3}{15:3} = \frac{1}{5} = 0,2$$

$$\beta. \left(7 * \frac{1}{2} + 0,9 + \frac{3}{5}\right) : \left(5 - 2\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{7}{2} + \frac{9}{10} + \frac{3}{5}\right) : \left(5 - \frac{5}{2}\right) = \left(\frac{7*5}{2*5} + \frac{9}{10} + \frac{3*2}{5*2}\right) : \left(\frac{10}{2} - \frac{5}{2}\right) = \frac{50}{10} : \frac{5}{2} = \frac{50}{10} * \frac{2}{5} = \frac{100}{50} = 2$$

$$\gamma. \left(2 * \frac{1}{2} + 0,7 + \frac{2}{5}\right) : \left(1 - \frac{5}{10}\right) = \left(\frac{2}{2} + \frac{7}{10} + \frac{2}{5}\right) : \left(\frac{10}{10} - \frac{5}{10}\right) = \left(\frac{2*5}{2*5} + \frac{7}{10} + \frac{2*2}{5*2}\right) : \frac{5}{10} = \frac{21}{10} * \frac{10}{5} = \frac{21}{5}$$

📖 Ας λύσουμε μερικά προβλήματα...**1.**

Το εμβαδόν τετραγώνου ισούται με το γινόμενο των δύο πλευρών του. Επειδή κάθε πλευρά είναι ίση με την άλλη, αρκεί να υψώσουμε τη μία πλευρά στο τετράγωνο. Οπότε:

$$\text{Εμβαδόν} = \left(6\frac{2}{9}\right)^2 = \frac{56}{9} * \frac{56}{9} = \frac{3.136}{81} \text{ μέτρα}$$

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

2.

Μας ενδιαφέρει σε πρώτη φάση να υπολογίσουμε πόσο κοστίζει το ένα μέτρο, γιατί, αν ξέρουμε το ένα μέτρο, μπορούμε να υπολογίσουμε ό,τι μας ζητηθεί. Τα $4\frac{1}{2} = \frac{9}{2} = 4,5$ μέτρα κοστίζουν 54 ευρώ. Άρα:

4,5 μέτρα κοστίζουν 54 ευρώ

1 μέτρο κοστίζει χ :

Οπότε $\chi = \frac{54}{4,5} = 12\text{€}$ το μέτρο.

Άρα, τα $5\frac{2}{3}$ κοστίζουν: $5\frac{2}{3} * 12 = \frac{17}{3} * 12 = \frac{204}{3} = 68\text{€}$

3.

Μας ενδιαφέρει να υπολογίσουμε πόσα ήταν τα κορίτσια που έπαιξαν κρυφτό. Άρα, αρχικά πρέπει να βρούμε πόσα παιδιά συνολικά έπαιξαν κρυφτό.

$$\frac{3}{8} * 320 = \frac{960}{8} = 120 \text{ παιδιά}$$

Συνεπώς, τώρα μπορούμε να υπολογίσουμε πόσα ήταν τα κορίτσια. Μπορούμε να το υπολογίσουμε δύο τρόπους. Μπορούμε να είτε να βρούμε πρώτα πόσα ήταν τα αγόρια και μετά να τα αφαιρέσουμε από το 120 είτε να υπολογίσουμε επιτόπου τα κορίτσια, **δεδομένου ότι ξέρουμε ότι τα αγόρια είναι τα $\frac{2}{3}$, άρα τα κορίτσια είναι το υπόλοιπο $1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$, άρα κορίτσια = $\frac{1}{3} * 120 = 40$.**

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

4.

Με ανάλογο τρόπο με τις προηγούμενες ασκήσεις, αρκεί να βρούμε πόσο κοστίζει το ένα κιλό.

Τα $\frac{2}{5}$ κιλά κοστίζουν 1,60€

Το 1 κιλό κοστίζει x :

Άρα, $x = 1,60 : \frac{2}{5} = \frac{16}{10} * \frac{5}{2} = \frac{80}{20} = 4€$ το κιλό.

Επομένως, τα $\frac{3}{4}$ κοστίζουν: $\frac{3}{4} * 4 = \frac{12}{4} = 3€$.

5.

Αφού ο κύριος Πέτρος ξόδεψε το $\frac{1}{4}$ για το τραπέζι και τα υπόλοιπα για τις καρέκλες, συμπεραίνουμε ότι για τις καρέκλες συνολικά ξόδεψε: $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ των χρημάτων του.

Αφού οι καρέκλες κόστισαν 150€, προκύπτει ότι:

Τα $\frac{3}{4}$ είναι ίσα με 150€.

Τα $\frac{4}{4}$ είναι ίσα με x .

$$x = \frac{4}{3} * 150 : \frac{3}{4} = 150 * \frac{4}{3} = \frac{600}{3} = 200€$$

Άρα, η αξία του χαρτονομίσματος είναι 200€.

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

8 Ώρα για παιχνίδι...

Ποιον αριθμό έχει στη φανέλα της ομάδας του σχολείου ο Βασίλης;
Θα το μάθεις αν υπολογίσεις σωστά την παρακάτω παράσταση:

$$A = 6 * \frac{1}{4} + 0,50 - 2 * \frac{2}{3} + 10 \frac{1}{3} = \frac{6}{4} + \frac{1}{2} - \frac{4}{3} + \frac{10}{3} = \frac{6}{4} + \frac{1}{2} + \frac{6}{3}$$

$$= \frac{6 * 3}{4 * 3} + \frac{1 * 6}{2 * 6} + \frac{6 * 4}{3 * 4} = \frac{48}{12} = 4$$

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Κεφάλαιο 25^ο

Η έννοια της μεταβλητής

«Η εξερεύνηση του άγνωστου!»

 Έλα... να λύσουμε ασκήσεις μαζί!

1.

α. Το τριπλάσιο ενός αριθμού: $3x$

β. Το μισό ενός αριθμού: $\frac{x}{2}$

γ. Ένας αριθμός μειωμένος κατά 5: $x - 5$

δ. Ένας αριθμός μεγαλύτερος κατά 8: $x + 8$

ε. Το τριπλάσιο ενός αριθμού ελαττώνεται κατά 4: $3x - 4$

στ. Το πενταπλάσιο ενός αριθμού αυξάνεται κατά 1: $5x + 1$

ζ. Το 20 μειώνεται κατά το τετραπλάσιο ενός αριθμού: $20 - 4x$

η. Το $\frac{1}{2}$ ενός αριθμού είναι ίσο με 12: $\frac{x}{2} = 12$, άρα $x = 24$

θ. Το δεκαπλάσιο ενός αριθμού είναι μικρότερο από 9: $10x < 9$

ι. Το εκατονταπλάσιο ενός αριθμού είναι μεγαλύτερο του 30:
 $100x > 30$

ια. Το διπλάσιο ενός αριθμού μειωμένο κατά 3 είναι μικρότερο του 14:
 $2x - 3 < 14$

ιβ. Το τριπλάσιο του αθροίσματος ενός αριθμού με το 1 είναι ίσο με 12:
 $3(x + 1) = 12$, άρα $3x = 9$, άρα $x = 3$

ιγ. Το άθροισμα δύο διαδοχικών φυσικών αριθμών:
 $x + (x + 1) = 2x + 1$

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

2. Γράψε τις παρακάτω προτάσεις χρησιμοποιώντας μια μεταβλητή:

α. Το διπλάσιο ενός αριθμού: $2x$

β. Ένας αριθμός αυξημένος κατά 5: $x + 5$

γ. Ένας αριθμός ελαττωμένος κατά 12: $x - 12$

δ. Το τριπλάσιο ενός αριθμού είναι 15: $3x = 15$, άρα $x = 5$

ε. Το πενταπλάσιο ενός αριθμού αυξάνεται κατά 1: $5x + 1$

στ. Από έναν αριθμό αφαιρώ 5 και βρίσκω 12:

$$x - 5 = 12, \quad \text{άρα } x = 17$$

3.

α) $x + 10$	Ένας αριθμός αυξημένος κατά 10
β) $x - 5$	Ένας αριθμός μειωμένος κατά 5
γ) $4 \cdot x$	Το τετραπλάσιο ενός αριθμού
δ) $2 \cdot x < 30$	Το διπλάσιο ενός αριθμού είναι μικρότερο από 30
ε) $20 - x = 3$	Από το 20 αφαιρώ έναν αριθμό και βρίσκω 3.
στ) $x + 8 = 15$	Ένας αριθμός αυξημένος κατά 8 ισούται με 15.

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

4.

α) $x + 2$	Ένας αριθμός αυξημένος κατά 2
β) $x : 2$	Το μισό ενός αριθμού
γ) $6 \cdot x$	Το εξαπλάσιο ενός αριθμού
δ) $x + 3 = 8$	Ένας αριθμός αυξημένος κατά 3 ισούται με 8.
ε) $x - 2 = 8$	Ένας αριθμός μειωμένος κατά 2 ισούται με 8.
στ) $2 \cdot x = 10$	Το διπλάσιο ενός αριθμού ισούται με 10.

📖 Ας λύσουμε μερικά προβλήματα...**1.**

Έστω ότι η Λένα έχει « x » χρήματα. Ο Κώστας έχει τα τριπλάσια, άρα έχει $3x$ και η Άννα εφόσον έχει τα διπλάσια έχει $2x$. Συνεπώς, και τα δύο παιδιά μαζί έχουν συνολικά: $3x + 2x = 5x$.

2.

Έστω ότι η Έλενα έχει « x » χρήματα. Αφού η Χριστίνα έχει 12€ λιγότερα από την Έλενα, η Χριστίνα έχει: $x - 12$.

Και τα δύο κορίτσια έχουν μαζί περισσότερα από 40€, δηλαδή:

$$x + (x - 12) > 40, \text{ άρα } 2x - 12 > 40$$

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

3. Η ταχύτητα του ήχου στον αέρα είναι 340μ. το δευτερόλεπτο και στο θαλασσινό νερό 1.480μ. το δευτερόλεπτο. Αν παραστήσουμε με ψ το χρόνο σε δευτερόλεπτα.

α) Να εκφράσεις την απόσταση που έχει καλύψει ο ήχος μετά από μια υποθαλάσσια έκρηξη, χρησιμοποιώντας τη μεταβλητή ψ , στον αέρα και στο νερό.

β) Να υπολογίσεις για $\psi=2$ και $\psi=4$ πόση απόσταση έχει διανύσει ο ήχος στον αέρα και στο νερό.

α)

Αφού ο ήχος ταξιδεύει με μια ταχύτητα ίδια σε κάθε δευτερόλεπτο, για να βρούμε πόση απόσταση θα έχει καλύψει σε μια έκρηξη, αρκεί να πολλαπλασιάσουμε τα δευτερόλεπτα που διαρκεί η έκρηξη με την αντίστοιχη ταχύτητα για τον αέρα και για το νερό.

Για τον αέρα: 340ψ

Για το νερό: 1.480ψ

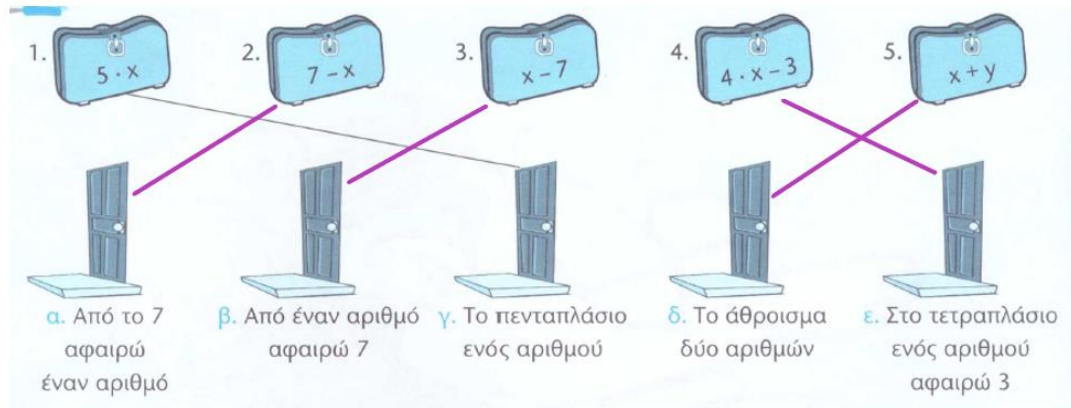
β) Για τον αέρα: $\left\{ \begin{array}{l} \text{για } \psi = 2: 340 * 2 = 680 \text{ μέτρα} \\ \text{για } \psi = 4: 340 * 4 = 1.360 \text{ μέτρα} \end{array} \right\}$

Για το νερό: $\left\{ \begin{array}{l} \text{για } \psi = 2: 1.480 * 2 = 2.960 \text{ μέτρα} \\ \text{για } \psi = 4: 1.480 * 4 = 5.920 \text{ μέτρα} \end{array} \right\}$

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

⌚ Ώρα για παιχνίδι...

1.



Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Κεφάλαιο 26^ο

Εξισώσεις στις οποίες ο άγνωστος είναι προσθετός

«Μαθαίνω να ισορροπώ!»

1.

α. $x+4=7$ $x=7-4$ $x=3$	β. $x+34=82$ $x=82-34$ $x=48$
γ. $x+5=12$ $x=12-5$ $x=7$	δ. $17+x=30$ $x=30-17$ $x=13$
ε. $X+89=100$ $X=100-89$ $X=11$	στ. $X+(0,8+0,2)=9,1$ $X+1=9,1$ $X=9,1-1$ $X=9,1$
ζ. $435,8+x=570-100$ $435,8+x=470$ $x=470-435,8$ $x=34,2$	η. $19+x=70-35$ $19+x=35$ $x=35-19$ $x=16$

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

2.

α. $x+10=45$
 $x=45-10$
 $x=35$

β. $25+x=40$
 $x=40-25$
 $x=15$

γ. $x+35,2=50$
 $x=50-35,2$
 $x=14,8$

δ. $205+x=425,5$
 $x=425,5-205$
 $x=220,5$

3. α.

Καθαρό Βάρος	Απόβαρο	Μεικτό Βάρος	Βρίσκουμε τον άγνωστο x
X	25	100	$X+25=100$ οπότε $x=100-25$ και $x=75$
750	X	900	$750+x=900$, οπότε $x=900-750$, $x=150$
X	175	1.200	$X+175=1.200$, οπότε $x=1.200-175$, $x=1.025$
1.750	x	2.250	$1.750+x=2.250$, οπότε $x=2.250-1.750$, $x=500$

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Β.

Τιμή Αγοράς	Κέρδος	Τιμή πώλησης	Βρίσκουμε τον άγνωστο χ
100	χ	125	$100 + \chi = 125$, οπότε $\chi = 125 - 100$, $\chi = 25$
χ	375	1.600	$\chi + 375 = 1.600$, οπότε $\chi = 1.600 - 375$, $\chi = 1.225$
2.980	χ	3.560	$2.980 + \chi = 3.560$, οπότε $\chi = 3.560 - 2.980$, $\chi = 580$
χ	7.250	25.000	$\chi + 7.250 = 25.000$, οπότε $\chi = 25.000 - 7.250$, $\chi = 17.750$

4.

$$\begin{aligned} \alpha. \quad 2\frac{3}{4} + \chi &= 10 \\ \frac{11}{4} + \chi &= 10 \\ \chi &= 10 - 2,75 \\ \chi &= 7,25 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta. \quad \chi + 2\frac{1}{2} &= 12 \\ \chi + \frac{5}{2} &= 12 \\ \chi &= 12 - 2,5 \\ \chi &= 9,5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \gamma. \quad \frac{7}{8} + \chi &= 12\frac{1}{4} \\ \frac{7}{8} + \chi &= \frac{49}{4} \\ \chi &= \frac{98}{8} - \frac{7}{8} \\ \chi &= \frac{91}{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta. \quad \frac{1}{100} + \chi &= 0,1 \\ \chi &= 0,1 - 0,01 \\ \chi &= 0,09 \end{aligned}$$

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Ας λύσουμε μερικά προβλήματα...

1.

Ο σκοπός του προβλήματος είναι να ισορροπήσει η ζυγαριά. Επομένως, πρέπει οι δύο δίσκοι να έχουν ακριβώς το ίδιο βάρος. Συμβολίζουμε με μεταβλητή τη διαφορά του βάρους μεταξύ των δύο δίσκων. Άρα, προκύπτει:

$$145 = 55 + \chi, \text{ άρα: } \chi = 145 - 55, \text{ οπότε } \chi = 95 \text{ γραμμάρια.}$$

2.

Αφού ο Νίκος μετά τα γενέθλιά του μέτρησε περισσότερα παιχνίδια από όσα είχε πριν, θεωρούμε τη διαφορά ίση με « χ ». Άρα: $26 + \chi = 38$, οπότε $\chi = 38 - 26$, άρα $\chi = 12$. Επομένως, ο Νίκος πήρε 12 επιπλέον παιχνίδια.

3.

Σκοπός μας είναι να υπολογίσουμε πόσα είναι τα αγόρια. Τα αγόρια θα είναι ίσα με τη διαφορά των κοριτσιών από το σύνολο των μαθητών. Επομένως:

$\text{αγόρια} + \text{κορίτσια} = \text{μαθητές}$, άρα, $\chi + 17 = 31$, οπότε προκύπτει:

$$\chi = 31 - 17, \chi = 14 \text{ αγόρια.}$$

4.

Έστω χ ο αριθμός που ψάχνουμε. Συνεπώς, έχουμε:

$$\chi + 19 = 57, \text{ οπότε } \chi = 57 - 19, \text{ άρα } \chi = 38.$$

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

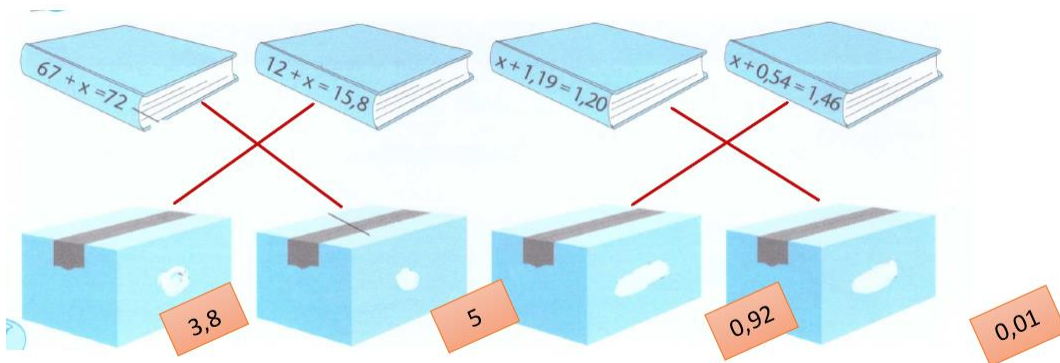
5.

Έστω x τα χρήματα που έχει ο Χρήστος. Άρα, αφού ο Βαγγέλης έχει 35€ περισσότερα από το Χρήστο, ισχύει:

$$x + 35 = 90, \text{οπότε } x = 90 - 35, \text{άρα } x = 55\text{€}.$$

⌚ Ώρα για παιχνίδι...

1. Βάλε κάθε βιβλίο στο σωστό κουτί



Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Κεφάλαιο 27^ο

Εξισώσεις στις οποίες ο άγνωστος είναι ο μειωτέος ή αφαιρετέος

«Μαθηματικά σε Κίνηση!»

1.

α. $x - 4 = 5$
 $x = 5 + 4$
 $x = 9$

β. $x - 34 = 82$
 $x = 82 + 34$
 $x = 116$

γ. $x - 5 = 2$
 $x = 2 + 5$
 $x = 7$

δ. $x - 51,2 = 64,5$
 $x = 64,5 + 51,2$
 $x = 115,7$

ε. $x - 819 = 901$
 $x = 901 + 819$
 $x = 1.720$

στ. $x - 123 = 486$
 $x = 486 + 123$
 $x = 609$

ζ. $x - (42 + 18) = 5$
 $x - 60 = 5$
 $x = 5 + 60$
 $x = 65$

η. $x - (73 - 56) = 18$
 $x - 17 = 18$
 $x = 18 + 17$
 $x = 35$

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

2.

$$\alpha. x - 67 = 85$$

$$x = 85 + 67$$

$$x = 152$$

$$\beta. x - 5,4 = 52,6$$

$$x = 52,6 + 5,4$$

$$x = 58$$

$$\gamma. (78 + 34) - x = 27$$

$$112 - x = 27$$

$$x = 112 - 27$$

$$x = 85$$

$$\delta. 894 - x = 76$$

$$x = 894 - 76$$

$$x = 818$$

3.

Τιμή Αγοράς	Ζημία	Τιμή Πώλησης	Βρίσκουμε τον άγνωστο x
100	x	80	$100 - x = 80$, οπότε $x = 100 - 80$, $x = 20$
x	250	500	$x - 250 = 500$, οπότε $x = 500 + 250$, $x = 750$
x	2,5	47,5	$x - 2,5 = 47,5$, οπότε $x = 47,5 + 2,5$, $x = 50$
1.000	x	745	1.

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Αρχική Τημή	Έκπτωση	Τελική Τιμή	Βρίσκουμε τον άγνωστο χ
50	χ	40	$50 - \chi = 40$, οπότε $\chi = 50 - 40$, $\chi = 10$
χ	100	300	$\chi - 100 = 300$, οπότε $\chi = 300 + 100$, $\chi = 400$
85	χ	76,5	$85 - \chi = 76,5$, οπότε $\chi = 85 - 76,5$, $\chi = 8,5$
χ	70	280	$\chi - 70 = 280$, οπότε $\chi = 280 + 70$, $\chi = 350$

4.

α. $\chi - (375 + 615) = 10$
 $\chi - 990 = 10$
 $\chi = 10 + 990$
 $\chi = 1.000$

β. $(49 + 52) - \chi = 100$
 $101 - \chi = 100$
 $\chi = 101 - 100$
 $\chi = 1$

γ. $(63,8 + 46,7) - \chi = 6,5$
 $110,5 - \chi = 6,5$
 $\chi = 110,5 - 6,5$
 $\chi = 104$

δ. $\chi - (0,95 + 4,55) = 4,5$
 $\chi - 5,5 = 4,5$
 $\chi = 4,5 + 5,5$
 $\chi = 10$

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

 **Ας λύσουμε μερικά προβλήματα...****1.**

Έστω « x » ο αριθμός που ψάχνουμε. Προκύπτει:
 $x - 3,4 = 8,1$, οπότε $x = 8,1 + 3,4$, άρα $x = 11,5$

2.

Έστω « x » τα χρήματα που πήρε η Νίκη από τη μητέρα της.
Ισχύει:

$$x - (1,50 + 1,70) = 3,80, \text{ οπότε } x - 3,20 = 3,80, \text{ άρα, } x \\ = 3,80 + 3,20, \text{ άρα } x = 7\text{€}.$$

3.

Έστω « x » τα χρήματα που ξόδεψε ο Κωνσταντίνος στο τριήμερο.
Ισχύει: $11,30 - x = 0,65$, οπότε $x = 11,30 - 0,65$, άρα $x = 10,65\text{€}$.

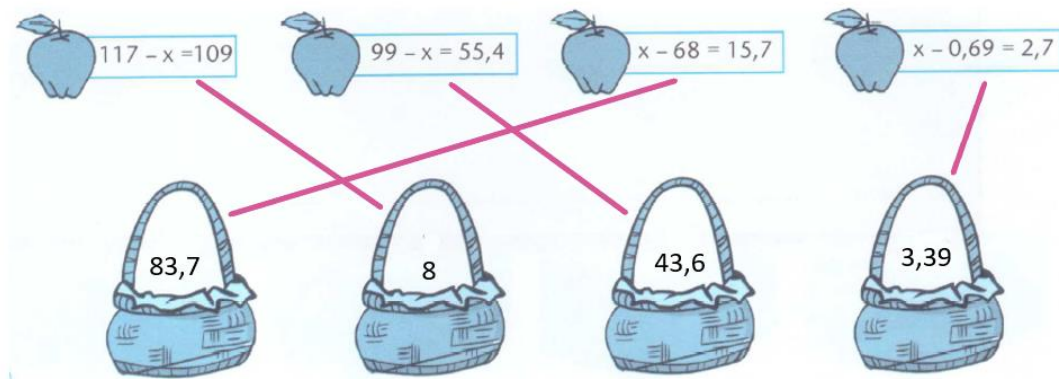
4.

Έστω « x » ο αριθμός που ψάχνουμε. Θα ισχύει:
 $11,5 - x = 8,4$, οπότε $x = 11,5 - 8,4$, άρα $x = 3,1$.

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Ώρα για παιχνίδι...

1.



Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Κεφάλαιο 28^ο

Εξισώσεις στις οποίες ο άγνωστος είναι παράγοντας γινομένου

«Ο άγνωστος πολλαπλασιάζεται»

1.

α. $4 \cdot \chi = 32$
 $\chi = 32 : 4$
 $\chi = 8$

β. $7 \cdot \chi = 42$
 $\chi = 42 : 7$
 $\chi = 6$

γ. $\chi \cdot 6 = 54$
 $\chi = 54 : 6$
 $\chi = 9$

δ. $\chi \cdot 25 = 500$
 $\chi = 500 : 25$
 $\chi = 20$

ε. $\chi \cdot 0,4 = 4$
 $\chi = 4 : 0,4$
 $\chi = 10$

στ. $\frac{2}{8} \cdot \chi = 3$
 $0,25 \cdot \chi = 3$
 $\chi = 3 : 0,25$
 $\chi = 12$

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

2.

α. $x \cdot 25 = 100$
 $x = 100 : 25$
 $x = 4$

β. $40 \cdot x = 1.200$
 $x = 1.200 : 40$
 $x = 30$

γ. $x \cdot 12,5 = 125$
 $x = 125 : 12,5$
 $x = 10$

δ. $10,25 \cdot x = 1.025$
 $x = 1.025 : 10,25$
 $x = 100$

3.

Βάση Ορθογωνίου	Ύψος Ορθογωνίου	Εμβαδό Ορθογωνίου	Βρίσκουμε τον άγνωστο x
x	20	600	$x \cdot 20 = 600$, οπότε $x = 600 : 20$, $x = 30$
42	x	1.050	$42 \cdot x = 1.050$, οπότε $x = 1.050 : 42$, $x = 25$
x	8,4	105	$x \cdot 8,4 = 105$, οπότε $x = 105 : 8,4$, $x = 12,5$
18,25	x	219	$18,25 \cdot x = 219$, οπότε $x = 219 : 18,25$, $x = 12$

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Β.

Αριθμός τεμαχίων	Τιμή μονάδας	Τιμή πώλησης	Βρίσκουμε τον άγνωστο χ
4	χ	60	$4 \cdot \chi = 60$, οπότε $\chi = 60 : 4$, $\chi = 15$
χ	20	1.000	$\chi \cdot 20 = 1.000$, οπότε $\chi = 1.000 : 20$, $\chi = 50$
75	χ	187,5	$75 \cdot \chi = 187,5$, οπότε $\chi = 187,5 : 75$, $\chi = 2,5$
χ	1,5	60	$\chi \cdot 1,5 = 60$, οπότε $\chi = 60 : 1,5$, $\chi = 40$

4.

α. $2\frac{1}{2} \cdot \chi = 5$
 $\frac{5}{2} \cdot \chi = 5$
 $2,5 \cdot \chi = 5$
 $\chi = 5 : 2,5$
 $\chi = 2$

β. $\chi \cdot 2\frac{1}{2} = 10$
 $\chi \cdot \frac{5}{2} = 10$
 $\chi \cdot 2,5 = 10$
 $\chi = 10 : 2,5$
 $\chi = 4$

γ. $\frac{3}{5} \cdot \chi = 120$
 $0,6 \cdot \chi = 120$
 $\chi = 120 : 0,6$
 $\chi = 200$

δ. $2\frac{3}{4} \cdot \chi = 5\frac{1}{2}$
 $\frac{11}{4} \cdot \chi = \frac{11}{2}$
 $\chi = \frac{11}{2} : \frac{11}{4}$
 $\chi = \frac{11}{2} \cdot \frac{4}{11}$
 $\chi = 2$

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

📖 Ας λύσουμε μερικά προβλήματα...

1.

Αφού ο υπάλληλος θέλει να αγοράσει μια τηλεόραση με 748€, θα πρέπει να δουλέψει τόσες ώρες όσες χρειάζεται για να μαζέψει τα χρήματα, δηλαδή x ώρες. Αφού παίρνει πάντα 4€ την ώρα, ισχύει:

$$4 * x = 748, \text{ οπότε } x = 748 : 4, \text{ άρα } x = 187 \text{ ώρες.}$$

2.

Έστω x ο αριθμός που αναζητούμε. Άρα:

$$47 * x = 3.055, \text{ οπότε } x = 3.055 : 47, \text{ άρα } x = 65$$

Η περίμετρος ορίζεται ως το άθροισμα των πλευρών ενός σχήματος. Υποθέτουμε ότι η κάθε πλευρά έχει μήκος x . Αφού το εξάγωνο έχει 6 πλευρές, συμπεραίνουμε ότι:

$$6 * x = 32,4, \text{ οπότε } x = 32,4 : 6, \text{ άρα } x = 5,4 \text{ εκατοστά.}$$

3.

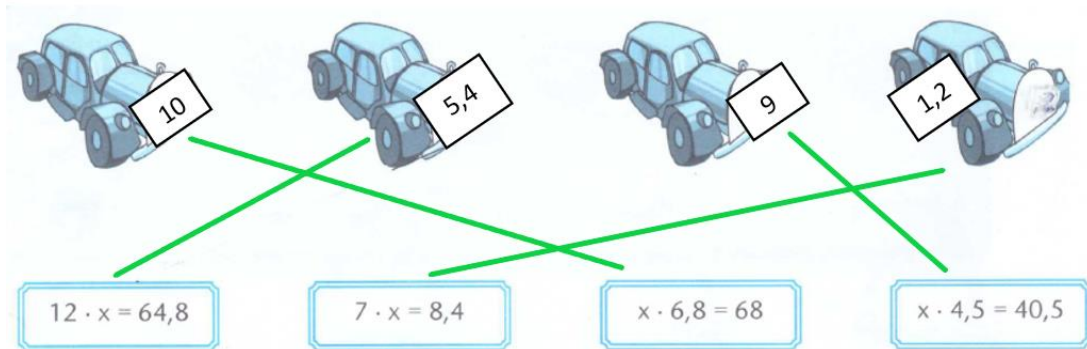
Έστω x ο αριθμός των σελίδων που θα χρησιμοποιήσει. Δεδομένου ότι κάθε σελίδα χωράει 15 αυτοκόλλητα, προκύπτει:

$$x * 15 = 345, \text{ οπότε } x = 345 : 15, \text{ άρα } x = 23 \text{ σελίδες.}$$

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

⌚ Ώρα για παιχνίδι...

1.



Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Κεφάλαιο 29^ο

Εξισώσεις στις οποίες ο άγνωστος είναι διαιρετέος ή διαιρέτης

«Αντανακλάσεις...»

1.

α. $x : 4 = 6$
 $x = 4 \cdot 6$
 $x = 24$

β. $x : 18 = 47$
 $x = 47 \cdot 18$
 $x = 846$

γ. $x : 13 = 10$
 $x = 10 \cdot 13$
 $x = 130$

δ. $x : 24 = 45$
 $x = 45 \cdot 24$
 $x = 1.080$

ε. $x : 14,5 = 6$
 $x = 6 \cdot 14,5$
 $x = 87$

στ. $x : 0,2 = 10$
 $x = 10 \cdot 0,2$
 $x = 2$

ζ. $388 : x = 97$
 $x = 388 : 97$
 $x = 4$

η. $40 : x = 200$
 $x = 40 : 200$
 $x = 0,2$

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

2.

$$\begin{aligned} \alpha. X : 20 &= 25 \\ X &= 25 \cdot 20 \\ X &= 500 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta. \chi : 2,5 &= 10 \\ \chi &= 10 \cdot 2,5 \\ \chi &= 25 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \gamma. 125 : \chi &= 25 \\ \chi &= 125 : 25 \\ \chi &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta. 0,01 : \chi &= 40 \\ \chi &= 0,01 : 40 \\ \chi &= 0,00025 \end{aligned}$$

3.

Διαιρετέος	15	100	1.000	1	10	30
Διαιρέτης	20	25	125	4	2,5	40
Πηλίκο	0,75	4	8	0,25	4	0,75

4.

$$\begin{aligned} \alpha. \chi : \frac{2}{3} &= 30 \\ \chi &= 30 \cdot \frac{2}{3} \\ \chi &= \frac{60}{3} \\ \chi &= 20 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta. \frac{1}{10} : \chi &= 0,01 \\ \chi &= \frac{1}{10} : 0,01 \\ \chi &= 0,1 : 0,01 \\ \chi &= 10 \end{aligned}$$

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

$$\begin{aligned} \gamma. 15\frac{3}{4} : \chi &= 2\frac{1}{4} \\ \frac{63}{4} : \chi &= \frac{9}{4} \\ \chi &= \frac{63}{4} : \frac{9}{4} \\ \chi &= \frac{63}{4} * \frac{4}{9} \\ \chi &= 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta. \frac{3}{4} : \chi &= 1\frac{1}{2} \\ \chi &= \frac{3}{4} : \frac{3}{2} \\ \chi &= \frac{3}{4} * \frac{2}{3} \\ \chi &= \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0.5 \end{aligned}$$

 Ας λύσουμε μερικά προβλήματα...

1.

Έστω χ ο αριθμός των σελίδων που πρέπει να έχει το άλμπουμ του Τάκη. Η κάθε σελίδα χωράει 5 φωτογραφίες και αυτός θέλει να συμπληρώσει ακριβώς όλο το άλμπουμ με 135 φωτογραφίες, δηλαδή θέλει να το γεμίσει όλο. Άρα:

$$5 * \chi = 135, \text{ οπότε } \chi = 135 : 5 = 27 \text{ σελίδες}$$

2.

Έστω χ ο αριθμός που ψάχνουμε. Αφού το 624 είναι το μισό του αριθμού αυτού, συμπεραίνουμε ότι ο χ είναι ο διπλάσιος αριθμός. Άρα:

$$\frac{\chi}{2} = 624, \quad \text{οπότε } \chi = 2 * 624 = 1.248$$

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

3.

Έστω x ο ζητούμενος αριθμός. Προκύπτει:

$$\frac{1}{8} * x = 125, \text{οπότε } x = 125 * 8, \text{άρα } x = 1.000.$$

4.

Έστω x το ποσό που ψάχνουμε. Εφόσον ξέρουμε σε πόσα άτομα θα το μοιράσουμε δίκαια και πόσα χρήματα θα πάρει το κάθε άτομο, προκύπτει:

$$x : 12 = 250, \text{οπότε } x = 12 * 250 = 3.000.$$

5.

Έστω x ο αριθμός των συσκευασιών. Εφόσον ξέρουμε πόσες ξυλομπογιές θέλουμε να μοιράσουμε και πόσες θα περιέχει κάθε συσκευασία, προκύπτει:

$$780 : x = 12, \text{οπότε } x = 780 : 12, \text{άρα } x = 65 \text{ συσκευασίες.}$$

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

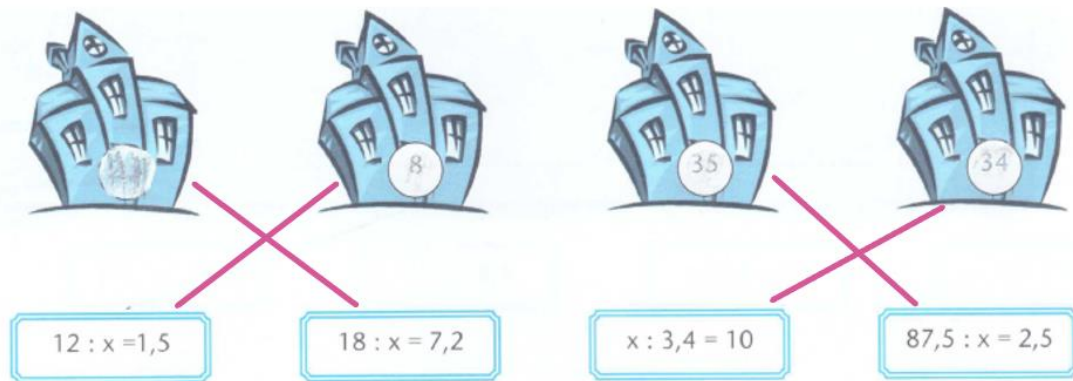
6. Βρίσκω τον αριθμό που διαιρεί το 387 και δίνει 9.

Έστω x ο διαιρέτης που ψάχνουμε. Γνωρίζουμε το διαιρετέο και το πηλίκο, οπότε:

$$387 : x = 9, \quad \text{οπότε } x = 387 : 9, \quad \text{άρα } x = 43.$$

8 Ώρα για παιχνίδι...

1.



Απλά και Κατανοητά η Γνώση!



Αξίες για μια ζωή!

- ✓ Εξυπνάδα
- ✓ Κριτική Σκέψη
- ✓ Αυτοπεποίθηση

Βρες το Δάσκαλό σου!
στο arnos.gr

Ο Καθηγητής - Δάσκαλος arnos.gr:

- ★ Διδάσκει μεθοδικά και οργανωμένα με το Τετράδιο Σπουδής.
- ★ Καθοδηγεί το Μαθητή να μαθαίνει βήμα - βήμα.
- ★ Οδηγεί στην **Αυτομάθηση**.
- ★ Υλοποιεί τους στόχους του μαθήματος.
- ★ Πιστοποιεί με διαγωνίσματα την πρόοδο του Μαθητή.

Γιατί επιλέγω Τετράδιο Σπουδής;

- ★ Είναι απαραίτητο διδακτικό εργαλείο βασισμένο στους στόχους του μαθήματος και τον τρόπο Υλοποίησής του.
- ★ Σε αυτό βρίσκεται το υλικό Διδασκαλίας για τον Καθηγητή και Μελέτης για το Μαθητή.
- ★ Το Τετράδιο Σπουδής σε συνδυασμό με το course οδηγούν το **Μαθητή** στην **Αυτομάθηση**.
- ★ Είναι το Φροντιστηριακό Εγχειρίδιο πραγματοποίησης της **online διδασκαλίας με φυσικό τρόπο**.
- ★ Με αυτό **ενημερώνονται άμεσα οι γονείς** και **ελέγχουν την πρόοδο** του παιδιού τους.

Τετράδια Σπουδής για:

Δημοτικό

Μαθηματικά



Φυσικά



Γλώσσα



6-12
ετών

