

Μαζί μας η Εκπαίδευση γίνεται παιχνίδι



Μαθηματικά

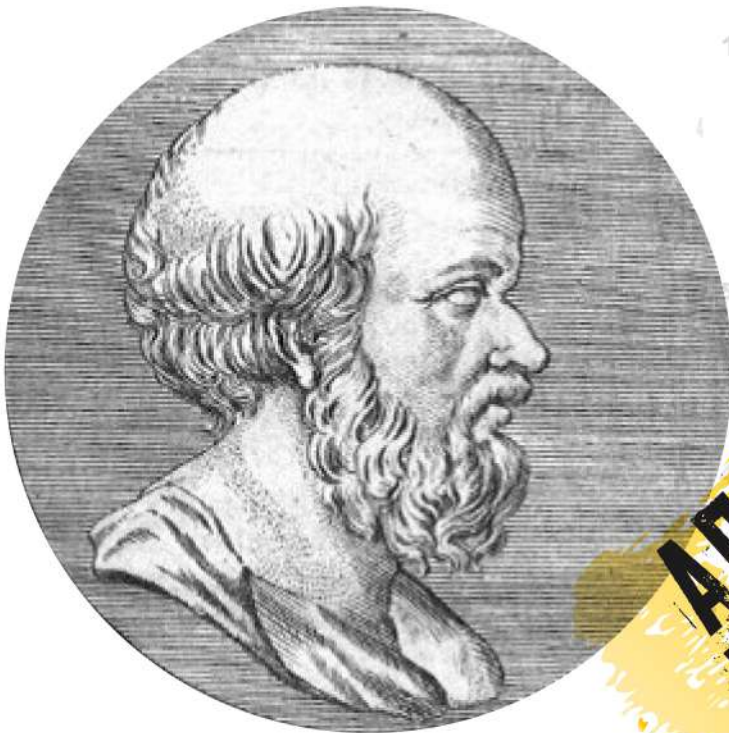
Τετράδιο Σπουδής

β τεύχος

Α'

Γυμνασίου

 **ΑΡΝΟΣ**
Online Education



ΕΡΑΤΟΣΘΕΝΗΣ Ο ΚΥΡΗΝΑΙΟΣ
276-195 ΠΧ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ
ΕΡΩΤΗΣΕΩΝ & ΑΣΚΗΣΕΩΝ

★ **100%** ★
ΕΠΙΤΥΧΙΑ
Μέθοδος
ΑΡΝΟΣ

Τετράδιο Σπουδής - Γιατί;

Το Τετράδιο Σπουδής ΑΡΝΟΣ είναι βασισμένο στη Μέθοδο ΑΡΝΟΣ, ένα σύστημα μάθησης με Στόχους – Υλοποίηση – Πιστοποίηση.

Βοηθάει το μαθητή να οικοδομήσει τη σκέψη του βήμα-βήμα, απλά και κατανοητά. Είναι Φροντιστηριακό Εγχειρίδιο βάσει του οποίου γίνεται η διδασκαλία στο online μάθημα με «φυσικό» τρόπο. Ο δάσκαλος γράφει και υπογραμμίζει παράλληλα με το μαθητή.

Το Τετράδιο Σπουδής αποτελείται από:

- ★ Οπτικοποιημένη Θεωρία με ροή & συνέχεια
- ★ Ασκήσεις για Διδασκαλία και Εξάσκηση
- ★ Συνδυαστικές και Επαναληπτικές Ασκήσεις
- ★ Θέματα Προσομοίωσης Εξετάσεων

Πιστοποίηση Γνώσεων

Σε προγραμματισμένες ημερομηνίες διεξάγονται online ή/και δια ζώσης **Επαναληπτικά Τεστ Αξιολόγησης** στα οποία ο μαθητής πιστοποιεί και επαληθεύει τις γνώσεις του.

Για τους Γονείς

Πώς ο γονέας μπορεί να έχει εικόνα και εποπτεία στην πρόοδο του παιδιού του;

Το Τετράδιο Σπουδής είναι σχεδιασμένο με τέτοιον τρόπο για τη βήμα – βήμα εξάσκηση του μαθητή, μεταβαίνοντας με ασφάλεια από τα πιο απλά στα πιο σύνθετα. Επίσης, είναι ένας φυσικός τρόπος ο Γονέας να ελέγχει την πρόοδο του παιδιού του.

Πώς γίνεται η εποπτεία από το γονέα;

Σε κάθε μάθημα ελέγχει την ορθότητα των λύσεων, την κατανόηση και τη συμμετοχή του παιδιού στα μαθήματα.

Διδασκαλία στον ΑΡΝΟ σημαίνει:

- ★ Απεριόριστη μελέτη με video lessons
- ★ Αυτομάθηση στο App Arnos Learn
- ★ Coaching εξατομικευμένο
- ★ Μοτίβα Μάθησης και Εξάσκησης
- ★ Κάθε Απορία για εμάς είναι Πρόκληση!

★ Μέθοδος ΑΡΝΟΣ

Η **Μέθοδος ΑΡΝΟΣ** οδηγεί κάθε μαθητή, ανεξαρτήτως γνώσεων ή επιπέδου, να μελετά από το επίπεδο όπου αισθάνεται άνετα, ώστε να διαμορφώσει γερές βάσεις για μάθηση.

Live Διδασκαλία Το online μάθημα γίνεται με φυσικό τρόπο, γιατί συνδυάζει την Τεχνολογία, το Πνεύμα, την Οργάνωση και την Εμπειρία.

Τετράδιο Σπουδής Είναι ο οδηγός για τη διδασκαλία του μαθήματος, την εξάσκηση του μαθητή και την πραγματοποίηση της online διδασκαλίας με Λόγο, Εικόνα και Παρατήρηση.

Καθηγητής Είναι ο σκηνοθέτης της διδακτικής πράξης, ο οποίος δρα σε ένα οργανωμένο εκπαιδευτικό οικοσύστημα με Στόχους, Μαθησιακό Πλάνο και Ευθύνη.

«Μέθοδος ΑΡΝΟΣ... το καταστάλαγμα μιας πορείας 35 ετών με εκπαιδευτικές και εκδοτικές επιτυχίες, με ταξίδια πολιτισμού, συμμετοχή σε Διεθνείς Εκθέσεις και αποτυχίες... μα, κυρίως, η παρακαταθήκη του ζευγολάτη πατέρα - Αρνού.»

Γιάννης Π. Κρόκος



Τετράδιο Σπουδής

2^ο Τεύχος

Μαθηματικά Α΄ Γυμνασίου

ΛΥΣΕΙΣ - ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

- Οδηγός για τη Διδασκαλία του Καθηγητή
- Οδηγός για τη Μελέτη του Μαθητή
- Διδασκαλία Online με φυσικό τρόπο
- Τόπος Εποπτείας Προόδου από το Γονέα
- Διδασκαλία με Πιστοποιημένους Καθηγητές ΑΡΝΟΣ

ΑΘΗΝΑ 2022



Μαθηματικά Α΄ Γυμνασίου – Λύσεις 2^{ου} Τετραδίου Σπουδής

Απαγορεύεται η αναδημοσίευση και γενικά η ολική, μερική ή περιληπτική αναπαραγωγή και μετάδοση έστω και μιας σελίδας του παρόντος βιβλίου κατά παράφραση ή διασκευή με οποιονδήποτε τρόπο (μηχανικό, ηλεκτρονικό, φωτοτυπικό κ.λπ. – Ν. 2121/93, άρθρο 51).

Η απαγόρευση αυτή ισχύει και για τις δημόσιες υπηρεσίες, βιβλιοθήκες, οργανισμούς κ.λπ. (άρθρο 18). Οι παραβάτες διώκονται (άρθρο 13) και τους επιβάλλονται κατάσχεση, αστικές και ποινικές κυρώσεις σύμφωνα με το νόμο (άρθρο 64-66).

Συντακτική Ομάδα Κέντρου ΑΡΝΟΣ

Διευθυντής σειράς: Ιωάννης Π. Κρόκος
Συνεργάστηκαν: Κυριακή Γιαντσοπούλου
Βασίλειος Κ. Τσιλιβής

ΑΡΝΟΣ ONLINE EDUCATION



ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Μέρος Α΄: Αριθμητική - Άλγεβρα

3^ο Κεφάλαιο: Δεκαδικοί αριθμοί

- 3.1. Δεκαδικά κλάσματα – Δεκαδικοί αριθμοί – Διάταξη δεκαδικών - Στρογγυλοποίηση
Απαντήσεις - Λύσεις.....5
- 3.2. Πράξεις με δεκαδικούς αριθμούς – Δυνάμεις με βάση δεκαδικό αριθμό (εκτός ύλης)
- 3.3. Υπολογισμοί με τη βοήθεια υπολογιστή τσέπης (εκτός ύλης)
- 3.4. Τυποποιημένη μορφή μεγάλων αριθμών (εκτός ύλης)
- 3.5. Μονάδες μέτρησης
Απαντήσεις - Λύσεις.....35

4^ο Κεφάλαιο: Εξισώσεις και Προβλήματα

- 4.1. Η έννοια της εξίσωσης -
Οι εξισώσεις $\alpha + x = \beta$, $x - \alpha = \beta$, $\alpha - x = \beta$, $\alpha x = \beta$, $\alpha : x = \beta$ και $x : \alpha = \beta$
Απαντήσεις - Λύσεις.....87
- 4.2. Επίλυση προβλημάτων
Απαντήσεις - Λύσεις.....110
- 4.3. Παραδείγματα επίλυσης προβλημάτων
Απαντήσεις - Λύσεις.....110

5° Κεφάλαιο: Ποσοστά

5.1. Ποσοστά	
Απαντήσεις - Λύσεις.....	127
5.2. Προβλήματα με ποσοστά	
Απαντήσεις - Λύσεις.....	143

6° Κεφάλαιο: Ανάλογα ποσά – Αντιστρόφως ανάλογα ποσά (εκτός ύλης)

7° Κεφάλαιο: Θετικοί και αρνητικοί αριθμοί

7.1. Θετικοί και αρνητικοί αριθμοί (Ρητοί αριθμοί) – Η ευθεία των ρητών – Τετμημένη	
Απαντήσεις - Λύσεις.....	173
7.2. Απόλυτη τιμή ρητού – Αντίθετοι ρητοί – Σύγκριση ρητών	
Απαντήσεις - Λύσεις.....	186
7.3. Πρόσθεση ρητών αριθμών	
Απαντήσεις - Λύσεις.....	207
7.4. Αφαίρεση ρητών αριθμών	
Απαντήσεις - Λύσεις.....	207
7.5. Πολλαπλασιασμός ρητών αριθμών	
Απαντήσεις - Λύσεις.....	246
7.6. Διαίρεση ρητών αριθμών	
Απαντήσεις - Λύσεις.....	268
7.7. Δεκαδική μορφή ρητών αριθμών	(εκτός ύλης)
7.8. Δυνάμεις ρητών αριθμών με εκθέτη φυσικό	(εκτός ύλης)
7.9. Δυνάμεις ρητών αριθμών με εκθέτη ακέραιο	(εκτός ύλης)
7.10. Τυποποιημένη μορφή μεγάλων και μικρών αριθμών	(εκτός ύλης)

Κεφάλαιο 3 : Δεκαδικοί αριθμοί

3.1. Δεκαδικά κλάσματα - Δεκαδικοί αριθμοί - Διάταξη δεκαδικών αριθμών - Στρογγυλοποίηση

Ερωτήσεις Κατανόησης

Ερώτηση Κατανόησης Α – Απάντηση

1. Σωστό το Δ

4,9995

Τάξη στρογγυλοποίησης : χιλιοστά

Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : 9

Προηγούμενη τάξη : 5 = 5.

Αυξάνουμε κατά 1 εκατοστό (1 τάξη μεγαλύτερη των χιλιοστών) τον αριθμό που βρίσκεται αριστερά του 9, δηλαδή το 4,99 θα γίνει 5 και αντικαθιστούμε το 9 και τα δεξιά του ψηφία με 0. Επομένως, το αποτέλεσμα είναι 5.

2. Σωστό το Β

Κάθε δεκαδικό κλάσμα γράφεται ως δεκαδικός αριθμός ως εξής: Γράφουμε μόνο τον αριθμητή και χωρίζουμε με υποδιαστολή τόσα δεκαδικά ψηφία, όσα μηδενικά ο παρονομαστής.

Αν τα ψηφία του αριθμητή δε φτάνουν, συμπληρώνουμε όσα μηδενικά χρειαζόμαστε αριστερά του αριθμητή.

Έχουμε, λοιπόν:

$$\frac{3.020}{1.000} = 3,02$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

3. Σωστό το Γ

Μετατρέπουμε, αρχικά το κλάσμα σε δεκαδικό αριθμό και έπειτα κάνουμε την στρογγυλοποίηση. Έχουμε, $\frac{3}{8} = 0,375$.

Τάξη στρογγυλοποίησης : εκατοστά

Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : 7

Προηγούμενη τάξη : 5 = 5 . Το 5 και όλα τα προς τα δεξιά ψηφία αντικαθίστανται από το 0 και το 7 γίνεται 8. Επομένως, το αποτέλεσμα είναι 0,380 δηλαδή 0,38.

4. Σωστό το Β

Ένας δεκαδικός αριθμός μπορεί να μετατραπεί σε δεκαδικό κλάσμα ως εξής: Γράφουμε ένα κλάσμα που έχει αριθμητή τον αριθμό αυτό χωρίς την υποδιαστολή και παρονομαστή τη μονάδα ακολουθούμενη από τόσο μηδενικά όσα είναι τα δεκαδικά ψηφία του δεκαδικού αριθμού.

Έχουμε, λοιπόν, $1,34 = \frac{134}{100} = \frac{67}{50}$.

5. Σωστό το Γ

Για να συγκρίνουμε δύο δεκαδικούς αριθμούς, συγκρίνουμε ένα – ένα τα ψηφία τους από αριστερά προς δεξιά. Προσέχουμε στα τελευταία δεκαδικά ψηφία ενός αριθμού, όπου συχνά παραλείπουμε τα μηδενικά γιατί δεν προσδίδουν κάποια αξία στον αριθμό.

Άρα, ο αριθμός που είναι μικρότερος από το 1,097 είναι το 1,0946.

6. Σωστό το Γ

Γράφουμε, αρχικά τους αριθμούς με νούμερα ώστε να μπορούμε να κάνουμε ευκολότερα τη σύγκριση.

Έχουμε, $A = 1,9$, $B = 0,95$, $\Gamma = 0,915$, $\Delta = 0,951$.

Επομένως, συγκρίνοντας ανα δύο τους αριθμούς παρατηρούμε ότι το 0,915 είναι ο μικρότερος από όλους.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

7. Σωστό το Δ

Στην ανισότητα Δ παρατηρούμε ότι υπάρχει λάθος στη σχέση $10,08 < 7,8$, διότι αν συγκρίνουμε τα ακέραια μέρη έχουμε $10 > 7$ οπότε προκύπτει $10,08 > 7,8$ και η ανισότητα θα πρέπει να είχε γραφεί ως ακολούθως:

$$0,08 < 7,8 < 10,08$$

8. Σωστό το Γ

Ο αριθμός που μπορεί να μπει στο κενό είναι το 2,675 και η ανισότητα θα γίνει:

$$2,6 < 2,675 < 2,68$$

Επιλέγουμε το συγκεκριμένο αριθμό καθώς συγκρίνοντας τα εκατοστά θα έχουμε $0 < 7 < 8$.

9. Σωστό το Β

Μετατρέπουμε, αρχικά, τα κλάσματα σε δεκαδικούς αριθμούς. Έχουμε

$\frac{12}{100} = 0,12$ και $\frac{13}{100} = 0,13$. Ο αριθμός ανάμεσα στους δεκαδικούς αυτούς είναι τα 0,128 δηλαδή προκύπτει $0,120 < 0,128 < 0,130$, καθώς αν συγκρίνουμε τους 2 πρώτους αριθμούς στα χιλιοστά έχουμε $0 < 8$ και τους δύο τελευταίους αριθμούς στα εκατοστά έχουμε $2 < 3$.

10. Σωστό το Β

Μετατρέπουμε, αρχικά, τα κλάσματα σε δεκαδικούς αριθμούς. Έχουμε

$\frac{7}{10} = 0,7$ και $\frac{3}{1000} = 0,003$. Οπότε το άθροισμα τώρα γίνεται:

$$0,7 + 0,003 = 0,700 + 0,003 = 0,703$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

11. Σωστό το Β

Μετατρέπουμε, αρχικά, τα κλάσματα σε δεκαδικούς αριθμούς. Έχουμε

$$\frac{1}{5} = 0,2 \text{ και } \frac{28}{250} = 0,112.$$

Οπότε, μένει να συγκρίνουμε τους αριθμούς 0,108 , 0,200 , 0,190 και 0,1122. Ξεκινώντας την σύγκριση παρατηρούμε ότι στα δέκατα έχουμε $2 > 1$ και έτσι καταλήγουμε στο ότι ο αριθμός $0,200 = \frac{1}{5}$ είναι ο μεγαλύτερος από τους υπόλοιπους.

12. Σωστό το Γ

Μετατρέπουμε, αρχικά, τα κλάσματα σε δεκαδικούς αριθμούς.

Έχουμε:

$$\frac{4}{5} = 0,8, \quad \frac{81}{100} = 0,81 \text{ και } 0,801 \text{ ή ισοδύναμα έχουμε τους αριθμούς:}$$

$$0,800, \quad 0,810 \text{ και } 0,801$$

Συγκρίνοντας ανα δύο τους αριθμούς προκύπτει:

$$0,800 < 0,810 \text{ και } 0,800 < 0,81 \text{ και } 0,801 < 0,810.$$

Άρα, $0,800 < 0,801 < 0,810$.

$$\text{Οπότε } \frac{4}{5} < 0,801 < \frac{81}{100}.$$

13. Σωστό το Γ

Κάνουμε την στρογγυλοποίηση στα εκατοστά σε κάθε αριθμό της άσκησης για να καταλήξουμε στο συμπέρασμα.

- $A=3,243$

Τάξη στρογγυλοποίησης : εκατοστά

Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : 4

Προηγούμενη τάξη : $3 < 5$. Το 3 και όλα τα προς τα δεξιά ψηφία αντικαθίστανται από το 0 . Επομένως, το αποτέλεσμα είναι 3,24.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

- $B=3,235$

Τάξη στρογγυλοποίησης : εκατοστά

Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : 3

Προηγούμενη τάξη : $5 = 5$. Το 5 και όλα τα προς τα δεξιά ψηφία αντικαθίστανται από το 0 και το 3 γίνεται 4. Επομένως, το αποτέλεσμα είναι 3,24.

- $\Gamma=3,245$

Τάξη στρογγυλοποίησης : εκατοστά

Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : 4

Προηγούμενη τάξη : $5 = 5$. Το 5 και όλα τα προς τα δεξιά ψηφία αντικαθίστανται από το 0 και το 4 γίνεται 5. Επομένως, το αποτέλεσμα είναι 3,25.

- $\Delta=3,2409$

Τάξη στρογγυλοποίησης : εκατοστά

Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : 4

Προηγούμενη τάξη : $0 < 5$. Το 4 και όλα τα προς τα δεξιά ψηφία αντικαθίστανται από το 0 . Επομένως, το αποτέλεσμα είναι 3,24.

Τελικά , ο αριθμός που διαφέρει , μετά τις στρογγυλοποιήσεις, είναι το 3,245 .

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Σολωμού 29 Αθήνα τηλ: 210 38 22 157 info@arnos.gr www.arnos.gr

Ερωτήσεις Συμπλήρωσης Κενού

Ερώτηση Κατανόησης 1 – Απάντηση

80,79

Ο μεγαλύτερος αριθμός από 0 – 9 είναι το 9. Όμως, το 9 υπάρχει στη θέση των εκατοστών. Άρα επιλέγουμε στη θέση των δεκάδων το 8. Με την ίδια λογική στη θέση των δεκάτων θα μπει το 7 καθώς είναι ο αμέσως μεγαλύτερος αριθμός συγκριτικά με το 8 που δεν υπάρχει στα υπόλοιπα ψηφία.

Ερώτηση Κατανόησης 2 – Απάντηση

10,29

Ο μικρότερος αριθμός από 0 – 9 είναι το 0. Όμως, το 0 υπάρχει ήδη. Άρα επιλέγουμε στη θέση των δεκάδων το 1. Με την ίδια λογική στη θέση των δεκάτων θα μπει το 2 καθώς είναι ο αμέσως μικρότερος αριθμός συγκριτικά με το 1 που δεν υπάρχει στα υπόλοιπα ψηφία.

Ερώτηση Κατανόησης 3 – Απάντηση

23,75

Τάξη στρογγυλοποίησης : δέκατα

Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : x (ο αριθμός που λείπει)

Προηγούμενη τάξη : $5 = 5$. Το 5 και όλα τα προς τα δεξιά ψηφία αντικαθίστανται από το 0 και το x γίνεται $x+1$.

Το αποτέλεσμα θα πρέπει να είναι 23,8. Άρα, $x + 1 = 8$ δηλαδή $x = 8 - 1 = 7$.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Σολωμού 29 Αθήνα τηλ: 210 38 22 157 info@arnos.gr www.arnos.gr

Ερώτηση Κατανόησης 4 - Απάντηση

2,555

Τάξη στρογγυλοποίησης : εκατοστά

Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : x (ο αριθμός που λείπει)

Προηγούμενη τάξη : $5 = 5$. Το 5 και όλα τα προς τα δεξιά ψηφία αντικαθίστανται από το 0 και το x γίνεται $x+1$. Το αποτέλεσμα θα πρέπει να είναι 2,56 .

Άρα, $x + 1 = 6$ δηλαδή $x = 6 - 1 = 5$.**Ερώτηση Κατανόησης 5 - Απάντηση**

0,2327

Τάξη στρογγυλοποίησης : χιλιοστά

Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : x (ο αριθμός που λείπει)

Προηγούμενη τάξη : $7 > 5$. Το 7 και όλα τα προς τα δεξιά ψηφία αντικαθίστανται από το 0 και το x γίνεται $x+1$. Το αποτέλεσμα θα πρέπει να είναι 0,233 .

Άρα, $x + 1 = 3$ δηλαδή $x = 3 - 1 = 2$.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!Σολωμού 29 Αθήνα τηλ: 210 38 22 157 info@arnos.gr www.arnos.gr

Ερωτήσεις Σωστού (Σ) – Λάθος (Λ)

Ερώτηση Κατανόησης 1 – Απάντηση

A. Λάθος

- 63,72

Τάξη στρογγυλοποίησης : μονάδες

Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : 3

Προηγούμενη τάξη : $7 > 5$. Το 3 και όλα τα προς τα δεξιά ψηφία αντικαθίστανται από το 0 και το 3 γίνεται 4 . Επομένως, το αποτέλεσμα είναι 64.

B. Λάθος

- 42,8

Τάξη στρογγυλοποίησης : μονάδες

Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : 2

Προηγούμενη τάξη : $8 > 5$. Το 8 και όλα τα προς τα δεξιά ψηφία αντικαθίστανται από το 0 και το 2 γίνεται 3. Επομένως, το αποτέλεσμα είναι 43.

Γ. Σωστό

- 39,53

Τάξη στρογγυλοποίησης : μονάδες

Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : 9

Προηγούμενη τάξη : $5 = 5$. Αυξάνουμε κατά 1 τον αριθμό που βρίσκεται αριστερά του 9 δηλαδή το 3 θα γίνει 4 και αντικαθιστούμε το 9 και τα δεξιά του ψηφία με 0 . Επομένως, το αποτέλεσμα είναι 40.

Δ. Λάθος

- 99,64

Τάξη στρογγυλοποίησης : μονάδες

Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : 9

Προηγούμενη τάξη : $6 > 5$. Το 6 και όλα τα προς τα δεξιά ψηφία αντικαθίστανται από το 0 και το 9 γίνεται 10. Επομένως, το αποτέλεσμα είναι 100.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Ερώτηση Κατανόησης 2 – Απάντηση

A. Λάθος

- 62,35

Τάξη στρογγυλοποίησης : μονάδες

Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : 2

Προηγούμενη τάξη : $3 < 5$. Το 3 και όλα τα προς τα δεξιά ψηφία αντικαθίστανται από το 0 . Επομένως, το αποτέλεσμα είναι 62.

B. Σωστό

- 7,76

Τάξη στρογγυλοποίησης : μονάδες

Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : 7

Προηγούμενη τάξη : $7 > 5$. Το 7 και όλα τα προς τα δεξιά ψηφία αντικαθίστανται από το 0 και το 7 γίνεται 8. Επομένως, το αποτέλεσμα είναι 8.

Γ. Λάθος

- 432,53

Τάξη στρογγυλοποίησης : μονάδες

Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : 2

Προηγούμενη τάξη : $5 = 5$. Το 5 και όλα τα προς τα δεξιά ψηφία αντικαθίστανται από το 0 και το 2 γίνεται 3. Επομένως, το αποτέλεσμα είναι 433.

Δ. Λάθος

- 6,728

Τάξη στρογγυλοποίησης : μονάδες

Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : 6

Προηγούμενη τάξη : $7 > 5$. Το 7 και όλα τα προς τα δεξιά ψηφία αντικαθίστανται από το 0 και το 6 γίνεται 7. Επομένως, το αποτέλεσμα είναι 7.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Σολωμού 29 Αθήνα τηλ: 210 38 22 157 info@arnos.gr www.arnos.gr

Ερώτηση Αντιστοίχισης – Απάντηση

Κάθε δεκαδικό κλάσμα γράφεται ως δεκαδικός αριθμός ως εξής: Γράφουμε μόνο τον αριθμητή και χωρίζουμε με υποδιαστολή τόσα δεκαδικά ψηφία, όσα μηδενικά ο παρονομαστής. Αν τα ψηφία του αριθμητή δε φτάνουν, συμπληρώνουμε όσα μηδενικά χρειαζόμαστε αριστερά του αριθμητή. Έχουμε, λοιπόν:

- $\frac{7}{10} = 0,7$
- $\frac{7}{100} = 0,07$
- $\frac{7}{1000} = 0,007$
- $\frac{68}{10} = 6,8$
- $\frac{68}{1.000} = 0,068$

Ασκήσεις για Διδασκαλία

Άσκηση 1 – Λύση

- A. μονάδες
- B. εκατοστά
- Γ. χιλιοστά
- Δ. δέκατα

Άσκηση 2 – Λύση

- A. δεκάδες
- B. μονάδες
- Γ. δέκατα
- Δ. εκατοστά

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 3 - Λύση

Κάθε δεκαδικό κλάσμα γράφεται ως δεκαδικός αριθμός ως εξής: Γράφουμε μόνο τον αριθμητή και χωρίζουμε με υποδιαστολή τόσα δεκαδικά ψηφία, όσα μηδενικά ο παρονομαστής. Αν τα ψηφία του αριθμητή δε φτάνουν, συμπληρώνουμε όσα μηδενικά χρειαζόμαστε αριστερά του αριθμητή.

Έχουμε, λοιπόν τα ακόλουθα:

Α. $\frac{24}{10} = 2,4$

Δ. $\frac{2021}{10^4} = \frac{2021}{10000} = 0,2021$

Β. $\frac{142}{100} = 1,42$

Ε. $\frac{10^3}{10^5} = \frac{1000}{10000} = 0,1$

Γ. $\frac{3}{100} = 0,03$

Άσκηση 4 - Λύση

Α. $14:70 = \frac{14}{70} = 0,2$

Β. $26:4 = \frac{26}{4} = 6,5$

Γ. $121:200 = \frac{121}{200} = 0,605$

Δ. $72:90 = \frac{72}{90} = 0,8$

Ε. $36:200 = \frac{36}{200} = 0,18$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 5 - Λύση

Ένας δεκαδικός αριθμός μπορεί να μετατραπεί σε δεκαδικό κλάσμα ως εξής:
Γράφουμε ένα κλάσμα που έχει αριθμητή τον αριθμό αυτό χωρίς την υποδιαστολή και παρονομαστή τη μονάδα ακολουθούμενη από τόσο μηδενικά όσα είναι τα δεκαδικά ψηφία του δεκαδικού αριθμού.

$$A. 102,4 = \frac{1.024}{10}$$

$$B. 77,28 = \frac{7728}{100}$$

$$Γ. 102,491 = \frac{102.491}{1.000}$$

$$Δ. 1,240 = \frac{1.240}{1.000}$$

$$E. 0,087 = \frac{87}{1.000}$$

Άσκηση 6 - Λύση

Για να συγκρίνουμε δύο δεκαδικούς αριθμούς, συγκρίνουμε ένα - ένα τα ψηφία τους από αριστερά προς δεξιά. Προσέχουμε στα τελευταία δεκαδικά ψηφία ενός αριθμού, όπου συχνά παραλείπουμε τα μηδενικά γιατί δεν προσδίδουν κάποια αξία στον αριθμό.

Αρχικά, τοποθετούμε στο τέλος των αριθμών μηδενικά στο τέλος έτσι ώστε όλοι να έχουν το ίδιο πλήθος δεκαδικών ψηφίων.

Έχουμε, λοιπόν, τους αριθμούς:

101,110 11,010 11,100 1,001 11,001

Συγκρίνοντας τους αριθμούς αυτούς έχουμε:

$$1,001 < 11,001 < 11,010 < 11,100 < 101,110.$$

Οπότε η αύξουσα σειρά είναι 1,001 , 11,001 , 11,01 , 11,1 , 101,11 .

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 7 – Λύση

Για να συγκρίνουμε δύο δεκαδικούς αριθμούς, συγκρίνουμε ένα – ένα τα ψηφία τους από αριστερά προς δεξιά. Προσέχουμε στα τελευταία δεκαδικά ψηφία ενός αριθμού, όπου συχνά παραλείπουμε τα μηδενικά γιατί δεν προσδίδουν κάποια αξία στον αριθμό.

Αρχικά, τοποθετούμε στο τέλος των αριθμών μηδενικά στο τέλος έτσι ώστε όλοι να έχουν το ίδιο πλήθος δεκαδικών ψηφίων. Έχουμε, λοιπόν, τους αριθμούς:

$$9,990 \quad 9,090 \quad 9,900 \quad 99,009$$

Συγκρίνοντας τους αριθμούς αυτούς έχουμε:

$$99,009 > 9,990 > 9,900 > 9,090.$$

Οπότε η φθίνουσα σειρά είναι η: 99,009 , 9,99 , 9,9 , 9,09.

Άσκηση 8 – Λύση

Δεκαδικό κλάσμα λέγεται κάθε κλάσμα με παρονομαστή μία δύναμη του 10.

Οπότε τα κλάσματα που είναι δεκαδικά είναι τα παρακάτω:

$$\frac{3}{10} , \frac{7}{100} , \frac{111}{10.000} , \frac{1}{10^5}$$

Άσκηση 9 – Λύση

- 35,3456
 - i. Τάξη στρογγυλοποίησης : δέκατα
Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : 3
Προηγούμενη τάξη : $4 < 5$. Το 4 και όλα τα προς τα δεξιά ψηφία αντικαθίστανται από το 0 . Επομένως, το αποτέλεσμα είναι 35,3.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

- ii. Τάξη στρογγυλοποίησης : εκατοστά
Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : 4
Προηγούμενη τάξη : $5 = 5$. Το 5 και όλα τα προς τα δεξιά ψηφία αντικαθίστανται από το 0 και το 4 γίνεται 5. Επομένως, το αποτέλεσμα είναι 35,35.

- iii. Τάξη στρογγυλοποίησης : χιλιοστά
Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : 5
Προηγούμενη τάξη : $6 > 5$. Το 6 και όλα τα προς τα δεξιά ψηφία αντικαθίστανται από το 0 και το 5 γίνεται 6. Επομένως, το αποτέλεσμα είναι 35,346.

- 132,0984
 - i. Τάξη στρογγυλοποίησης : δέκατα
Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : 0
Προηγούμενη τάξη : $9 > 5$. Το 9 και όλα τα προς τα δεξιά ψηφία αντικαθίστανται από το 0 και το 0 γίνεται 1.
Επομένως, το αποτέλεσμα είναι: 132,1.

 - ii. Τάξη στρογγυλοποίησης : εκατοστά
Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : 9
Προηγούμενη τάξη : $8 > 5$. Αυξάνουμε κατά 1 δέκατο (1 τάξη μεγαλύτερη των εκατοστών) τον αριθμό που βρίσκεται αριστερά του 9, δηλαδή το 0 θα γίνει 1 και αντικαθιστούμε το 8 και τα δεξιά του ψηφία με 0 .
Επομένως, το αποτέλεσμα είναι: 132,1.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

- iii. Τάξη στρογγυλοποίησης : χιλιοστά
Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : 8
Προηγούμενη τάξη : $4 < 5$. Το 4 και όλα τα προς τα δεξιά ψηφία αντικαθίστανται από το 0.
Επομένως, το αποτέλεσμα είναι 132,098.
- 109,9953
 - i. Τάξη στρογγυλοποίησης : δέκατα
Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : 9
Προηγούμενη τάξη: $9 > 5$. Αυξάνουμε κατά 1 μονάδα (1 τάξη μεγαλύτερη των δεκάτων) τον αριθμό που βρίσκεται αριστερά του 9, δηλαδή το 109 θα γίνει 110 και αντικαθιστούμε το 9 και τα δεξιά του ψηφία με 0.
Επομένως, το αποτέλεσμα είναι: 110.
 - ii. Τάξη στρογγυλοποίησης : εκατοστά
Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : 9
Προηγούμενη τάξη : $5 = 5$. Αυξάνουμε κατά 1 δέκατο (1 τάξη μεγαλύτερη των εκατοστών) τον αριθμό που βρίσκεται αριστερά του 9, δηλαδή το 9 θα γίνει 10 και αντικαθιστούμε το 5 και τα δεξιά του ψηφία με 0 . Επομένως, το αποτέλεσμα είναι 110.
 - iii. Τάξη στρογγυλοποίησης : χιλιοστά
Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : 5
Προηγούμενη τάξη : $3 < 5$. Το 3 και όλα τα προς τα δεξιά ψηφία αντικαθίστανται από το 0. Επομένως, το αποτέλεσμα είναι 109,995.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 10 – Λύση

Ένα κλάσμα μπορεί να μετατραπεί σε δεκαδικό αριθμό ως εξής:
Είτε εκτελούμε κάθετα τη διαίρεση, είτε μετατρέπουμε το κλάσμα σε ισοδύναμο δεκαδικό κλάσμα και έπειτα σε δεκαδικό αριθμό. Ο δεύτερος τρόπος αν και δεν είναι πάντα προφανής, κάποιες φορές μπορεί να είναι πολύ άμεσος. Έχουμε, λοιπόν:

$$\frac{11}{8} = 1,375 = \frac{1375}{1000}$$

$$\frac{7}{4} = 1,75 = \frac{175}{100}$$

Άσκηση 11 – Λύση

Μπορούμε να συγκρίνουμε δύο δεκαδικούς αριθμούς ως εξής: Συγκρίνουμε πρώτα τα ακέραια μέρη τους και έχουμε μία από τις παρακάτω περιπτώσεις: Αν είναι διαφορετικά, τότε μεγαλύτερος είναι αυτός που έχει το μεγαλύτερο ακέραιο μέρος. Αν είναι ίσα, τότε συγκρίνουμε τα δεκαδικά μέρη των δύο αριθμών ως εξής: το συμπληρώνουμε με μηδενικά, ώστε να έχουν το ίδιο πλήθος ψηφίων και στη συνέχεια τα συγκρίνουμε όπως τους φυσικούς αριθμούς.

Οπότε :

A. $6,32 > 6,23$

B. $72.801,73 > 7.800,73$

Γ. $0,334 < 0,343$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Σολωμού 29 Αθήνα τηλ: 210 38 22 157 info@arnos.gr www.arnos.gr

Άσκηση 12 – Λύση

- 62.821,76
 - i. Τάξη στρογγυλοποίησης : δεκάδες
Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : 2
Προηγούμενη τάξη : $1 < 5$. Το 1 και όλα τα προς τα δεξιά ψηφία αντικαθίστανται από το 0 . Επομένως, το αποτέλεσμα είναι 62.820.
 - ii. Τάξη στρογγυλοποίησης : χιλιάδες
Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : 2
Προηγούμενη τάξη : $8 > 5$. Το 8 και όλα τα προς τα δεξιά ψηφία αντικαθίστανται από το 0 και το 2 γίνεται 3. Επομένως, το αποτέλεσμα είναι 63.000.
 - iii. Τάξη στρογγυλοποίησης : δέκατα
Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : 7
Προηγούμενη τάξη : $6 > 5$. Το 6 και όλα τα προς τα δεξιά ψηφία αντικαθίστανται από το 0 και το 7 γίνεται 8. Επομένως, το αποτέλεσμα είναι 62.821,8.
- 74.827,32
 - i. Τάξη στρογγυλοποίησης : δεκάδες
Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : 2
Προηγούμενη τάξη : $7 > 5$. Το 7 και όλα τα προς τα δεξιά ψηφία αντικαθίστανται από το 0 και το 2 γίνεται 3. Επομένως, το αποτέλεσμα είναι 74.830.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

- ii. Τάξη στρογγυλοποίησης : χιλιάδες
Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : 4
Προηγούμενη τάξη : $8 > 5$. Το 8 και όλα τα προς τα δεξιά ψηφία αντικαθίστανται από το 0 και το 4 γίνεται 5. Επομένως, το αποτέλεσμα είναι 75.000.

- iii. Τάξη στρογγυλοποίησης : δέκατα
Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : 3
Προηγούμενη τάξη : $2 < 5$. Το 2 και όλα τα προς τα δεξιά ψηφία αντικαθίστανται από το 0 . Επομένως, το αποτέλεσμα είναι 74.827,3.

- 63.801,88
 - i. Τάξη στρογγυλοποίησης : δεκάδες
Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : 0
Προηγούμενη τάξη : $1 < 5$. Το 1 και όλα τα προς τα δεξιά ψηφία αντικαθίστανται από το 0 . Επομένως, το αποτέλεσμα είναι 63.800.

 - ii. Τάξη στρογγυλοποίησης : χιλιάδες
Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : 3
Προηγούμενη τάξη : $8 > 5$. Το 8 και όλα τα προς τα δεξιά ψηφία αντικαθίστανται από το 0 και το 3 γίνεται 4. Επομένως, το αποτέλεσμα είναι 64.000.

 - iii. Τάξη στρογγυλοποίησης : δέκατα
Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : 8
Προηγούμενη τάξη : $8 > 5$. Το 8 και όλα τα προς τα δεξιά ψηφία αντικαθίστανται από το 0 και το 8 γίνεται 9. Επομένως, το αποτέλεσμα είναι 63.801,9.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Επομένως, ως προς την στρογγυλοποίηση των αριθμών, έχουμε τα ακόλουθα:

- στις δεκάδες η αύξουσα σειρά είναι:
 $62.820 < 63.800 < 74.830$
- στις χιλιάδες η αύξουσα σειρά είναι:
 $63.000 < 64.000 < 75.000$
- στα δέκατα η αύξουσα σειρά είναι:
 $62.821,8 < 63.801,9 < 74.827,3$.

Άσκηση 13 – Λύση

- 63,727
 - i. Τάξη στρογγυλοποίησης : μονάδες
Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : 3
Προηγούμενη τάξη : $7 > 5$. Το 7 και όλα τα προς τα δεξιά ψηφία αντικαθίστανται από το 0 και το 3 γίνεται 4. Επομένως, το αποτέλεσμα είναι 64.
 - ii. Τάξη στρογγυλοποίησης : δέκατα
Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : 7
Προηγούμενη τάξη : $2 < 5$. Το 2 και όλα τα προς τα δεξιά ψηφία αντικαθίστανται από το 0 . Επομένως, το αποτέλεσμα είναι 63,7.
 - iii. Τάξη στρογγυλοποίησης : εκατοστά
Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : 2
Προηγούμενη τάξη : $7 > 5$. Το 7 και όλα τα προς τα δεξιά ψηφία αντικαθίστανται από το 0 και το 2 γίνεται 3. Επομένως, το αποτέλεσμα είναι 37,73.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

- 44,322
 - i. Τάξη στρογγυλοποίησης : μονάδες
Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : 4
Προηγούμενη τάξη : $3 < 5$. Το 3 και όλα τα προς τα δεξιά ψηφία αντικαθίστανται από το 0 . Επομένως, το αποτέλεσμα είναι 44.
 - ii. Τάξη στρογγυλοποίησης : δέκατα
Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : 3
Προηγούμενη τάξη : $2 < 5$. Το 2 και όλα τα προς τα δεξιά ψηφία αντικαθίστανται από το 0 . Επομένως, το αποτέλεσμα είναι 44,3.
 - iii. Τάξη στρογγυλοποίησης : εκατοστά
Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : 2
Προηγούμενη τάξη : $2 < 5$. Το 2 και όλα τα προς τα δεξιά ψηφία αντικαθίστανται από το 0 . Επομένως, το αποτέλεσμα είναι 44,32.

- 37,726
 - i. Τάξη στρογγυλοποίησης : μονάδες
Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : 7
Προηγούμενη τάξη : $7 > 5$. Το 7 και όλα τα προς τα δεξιά ψηφία αντικαθίστανται από το 0 και το 7 γίνεται 8. Επομένως, το αποτέλεσμα είναι 38.
 - ii. Τάξη στρογγυλοποίησης : δέκατα
Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : 7
Προηγούμενη τάξη : $2 < 5$. Το 2 και όλα τα προς τα δεξιά ψηφία αντικαθίστανται από το 0 . Επομένως, το αποτέλεσμα είναι 37,7.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

- iii. Τάξη στρογγυλοποίησης : εκατοστά
Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : 2
Προηγούμενη τάξη : $6 > 5$. Το 6 και όλα τα προς τα δεξιά ψηφία αντικαθίστανται από το 0 και το 2 γίνεται 3. Επομένως, το αποτέλεσμα είναι 37,73.

Ασκήσεις για Μελέτη

Άσκηση 1 – Λύση

Μπορούμε να συγκρίνουμε δύο δεκαδικούς αριθμούς ως εξής: Συγκρίνουμε πρώτα τα ακέραια μέρη τους και έχουμε μία από τις παρακάτω περιπτώσεις: Αν είναι διαφορετικά, τότε μεγαλύτερος είναι αυτός που έχει το μεγαλύτερο ακέραιο μέρος. Αν είναι ίσα, τότε συγκρίνουμε τα δεκαδικά μέρη των δύο αριθμών ως εξής: το συμπληρώνουμε με μηδενικά, ώστε να έχουν το ίδιο πλήθος ψηφίων και στη συνέχεια τα συγκρίνουμε όπως τους φυσικούς αριθμούς.

Οπότε :

- A. $6 < 6,32$
- B. $32,53 > 32,29$
- Γ. $8 = 8,00$
- Δ. $97,1 < 97,14$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Σολωμού 29 Αθήνα τηλ: 210 38 22 157 info@arnos.gr www.arnos.gr

Άσκηση 2 – Λύση

- a. Με στρογγυλοποίηση στις μονάδες καθώς:

2,65

Τάξη στρογγυλοποίησης : μονάδες

Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : 2

Προηγούμενη τάξη : $6 > 5$. Το 6 και όλα τα προς τα δεξιά ψηφία αντικαθίστανται από το 0 και το 2 γίνεται 3. Επομένως, το αποτέλεσμα είναι 3.

- b. Με στρογγυλοποίηση στις μονάδες καθώς:

2,87

Τάξη στρογγυλοποίησης : μονάδες

Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : 2

Προηγούμενη τάξη : $8 > 5$. Το 8 και όλα τα προς τα δεξιά ψηφία αντικαθίστανται από το 0 και το 2 γίνεται 3. Επομένως, το αποτέλεσμα είναι 3.

Άσκηση 3 – Λύση

Κάθε δεκαδικό κλάσμα γράφεται ως δεκαδικός αριθμός ως εξής: Γράφουμε μόνο τον αριθμητή και χωρίζουμε με υποδιαστολή τόσα δεκαδικά ψηφία, όσα μηδενικά ο παρονομαστής. Αν τα ψηφία του αριθμητή δε φτάνουν, συμπληρώνουμε όσα μηδενικά χρειαζόμαστε αριστερά του αριθμητή. Έχουμε, λοιπόν τα ακόλουθα:

A. $\frac{54}{10} = 5,4$

B. $\frac{247}{1.000} = 0,247$

Γ. $\frac{4}{100} = 0,04$

Δ. $\frac{2017}{10^6} = \frac{2017}{1.000.000} = 0,002017$

Ε. $\frac{10^5}{10^8} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} = 0,001$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 4 - Λύση

Ένα κλάσμα μπορεί να μετατραπεί σε δεκαδικό αριθμό ως εξής:

Είτε εκτελούμε κάθετα τη διαίρεση, είτε μετατρέπουμε το κλάσμα σε ισοδύναμο δεκαδικό κλάσμα και έπειτα σε δεκαδικό αριθμό.

$$A. 15:90 = \frac{15}{90} = \frac{1}{6} \approx 0,1666$$

$$B. 36:5 = \frac{36}{5} = 7,2$$

$$Γ. 221:300 = \frac{221}{300} \approx 0,7366$$

$$Δ. 82:90 = \frac{82}{90} \approx 0,9111$$

$$E. 56:200 = \frac{56}{200} = 0,28$$

Άσκηση 5 - Λύση

Ένας δεκαδικός αριθμός μπορεί να μετατραπεί σε δεκαδικό κλάσμα ως εξής: Γράφουμε ένα κλάσμα που έχει αριθμητή τον αριθμό αυτό χωρίς την υποδιαστολή και παρονομαστή τη μονάδα ακολουθούμενη από τόσο μηδενικά όσα είναι τα δεκαδικά ψηφία του δεκαδικού αριθμού.

$$A. 202,5 = \frac{2.025}{10}$$

$$B. 88,35 = \frac{8.835}{100}$$

$$Γ. 103,291 = \frac{103.291}{1.000}$$

$$Δ. 1,220 = \frac{122}{100}$$

$$E. 0,045 = \frac{45}{1.000}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 6 – Λύση

Α

«4,299»

Ο ζητούμενος αριθμός έχει 4 μονάδες, x δέκατα, 9 εκατοστά και y χιλιοστά. Μετά την στρογγυλοποίηση στα εκατοστά θα έχει 4 μονάδες και 3 δέκατα.

Οπότε έχουμε:

- Τάξη στρογγυλοποίησης : εκατοστά
- Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : 9
- Προηγούμενη τάξη : y

Θα πρέπει $y > 5$. Αυξάνουμε κατά 1 δέκατο (1 τάξη μεγαλύτερη των εκατοστών) τον αριθμό που βρίσκεται αριστερά του 9, δηλαδή το x θα γίνει $x + 1 = 3$ ή $x = 2$ και αντικαθιστούμε το y και τα δεξιά του ψηφία με 0.

Επομένως, το αποτέλεσμα είναι: 4,3.

Άρα, ο αρχικός αριθμός είναι το 4,299.

B. $4,299 = \frac{4.299}{1.000}$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Σολωμού 29 Αθήνα τηλ: 210 38 22 157 info@arnos.gr www.arnos.gr

Άσκηση 7 – Λύση

- 13,4444
 - i. Τάξη στρογγυλοποίησης : δέκατα
Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : 4
Προηγούμενη τάξη : $4 < 5$. Το 4 και όλα τα προς τα δεξιά ψηφία αντικαθίστανται από το 0 . Επομένως, το αποτέλεσμα είναι: 13,4.
 - ii. Τάξη στρογγυλοποίησης : εκατοστά
Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : 4
Προηγούμενη τάξη : $4 < 5$. Το 4 και όλα τα προς τα δεξιά ψηφία αντικαθίστανται από το 0 . Επομένως, το αποτέλεσμα είναι: 13,44.
 - iii. Τάξη στρογγυλοποίησης : χιλιοστά
Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : 4
Προηγούμενη τάξη : $4 < 5$. Το 4 και όλα τα προς τα δεξιά ψηφία αντικαθίστανται από το 0.
Επομένως, το αποτέλεσμα είναι: 13,444.

- 3,5252
 - i. Τάξη στρογγυλοποίησης : δέκατα
Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : 5
Προηγούμενη τάξη : $2 < 5$. Το 2 και όλα τα προς τα δεξιά ψηφία αντικαθίστανται από το 0 . Επομένως, το αποτέλεσμα είναι: 3,5.
 - ii. Τάξη στρογγυλοποίησης : εκατοστά
Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : 2
Προηγούμενη τάξη : $5 = 5$. Το 5 και όλα τα προς τα δεξιά ψηφία αντικαθίστανται από το 0 και το 2 γίνεται 3.
Επομένως, το αποτέλεσμα είναι: 3,53.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

- iii. Τάξη στρογγυλοποίησης : χιλιοστά
Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : 5
Προηγούμενη τάξη : $2 < 5$. Το 2 και όλα τα προς τα δεξιά ψηφία αντικαθίστανται από το 0 . Επομένως, το αποτέλεσμα είναι: 3,525.

- 4,1717
 - i. Τάξη στρογγυλοποίησης : δέκατα
Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : 1
Προηγούμενη τάξη : $7 > 5$. Το 7 και όλα τα προς τα δεξιά ψηφία αντικαθίστανται από το 0 και το 1 γίνεται 2.
Επομένως, το αποτέλεσμα είναι: 4,2.

 - ii. Τάξη στρογγυλοποίησης : εκατοστά
Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : 7
Προηγούμενη τάξη : $1 < 5$. Το 1 και όλα τα προς τα δεξιά ψηφία αντικαθίστανται από το 0. Επομένως, το αποτέλεσμα είναι: 4,17.

 - iii. Τάξη στρογγυλοποίησης : χιλιοστά
Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : 1
Προηγούμενη τάξη : $7 > 5$. Το 7 και όλα τα προς τα δεξιά ψηφία αντικαθίστανται από το 0 και το 1 γίνεται 2.
Επομένως, το αποτέλεσμα είναι: 4,172.

- 7,3549
 - i. Τάξη στρογγυλοποίησης : δέκατα
Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : 3
Προηγούμενη τάξη : $5 = 5$. Το 5 και όλα τα προς τα δεξιά ψηφία αντικαθίστανται από το 0 και το 3 γίνεται 4. Επομένως, το αποτέλεσμα είναι: 7,4.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

- ii. Τάξη στρογγυλοποίησης : εκατοστά
 Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : 5
 Προηγούμενη τάξη : $4 < 5$. Το 4 και όλα τα προς τα δεξιά ψηφία αντικαθίστανται από το 0. Επομένως, το αποτέλεσμα είναι: 7,35.
- iii. Τάξη στρογγυλοποίησης : χιλιοστά
 Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : 4
 Προηγούμενη τάξη : $9 > 5$. Το 9 και όλα τα προς τα δεξιά ψηφία αντικαθίστανται από το 0 και το 4 γίνεται 5. Επομένως, το αποτέλεσμα είναι: 7,355.

Επομένως, ως προς την στρογγυλοποίηση των αριθμών:

- στα δέκατα η αύξουσα σειρά είναι:
 $3,5 < 4,2 < 7,4 < 13,4$
- στα εκατοστά η αύξουσα σειρά είναι:
 $3,53 < 4,17 < 7,35 < 13,44$
- στα χιλιοστά η αύξουσα σειρά είναι:
 $3,525 < 4,172 < 7,355 < 13,444$

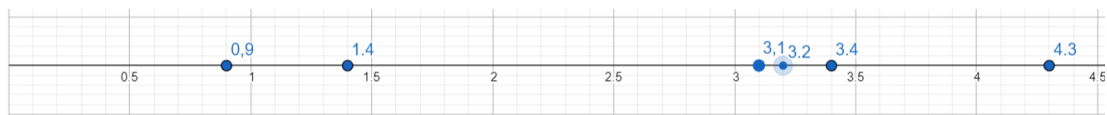
Άσκηση 8 – Λύση

Συγκρίνουμε, αρχικά, τους αριθμούς και τους τοποθετούμε σε αύξουσα σειρά.

Είναι :

$$0,9 < 1,4 = 1,40 < 3,10 < 3,2 < 3,40 < 4,3$$

Οπότε στην ευθεία των αριθμών αναπαρίστανται ακολούθως:



Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 9 – Λύση

Οι αριθμοί θα πρέπει να είναι μεταξύ των αριθμών 3,9 και 6,3. Λόγω του ότι ζητάμε τους φυσικούς αριθμούς στο διάστημα αυτό, καταλήγουμε στο ότι οι αριθμοί που ικανοποιούν τις ανισότητες της εκφώνησης είναι οι 4, 5 και 6.

Άσκηση 10 – Λύση

Ο ζητούμενος αριθμός είναι τετραψήφιος και είναι ανάμεσα στους αριθμούς 2.000 και 3.000. Έπειτα της στρογγυλοποίησης στην χιλιάδα μειώνεται κατά 123.

Κάνοντας στρογγυλοποίηση στην χιλιάδα θα πρέπει να παραμείνει το ψηφίο 2 στις χιλιάδες. Οπότε το ψηφίο της προηγούμενης τάξης, δηλαδή της εκατοντάδας θα πρέπει να είναι 0,1,2,3 ή 4. (Αν ήταν 5, 6, 7, 8 ή 9 τότε, με βάση τον κανόνα, το ψηφίο της χιλιάδας θα αυξανόταν κατά 1 και θα γινόταν 3 κάτι που θα οδηγούσε σε αριθμό μεγαλύτερο του 3.000 και θα ήταν λάθος, καθώς στην εκφώνηση πληροφορούμαστε για αριθμό μικρότερο του 3.000)

Έτσι, λοιπόν, δοκιμάζουμε διάφορες περιπτώσεις που να ικανοποιούν τα δεδομένα της άσκησης.

Ας πάρουμε τον αριθμό 2.123.

Έχουμε λοιπόν τα ακόλουθα:

- Τάξη στρογγυλοποίησης : χιλιάδες
- Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : 2
- Προηγούμενη τάξη : $1 < 5$.

Το 1 και όλα τα προς τα δεξιά ψηφία αντικαθίστανται από το 0.

Επομένως, το αποτέλεσμα είναι 2.123, το οποίο είναι δεκτό διότι:

$$2.123 - 2.000 = 123.$$

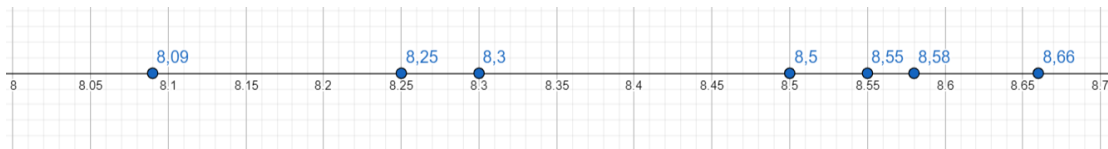
Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 11 - Λύση

Τοποθετούμε τους αριθμούς σε αύξουσα σειρά οπότε έχουμε:

$$8,09 < 8,25 < 8,3 < 8,5 < 8,55 < 8,58 < 8,66$$

Επομένως στην ευθεία αναπαρίστανται ακολούθως:



Άσκηση 12 - Λύση

Η ευθεία είναι χωρισμένη σε 7 ίσα μέρη που το καθένα ισούται με:

$$\frac{6,2 - 6,1}{7} = \frac{0,1}{7} \cong 0,014$$

Άρα,

- το σημείο Α αντιστοιχεί στον αριθμό $6,1 + 0,014 = 6,114$
- το σημείο Β αντιστοιχεί στον αριθμό $6,1 + 3 \cdot 0,014 = 6,142$
- το σημείο Γ αντιστοιχεί στον αριθμό $6,1 + 5 \cdot 0,014 = 6,17$
- το σημείο Δ αντιστοιχεί στον αριθμό $6,1 + 6 \cdot 0,014 = 6,184 \cong 6,2$.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Σολωμού 29 Αθήνα τηλ: 210 38 22 157 info@arnos.gr www.arnos.gr

Άσκηση 13 - Λύση

«2,619»

Ο αριθμός που λείπει είναι το 1 καθώς:

Τάξη στρογγυλοποίησης : εκατοστά

Ψηφίο τάξης στρογγυλοποίησης : 1

Προηγούμενη τάξη : $9 > 5$. Το 9 και όλα τα προς τα δεξιά ψηφία αντικαθίστανται από το 0 και το 1 γίνεται 2. Επομένως, το αποτέλεσμα είναι 2,619

Άσκηση 14 - Λύση

A) 37,08245

B) 37.0824,5

Γ) 3,708245

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Σολωμού 29 Αθήνα τηλ: 210 38 22 157 info@arnos.gr www.arnos.gr

3.5. Μονάδες μέτρησης

Ερωτήσεις Κατανόησης

Ερωτήσεις Συμπλήρωσης Κενού

Ερώτηση Κατανόησης 1 - Απάντηση

- i) $26 \text{ m} = 26 \cdot 10 \text{ dm} = 260 \text{ dm}$
- ii) $26 \text{ m} = 26 \cdot 100 \text{ cm} = 2.600 \text{ cm}$

Ερώτηση Κατανόησης 2 - Απάντηση

- i) $50 \text{ km} = 50 \cdot 1.000 \text{ m} = 50.000 \text{ m}$
- ii) $50 \text{ km} = 50.000 \text{ m} = 50.000 \cdot 10 \text{ dm} = 500.000 \text{ dm}$

Ερώτηση Κατανόησης 3 - Απάντηση

- i) $9,219 \text{ km} = 9,219 \cdot 1.000 \text{ m} = 9.219 \text{ m}$
- ii) $9,219 \text{ km} = 9.219 \text{ m} = 9.219 \cdot 10 \text{ dm} = 92.190 \text{ dm}$
- iii) $9,219 \text{ km} = 9.219 \text{ m} = 9.219 \cdot 100 \text{ cm} = 921.900 \text{ cm}$

Ερώτηση Κατανόησης 4 - Απάντηση

- i) $3 \text{ ώρες} = 3 \cdot 60 \text{ λεπτά} = 180 \text{ λεπτά}$
- ii) $1 \text{ ώρα} = 1 \cdot 60 \text{ λεπτά} = 60 \text{ λεπτά} = 60 \cdot 60 \text{ δευτερόλεπτα} = 3.600 \text{ δευτερόλεπτα}$
- iii) $480 \text{ δευτερόλεπτα} = 480 : 60 \text{ λεπτά} = 8 \text{ λεπτά}$
- iv) $25 \text{ λεπτά} = 25 \cdot 60 \text{ δευτερόλεπτα} = 1.500 \text{ δευτερόλεπτα}$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

- v) $1,5 \text{ ώρα} = 1,5 \cdot 60 \text{ λεπτά} = 90 \text{ λεπτά}$
- vi) $2 \text{ μέρες} = 2 \cdot 24 \text{ ώρες} = 48 \text{ ώρες}$
- vii) $1,5 \text{ μήνας} = 1,5 \cdot 30 \text{ μέρες} = 45 \text{ μέρες}$
- viii) $6 \text{ χρόνια} = 6 \cdot 12 \text{ μήνες} = 72 \text{ μήνες}$
- ix) $740 \text{ μέρες} = 740 : 365 \text{ μέρες} \cong 2 \text{ έτη}$
- x) $190 \text{ μέρες} = 190 : 30 \text{ μέρες} \cong 6,3 \text{ Μήνες}$

Ερώτηση Κατανόησης 5 - Απάντηση

- i) $\frac{1}{2}$ της μέρας $= \frac{1}{2} \cdot 24 \text{ ώρες} = 12 \text{ ώρες}$
- ii) $\frac{1}{2}$ του μήνα $= \frac{1}{2} \cdot 30 \text{ μέρες} = 15 \text{ μέρες}$
- iii) $\frac{1}{5}$ του αιώνα $= \frac{1}{5} \cdot 100 \text{ έτη} = 20 \text{ έτη}$
- iv) $\frac{1}{4}$ της ώρας $= \frac{1}{4} \cdot 60 \text{ λεπτά} = 15 \text{ λεπτά}$

Ερωτήσεις Πολλαπλής Επιλογής

Ερώτηση Κατανόησης 1 - Απάντηση

Σωστό το Α

$$15 \text{ m} = 15 \cdot 100 \text{ cm} = 1.500 \text{ cm}$$

Ερώτηση Κατανόησης 2 - Απάντηση

Σωστό το Α

$$3 \text{ km} = 3 \cdot 1.000 \text{ m} = 3.000 \text{ m}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Ερώτηση Κατανόησης 3 - Απάντηση

Σωστό το Β

$$25 \text{ cm} = 25 \cdot 10 \text{ mm} = 250 \text{ mm}$$

Ερώτηση Κατανόησης 4 - Απάντηση

Σωστό το Γ

Για να προχωρήσουμε στην επίλυση της άσκησης θα πρέπει πρώτα να γίνει μετατροπή των μονάδων μέτρησης σε μία ίδια μονάδα μέτρησης.

Ας γίνει η μετατροπή σε m. Έχουμε:

- $250 \text{ cm} = 250 : 10 \text{ m} = 2,5 \text{ m}$
- 250 m
- $2,5 \text{ km} = 2,5 \cdot 1.000 \text{ m} = 2.500 \text{ m}$

Οπότε, προκύπτει $2,5 \text{ m} < 250 \text{ m} < 2.500 \text{ m}$.

Τελικά, $250 \text{ cm} < 250 \text{ m} < 2,5 \text{ km}$.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Σολωμού 29 Αθήνα τηλ: 210 38 22 157 info@arnos.gr www.arnos.gr

Ερώτηση Κατανόησης 5 – Απάντηση

Σωστό το Α

Για να προχωρήσουμε στην επίλυση της άσκησης θα πρέπει πρώτα να γίνει μετατροπή των μονάδων μέτρησης σε μία ίδια μονάδα μέτρησης.

Ας γίνει η μετατροπή σε mm.

Έχουμε:

- 25 mm
- $2 \text{ cm} = 2 \cdot 10 \text{ mm} = 20 \text{ mm}$
- 10 mm

Οπότε, προκύπτει $10 \text{ mm} < 20 \text{ mm} < 25 \text{ mm}$. Τελικά, $10 \text{ mm} < 2 \text{ cm} < 25 \text{ mm}$

Ερώτηση Κατανόησης 6 – Απάντηση

Σωστό το Β

Για να προχωρήσουμε στην επίλυση της άσκησης θα πρέπει πρώτα να γίνει μετατροπή των μονάδων μέτρησης σε μία ίδια μονάδα μέτρησης.

Ας γίνει η μετατροπή σε cm.

Έχουμε:

- $2,5 \text{ m} = 2,5 \cdot 100 \text{ cm} = 250 \text{ cm}$
- 2,2 cm
- $25 \text{ mm} = 25 : 10 \text{ cm} = 2,5 \text{ cm}$

Οπότε, προκύπτει $2,2 \text{ cm} < 2,5 \text{ cm} < 250 \text{ cm}$.

Τελικά, $2,2 \text{ cm} < 25 \text{ mm} < 2,5 \text{ m}$.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Ερώτηση Κατανόησης 7 – Απάντηση

Σωστό το Α

Για να προχωρήσουμε στην επίλυση της άσκησης θα πρέπει πρώτα να γίνει μετατροπή των μονάδων μέτρησης σε μία ίδια μονάδα μέτρησης.

Ας γίνει η μετατροπή σε m.

Έχουμε:

- 2.500 m
- $2 \text{ km} = 2 \cdot 1.000 \text{ m} = 2.000 \text{ m}$
- $250.000 \text{ cm} = 250.000 : 100 \text{ m} = 2.500 \text{ m}$

Οπότε, προκύπτει $2.000 \text{ m} < 2.500 \text{ m} < 250.000 \text{ m}$.

Τελικά, $2 \text{ km} < 2.500 \text{ m} < 250.000 \text{ cm}$.

Ερώτηση Κατανόησης 8 – Απάντηση

Σωστό το Β

Για να προχωρήσουμε στην επίλυση της άσκησης θα πρέπει πρώτα να γίνει μετατροπή των μονάδων μέτρησης σε μία ίδια μονάδα μέτρησης.

Ας γίνει η μετατροπή σε g.

Έχουμε:

- $5 \text{ kg} = 5 \cdot 1.000 \text{ g} = 5.000 \text{ g}$
- 15 g

Οπότε, προκύπτει $5.000 \text{ g} + 15 \text{ g} = 5.015 \text{ g} = 5.015 : 1.000 \text{ kg} = 5,015 \text{ kg}$.

Τελικά, $5 \text{ kg} + 15 \text{ g} = 5,015 \text{ kg}$.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Ερώτηση Κατανόησης 9 – Απάντηση

1. Σωστό το Γ
 $6,2 \text{ m}^2 = 6,2 \cdot 10.000 \text{ cm}^2 = 62.000 \text{ cm}^2$
2. Σωστό το Δ
 $6,2 \text{ mm}^2 = 6,2 : 100 \text{ cm}^2 = 0,062 \text{ cm}^2$
3. Σωστό το Δ
 $6,2 \text{ cm}^2 = 6,2 : 10.000 \text{ m}^2 = 0,00062 \text{ m}^2$
4. Σωστό το Α
 $6,2 \text{ cm}^2 = 6,2 \cdot 100 \text{ mm}^2 = 620 \text{ mm}^2.$

Ασκήσεις για Διδασκαλία**Άσκηση 1 – Λύση**

- i) $3,01 \text{ m} = 30,1 \text{ dm} = 301 \text{ cm} = 3.010 \text{ mm}$ διότι,
- $3,01 \text{ m} = 3,1 \cdot 10 \text{ dm} = 30,1 \text{ dm} =$
 $= 30,1 \cdot 10 \text{ cm} = 301 \text{ cm} =$
 $= 301 \cdot 10 \text{ mm} = 3.010 \text{ mm}$
- ii) $0,64 \text{ m} = 6,4 \text{ dm} = 64 \text{ cm} = 640 \text{ mm}$ διότι,
- $6,4 \text{ dm} = 6,4 : 10 \text{ m} = 0,64 \text{ m}$
 - $0,64 \text{ m} = 0,64 \cdot 100 \text{ cm} = 64 \text{ cm} =$
 $= 64 \cdot 10 \text{ mm} = 640 \text{ mm}$
- iii) $0,08 \text{ m} = 0,8 \text{ dm} = 8 \text{ cm} = 80 \text{ mm}$ διότι,
- $8 \text{ cm} = 8 : 10 \text{ dm} = 0,8 \text{ dm} = 0,8 : 10 \text{ m} = 0,08 \text{ m}$
 - $8 \text{ cm} = 8 \cdot 10 \text{ mm} = 80 \text{ mm}$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

iv) $2,04 \text{ m} = 20,4 \text{ dm} = 204 \text{ cm} = 2.040 \text{ mm}$ διότι,

- $2.040 \text{ mm} = 2.040 : 10 \text{ cm} = 204 \text{ cm} =$
 $= 204 : 10 \text{ dm} = 20,4 \text{ dm}$
 $= 20,4 : 10 \text{ m} = 2,04 \text{ m}$

Άσκηση 2 - Λύση

i) $2,25 \text{ km} = 2.250 \text{ m} = 22.500 \text{ dm} = 225.000 \text{ cm}$ διότι,

- $2,25 \text{ km} = 2,25 \cdot 1000 \text{ m} =$
 $= 2.250 \cdot 10 \text{ dm} = 22.500 \text{ dm}$
 $= 22.500 \cdot 10 \text{ cm} = 225.000 \text{ cm}$

ii) $0,65 \text{ km} = 640 \text{ m} = 6.400 \text{ dm} = 64.000 \text{ cm}$ διότι,

- $640 \text{ m} = 640 \cdot 10 \text{ dm} = 6.400 \text{ dm} =$
 $= 6.400 \cdot 10 \text{ cm} = 64.000 \text{ cm}$
• $640 \text{ m} = 640 : 1000 \text{ km} = 0,64 \text{ km}$

iii) $0,009 \text{ km} = 9 \text{ m} = 90 \text{ dm} = 900 \text{ cm}$ διότι,

- $90 \text{ dm} = 90 \cdot 10 \text{ cm} = 900 \text{ cm}$
• $90 \text{ dm} = 90 : 10 \text{ m} = 9 \text{ m} = 9 : 1000 \text{ km} = 0,009 \text{ km}$

iv) $2,04 \text{ m} = 20,4 \text{ dm} = 204 \text{ cm} = 2.040 \text{ mm}$ διότι,

- $24 \text{ cm} = 24 : 10 \text{ dm} = 2,4 \text{ dm} =$
 $= 24 : 10 \text{ m} = 0,24 \text{ m}$
 $= 0,24 : 1000 \text{ km} = 0,00024 \text{ km}$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 3 – Λύση

- i) $5 \text{ m} = 5 \cdot 10 \text{ dm} = 50 \text{ dm}$
- ii) $32 \text{ m} = 32 \cdot 100 \text{ cm} = 3.200 \text{ cm}$
- iii) $0,2 \text{ dm} = 0,2 \cdot 10 \text{ cm} = 2 \text{ cm}$
- iv) $6 \text{ mm} = 6 : 100 \text{ dm} = 0,06 \text{ dm}$

Άσκηση 4 – Λύση

- i) $5 \text{ km} = 5 \cdot 1.000 \text{ m} = 5.000 \text{ m} = 5.000 \cdot 10 \text{ dm} = 50.000 \text{ dm}$
- ii) $0,02 \text{ km} = 0,02 \cdot 1.000 \text{ m} = 20 \text{ m} =$
 $= 20 \cdot 100 \text{ cm} = 2.000 \text{ cm}$
- iii) $0,1 \text{ km} = 0,1 \cdot 1.000 \text{ m} = 100 \text{ m} =$
 $= 100 \cdot 1000 \text{ mm} = 100.000 \text{ mm}$
- iv) $5.000 \text{ cm} = 5.000 : 100 \text{ m} = 50 \text{ m} =$
 $= 50 : 1.000 \text{ km} = 0,05 \text{ km}$

Άσκηση 5 – Λύση

- i) $7 \text{ cm} = 7 : 100 \text{ m} = 0,07 \text{ m} = \frac{7}{100} \text{ m}$
- ii) $54 \text{ cm} = 54 : 100 \text{ m} = 0,54 \text{ m} = \frac{54}{100} \text{ m} = \frac{27}{50} \text{ m}$
- iii) $9 \text{ mm} = 9 : 1000 \text{ m} = 0,009 \text{ m} = \frac{9}{1000} \text{ m}$
- iv) $23 \text{ mm} = 23 : 1000 \text{ m} = 0,023 \text{ m} = \frac{23}{1000} \text{ m}$
- v) $9 \text{ dm} = 9 : 10 \text{ m} = 0,9 \text{ m} = \frac{9}{10} \text{ m}$
- vi) $35 \text{ dm} = 35 : 10 \text{ m} = 3,5 \text{ m} = \frac{35}{10} \text{ m} = \frac{7}{2} \text{ m}$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 6 – Λύση

Για να προχωρήσουμε στην επίλυση της άσκησης θα πρέπει πρώτα να γίνει μετατροπή των μονάδων μέτρησης σε μία ίδια μονάδα μέτρησης.

i) Ας γίνει η μετατροπή σε dm.

Έχουμε:

- $0,045 \text{ km} = 0,045 \cdot 1000 \text{ m} = 45 \text{ m} = 45 \cdot 10 \text{ dm} = 450 \text{ dm}$
- 540 dm

- $130.000 \text{ mm} = 130.000 : 100 \text{ dm} = 1.300 \text{ dm}$

Επομένως,

$$\begin{aligned} 0,045 \text{ Km} + 540 \text{ dm} + 130.000 \text{ mm} &= \\ &= 450 \text{ dm} + 540 \text{ dm} + 1.330 \text{ dm} = 2.290 \text{ dm} = \\ &= 2.290 : 10 \text{ m} = 229 \text{ m} = \\ &= 229 : 1.000 \text{ km} = 0,229 \text{ km} \end{aligned}$$

ii) Ας γίνει η μετατροπή σε dm.

Έχουμε:

- $0,0065 \text{ km} = 0,0065 \cdot 1000 \text{ m} = 6,5 \text{ m} = 6,5 \cdot 10 \text{ dm} = 65 \text{ dm}$
- 234 dm
- $3.400 \text{ cm} = 3.400 : 10 \text{ dm} = 340 \text{ dm}$

Επομένως,

$$\begin{aligned} 0,0065 \text{ km} + 234 \text{ dm} + 3.400 \text{ cm} &= \\ &= 65 \text{ dm} + 234 \text{ dm} + 340 \text{ dm} = 639 \text{ dm} = 639 : 10 \text{ m} = 63,9 \text{ m} = \\ &= 63,9 : 1.000 \text{ km} = 0,0639 \text{ km} \end{aligned}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

iii) Ας γίνει η μετατροπή σε m. Έχουμε:

- $0,45 \text{ km} = 0,45 \cdot 1000 \text{ m} = 450 \text{ m}$
- 870 m
- $134.000 \text{ cm} = 134.000 : 100 \text{ m} = 1.340 \text{ m}$

Επομένως,

$$\begin{aligned} &0,45 \text{ km} + 870 \text{ m} + 134.000 \text{ cm} \\ &= 450 \text{ m} + 870 \text{ m} + 1.340 \text{ m} = 2.660 \text{ m} = \\ &= 2.660 : 1000 \text{ km} = 2,66 \text{ km} \end{aligned}$$

iv) Ας γίνει η μετατροπή σε m. Έχουμε:

- 87 m
- $42.000 \text{ cm} = 42.000 : 100 \text{ m} = 420 \text{ m}$
- $47.000 \text{ mm} = 47.000 : 1.000 \text{ m} = 47 \text{ m}$

Επομένως,

$$\begin{aligned} &87 \text{ m} + 42.000 \text{ cm} + 47.000 \text{ mm} \\ &= 87 \text{ m} + 420 \text{ m} + 47 \text{ m} = 554 \text{ m} = \\ &= 554 : 1000 \text{ km} = 0,554 \text{ km} \end{aligned}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Σολωμού 29 Αθήνα τηλ: 210 38 22 157 info@arnos.gr www.arnos.gr

Άσκηση 7 - Λύση

Για να προχωρήσουμε στην επίλυση της άσκησης θα πρέπει πρώτα να γίνει μετατροπή των μονάδων μέτρησης σε μία ίδια μονάδα μέτρησης.

i)

- $\frac{234}{10} \text{ dm} = 23,4 \text{ dm} = 23,4 \cdot 100 \text{ mm} = 2.340 \text{ mm}$
- 8.960 mm

Επομένως,

$$\begin{aligned} \frac{234}{10} \text{ dm} + 8.960 \text{ mm} &= 2.340 \text{ mm} + 8.960 \text{ mm} = 11.300 \text{ mm} = \\ &= 11.300 : 1.000 \text{ m} = 11,3 \text{ m} \end{aligned}$$

ii)

- $\frac{239}{100} \text{ m} = 2,39 \text{ m}$
- $0,00215 \text{ km} = 0,00215 \cdot 1000 \text{ m} = 2,15 \text{ m}$

Επομένως,

$$\begin{aligned} \frac{239}{100} \text{ m} + 0,00215 \text{ km} \\ &= 2,39 \text{ m} + 2,15 \text{ m} = 4,54 \text{ m} \\ &= 4,54 \text{ m} = 4,54 \cdot 1.000 \text{ mm} = 4.540 \text{ mm} \end{aligned}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Σολωμού 29 Αθήνα τηλ: 210 38 22 157 info@arnos.gr www.arnos.gr

iii)

- 37 mm
- $\frac{34}{10}$ cm = 3,4 cm = 3,4 · 10 mm = 34 mm

Επομένως,

$$37 \text{ mm} + \frac{34}{10} \text{ cm} = 3,37 \text{ m} + 34 \text{ mm} = 71 \text{ mm} = 71 : 1.000 \text{ m} = 0,071 \text{ m}$$

iv)

- $\frac{24}{1000}$ km = 0,024 km = 0,024 · 1.000 m = 24 m
- $\frac{2.678}{10}$ dm = 268,8 dm = 3267,8 : 10 m = 26,78 m

Επομένως:

$$\begin{aligned} \frac{24}{1000} \text{ km} + \frac{2.678}{10} \text{ dm} &= 24 \text{ m} + 26,78 \text{ m} = 50,78 \text{ m} = \\ &= 50,78 \cdot 1.000 \text{ mm} = 50.780 \text{ mm} \end{aligned}$$

Άσκηση 8 - Λύση

Για να προχωρήσουμε στην επίλυση της άσκησης θα πρέπει πρώτα να γίνει μετατροπή των μονάδων μέτρησης σε μία ίδια μονάδα μέτρησης.

i) Έχουμε:

- 3,76 m = 3,76 · 10 dm = 37,6 dm
- 37,6 dm

Επομένως, 37,6 dm = 37,6 dm . Τελικά, 3,76 m = 37,6 dm .

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

ii) Έχουμε:

- $34 \text{ dm} = 34 \cdot 10 \text{ cm} = 340 \text{ cm}$
- $0,35 \text{ cm}$

Επομένως, $340 \text{ cm} > 0,35 \text{ cm}$

Τελικά, $34 \text{ dm} > 0,35 \text{ cm}$.

iii) Έχουμε:

- $4,70 \text{ m} = 4,70 \cdot 1000 \text{ mm} = 4,700 \text{ mm}$
- $4,700 \text{ mm}$

Επομένως, $4,700 \text{ mm} > 4,7 \text{ mm}$

Τελικά, $4,70 \text{ m} > 4,700 \text{ mm}$.

iv) Έχουμε:

- $8 \text{ km} = 8 \cdot 1000 \text{ m} = 8.000 \text{ m}$
- $4 \text{ ναυτικά μίλια} = 4 \cdot 1852 \text{ m} = 7.408 \text{ m}$

Επομένως, $8.000 \text{ m} > 7.408 \text{ m}$

Τελικά, $8 \text{ km} > 4 \text{ ναυτικά μίλια}$.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Σολωμού 29 Αθήνα τηλ: 210 38 22 157 info@arnos.gr www.arnos.gr

Άσκηση 9 – Λύση

Για να προχωρήσουμε στην επίλυση της άσκησης θα πρέπει πρώτα να γίνει μετατροπή των μονάδων μέτρησης σε μία ίδια μονάδα μέτρησης.

Ας συμβολίσουμε με x τον άγνωστο που πρέπει να συμπληρωθεί κάθε φορά στο κενό της εκφώνησης.

i) Έχουμε:

- $0,85 \text{ m} = 0,85 \cdot 100 \text{ cm} = 85 \text{ cm}$
- $1.200 \text{ mm} = 1.200 : 10 \text{ cm} = 120 \text{ cm}$

Επομένως,

$$85 \text{ cm} + x \text{ cm} = 120 \text{ cm}$$

$$x \text{ cm} = 120 \text{ cm} - 85 \text{ cm} = 35 \text{ cm}$$

Τελικά, $0,85 \text{ m} + 35 \text{ cm} = 1.200 \text{ mm}$

ii) Έχουμε:

- $148 \text{ cm} = 148 \cdot 10 \text{ mm} = 1.480 \text{ mm}$
- $1,5 \text{ m} = 1,5 : 1.000 \text{ mm} = 1.500 \text{ mm}$

Επομένως,

$$1.480 \text{ mm} + x \text{ mm} = 1.500 \text{ mm}$$

$$x \text{ mm} = 1.500 \text{ mm} - 1.480 \text{ mm} = 20 \text{ mm}$$

Τελικά, $148 \text{ cm} + 20 \text{ mm} = 1,5 \text{ m}$.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

iii) Έχουμε:

- $3 \text{ cm} = 3 : 100 \text{ m} = 0,03 \text{ m}$
- $26 \text{ mm} = 26 : 1.000 \text{ m} = 0,026 \text{ m}$

Επομένως,

$$0,03 \text{ m} - x \text{ m} = 0,026 \text{ m}$$

$$x \text{ m} = 0,03 \text{ m} - 0,026 \text{ m} = 0,004 \text{ m}$$

Τελικά, $3 \text{ cm} - 0,004 \text{ m} = 26 \text{ mm}$.

Άσκηση 10 - Λύση

- $32 \text{ cm}^2 = 32 : 10.000 \text{ m}^2 = 0,0032 \text{ m}^2$
- $312 \text{ cm}^2 = 312 : 10.000 \text{ m}^2 = 0,0312 \text{ m}^2$
- $127 \text{ km}^2 = 127 \cdot 1.000.000 \text{ m}^2 = 127.000.000 \text{ m}^2$
- $710 \text{ dm}^2 = 710 : 100 \text{ m}^2 = 7,1 \text{ m}^2$
- $12.720 \text{ mm}^2 = 12.720 : 1.000.000 \text{ m}^2 = 0,01272 \text{ m}^2$
- $21 \text{ dm}^2 = 21 : 100 \text{ m}^2 = 0,21 \text{ m}^2$
- $1280 \text{ mm}^2 = 1.280 : 1.000.000 \text{ m}^2 = 0,00128 \text{ m}^2$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 11 - Λύση

- i) $2,5 \text{ m}^2 = 250 \text{ dm}^2 = 25.000 \text{ cm}^2 = 2.500.000 \text{ mm}^2$ διότι,
- $2,5 \text{ m}^2 = 2,5 \cdot 100 \text{ dm}^2 = 250 \text{ dm}^2 =$
 $= 250 \cdot 100 \text{ cm}^2 = 25.000 \text{ cm}^2$
 $= 25.000 \cdot 100 \text{ mm}^2 = 2.500.000 \text{ mm}^2$
- ii) $0,00064 \text{ m}^2 = 0,064 \text{ dm}^2 = 6,4 \text{ cm}^2 = 640 \text{ mm}^2$ διότι,
- $6,4 \text{ cm}^2 = 6,4 \cdot 100 \text{ mm}^2 = 640 \text{ mm}^2$
 - $6,4 \text{ cm}^2 = 6,4 : 100 \text{ dm}^2 = 0,064 \text{ dm}^2$
 $= 0,064 : 100 \text{ m}^2 = 0,00064 \text{ m}^2$
- iii) $0,0807 \text{ m}^2 = 8,07 \text{ dm}^2 = 807 \text{ cm}^2 = 80.700 \text{ mm}^2$ διότι,
- $8,07 \text{ dm}^2 = 8,07 \cdot 100 \text{ cm}^2 = 807 \text{ cm}^2 =$
 $= 807 \cdot 100 \text{ mm}^2 = 80.700 \text{ mm}^2$
 - $8,07 \text{ dm}^2 = 8,07 : 100 \text{ m}^2 = 0,0807 \text{ m}^2$

Άσκηση 12 - Λύση

- i) $5 \text{ dm}^2 = 5 \cdot 100 \text{ cm}^2 = 500 \text{ cm}^2$
- ii) $4 \text{ m}^2 = 4 \cdot 100 \text{ dm}^2 = 400 \text{ dm}^2$
- iii) $0,01 \text{ dm}^2 = 0,01 \cdot 10.000 \text{ mm}^2 = 100 \text{ mm}^2$
- iv) $50.000 \text{ mm}^2 = 50.000 : 1.000.000 \text{ m}^2 = 0,05 \text{ m}^2$
- v) $10 \text{ mm}^2 = 10 \cdot 10.000 \text{ dm}^2 = 0,001 \text{ dm}^2$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 13 - Λύση

Για να προχωρήσουμε στην επίλυση της άσκησης θα πρέπει πρώτα να γίνει μετατροπή των μονάδων μέτρησης σε μία ίδια μονάδα μέτρησης.

i) Έχουμε:

- $5 \text{ m}^2 = 5 \cdot 100 \text{ dm}^2 = 500 \text{ dm}^2$
- 23 dm^2

Επομένως, $500 \text{ dm}^2 > 23 \text{ dm}^2$

Τελικά, $5 \text{ m}^2 > 23 \text{ dm}^2$.

ii) Έχουμε:

- $18 \text{ dm}^2 = 18 \cdot 100 \text{ cm}^2 = 1.800 \text{ cm}^2$
- 2.600 cm^2

Επομένως, $1.800 \text{ cm}^2 < 2.600 \text{ cm}^2$

Τελικά, $18 \text{ dm}^2 < 2.600 \text{ cm}^2$.

iii) Έχουμε:

- $0,03 \text{ m}^2 = 0,03 \cdot 10.000 \text{ cm}^2 = 300 \text{ cm}^2$
- 1.200 cm^2

Επομένως, $300 \text{ cm}^2 < 1.200 \text{ cm}^2$

Τελικά, $0,03 \text{ m}^2 < 1.200 \text{ cm}^2$.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

iv) Έχουμε:

- $0,06 \text{ m}^2 = 0,06 \cdot 1.000.000 \text{ mm}^2 = 60.000 \text{ mm}^2$
- 6.000 mm^2

Επομένως, $60.000 \text{ mm}^2 > 6.000 \text{ mm}^2$. Τελικά, $0,06 \text{ m}^2 > 6.000 \text{ mm}^2$.

Άσκηση 14 - Λύση

- i) $0,36 \text{ m}^3 = 360 \text{ dm}^3 = 360.000 \text{ cm}^3 = 360.000.000 \text{ mm}^3$ διότι,
- $0,36 \text{ m}^3 = 0,36 \cdot 1.000 \text{ dm}^3 = 360 \text{ dm}^3 =$
 $= 360 \cdot 1.000 \text{ cm}^3 = 360.000 \text{ cm}^3$
 $= 360.000 \cdot 1.000 \text{ mm}^3 = 360.000.000 \text{ mm}^3$
- ii) $1,2 \text{ m}^3 = 1.200 \text{ dm}^3 = 1.200.000 \text{ cm}^3 = 1.200.000.000 \text{ mm}^3$ διότι,
- $1.200 \text{ dm}^3 = 1.200 \cdot 1.000 \text{ cm}^3 = 1.200.000 \text{ cm}^3$
 $= 1.200.000 \cdot 1.000 \text{ mm}^3 = 1.200.000.000 \text{ mm}^3$
 - $1.200 \text{ dm}^3 = 1.200 : 1.000 \text{ m}^3 = 1,2 \text{ m}^3$
- iii) $0,5 \text{ m}^3 = 500 \text{ dm}^3 = 500.000 \text{ cm}^3 = 500.000.000 \text{ mm}^3$ διότι,
- $500.000 \text{ cm}^3 = 500.000 \cdot 1.000 \text{ mm}^3 = 500.000.000 \text{ mm}^3$
 - $500.000 \text{ cm}^3 = 500.000 : 1.000 \text{ dm}^3 = 500 \text{ dm}^3 =$
 $= 500 : 1.000 \text{ m}^3 = 0,5 \text{ m}^3$
- iv) $0,000046 \text{ m}^3 = 0,046 \text{ dm}^3 = 46 \text{ cm}^3 = 46.000 \text{ mm}^3$ διότι,
- $46.000 \text{ mm}^3 = 46.000 : 1.000 \text{ cm}^3 = 46 \text{ cm}^3 =$
 $= 46 : 1.000 \text{ dm}^3 = 0,046 \text{ dm}^3 =$
 $= 0,046 : 1.000 \text{ m}^3 = 0,000046 \text{ m}^3$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 15 - Λύση

i) $4 \text{ m}^3 = 4 \cdot 1.000 \text{ dm}^3 = 4.000 \text{ dm}^3$

ii) $0,5 \text{ m}^3 = 0,5 \cdot 1.000.000 \text{ mm}^3 = 500.000 \text{ cm}^3$

iii) $0,07 \text{ m}^3 = 0,07 \cdot 1.000.000.000 \text{ mm}^3 = 70.000.000 \text{ mm}^3$

iv) $50 \text{ lt} = 50 \text{ dm}^3 = 50 : 1.000 \text{ m}^3 = 0,05 \text{ m}^3$

v) $200 \text{ cm}^3 = 200 : 1.000.000 \text{ m}^3 = 0,0002 \text{ m}^3$

vi) $150 \text{ mm}^3 = 150 : 1.000.000 \text{ dm}^3 = 0,00015 \text{ dm}^3 = 0,00015 \text{ lt}$

Άσκηση 16 - Λύση

i) $7 \cdot 10^4 \text{ dm}^3 = 7 \cdot 10^4 : 10^3 \text{ m}^3 = 7 \cdot 10^1 \text{ m}^3 = 70 \text{ m}^3$

ii) $8,3 \cdot 10^7 \text{ mm}^3 = 8,3 \cdot 10^7 : 10^9 \text{ m}^3 = 8,3 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 = 8,3 : 100 \text{ m}^3 =$
 $= 0,083 \text{ m}^3$

iii) $6,56 \cdot 10^7 \text{ ml} = 6,56 \cdot 10^7 \text{ cm}^3 = 6,56 \cdot 10^7 : 10^6 \text{ m}^3 = 6,56 \cdot 10 \text{ m}^3 = 65,6 \text{ m}^3$

iv) $4,37 \cdot 10^{10} \text{ mm}^3 = 4,37 \cdot 10^{10} : 10^9 \text{ m}^3 = 4,37 \cdot 10^1 \text{ m}^3 = 43,7 \text{ m}^3$

Άσκηση 17 - Λύση

Για να προχωρήσουμε στην επίλυση της άσκησης θα πρέπει πρώτα να γίνει μετατροπή των μονάδων μέτρησης σε μία ίδια μονάδα μέτρησης.

i) Έχουμε:

• $0,55 \text{ m}^3 = 0,55 \cdot 1.000 \text{ dm}^3 = 550 \text{ dm}^3$

• 73 dm^3

Επομένως, $550 \text{ dm}^3 > 73 \text{ dm}^3$ Τελικά, $0,55 \text{ m}^3 > 73 \text{ dm}^3$.**Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!**

ii) Έχουμε:

- $0,036 \text{ m}^3 = 0,036 \cdot 1.000 \text{ dm}^3 = 36 \text{ dm}^3$
- 260 dm^3

Επομένως, $36 \text{ dm}^3 < 260 \text{ dm}^3$

Τελικά, $0,036 \text{ m}^3 < 260 \text{ dm}^3$.

iii) Έχουμε:

- $123 \text{ dm}^3 = 123 \cdot 1.000 \text{ cm}^3 = 123.000 \text{ cm}^3$
- 240.000 cm^3

Επομένως, $123.000 \text{ cm}^3 < 240.000 \text{ cm}^3$

Τελικά, $123 \text{ dm}^3 < 240.000 \text{ cm}^3$.

iv) Έχουμε:

- $15.000 \text{ cm}^3 = 15.000 \cdot 1.000 \text{ mm}^3 = 15.000.000 \text{ mm}^3$
- 800.000 mm^3

Επομένως, $15.000.000 \text{ mm}^3 > 800.000 \text{ mm}^3$

Τελικά, $15.000 \text{ cm}^3 > 800.000 \text{ mm}^3$.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Σολωμού 29 Αθήνα τηλ: 210 38 22 157 info@arnos.gr www.arnos.gr

Άσκηση 18 - Λύση

$$\begin{aligned} \text{i)} \quad 3 \text{ εβδομάδες} &= 3 \cdot 7 \text{ μέρες} = 21 \text{ μέρες} = \\ &= 21 \cdot 24 \text{ h} = 504 \text{ h} = \\ &= 504 \cdot 60 \text{ min} = 30.240 \text{ min} = \\ &= 30.240 \cdot 60 \text{ s} = 1.814.400 \text{ s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii)} \quad \text{Νοέμβριος} &= 30 \text{ μέρες} = \\ &= 30 \cdot 24 \text{ h} = 720 \text{ h} = \\ &720 \cdot 60 \text{ min} = 43.200 \text{ min} = \\ &43.200 \cdot 60 \text{ s} = 2.592.000 \text{ s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{iii)} \quad \text{Φεβρουάριος του 2024} &= 29 \text{ μέρες} \\ &= 29 \cdot 24 \text{ h} = 696 \text{ h} = \\ &= 696 \cdot 60 \text{ min} = 41.760 \text{ min} = \\ &= 41.760 \cdot 60 \text{ s} = 2.505.600 \text{ s} \end{aligned}$$

Άσκηση 19 - Λύση

Για να προχωρήσουμε στην επίλυση της άσκησης θα πρέπει πρώτα να γίνει μετατροπή των μονάδων μέτρησης σε μία ίδια μονάδα μέτρησης.

$$\begin{aligned} \text{i)} \quad \text{Έχουμε:} \\ &\bullet 8 \text{ min} = 8 \cdot 60 \text{ s} = 480 \text{ s} \\ &\bullet 15 \text{ s} \end{aligned}$$

$$\text{Επομένως, } 8 \text{ min} + 15 \text{ s} = 480 \text{ s} + 15 \text{ s} = 495 \text{ s} = 495 : 60 \text{ min} = 8,25 \text{ min} .$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

ii) Έχουμε:

- 16 min
- $36 \text{ s} = 36 : 60 \text{ min} = 0,6 \text{ min}$

Επομένως, $16 \text{ min} + 36 \text{ s} = 16 \text{ min} + 0,6 \text{ min} = 16,6 \text{ min}$.

iii) Έχουμε:

- $1 \text{ h} = 60 \text{ min}$
- 16 min
- $30 \text{ s} = 30 : 60 \text{ min} = 0,5 \text{ min}$

Επομένως, $1 \text{ h} + 16 \text{ min} + 30 \text{ s} = 60 \text{ min} + 20 \text{ min} + 0,5 \text{ min} = 80,5 \text{ min}$

iv) Έχουμε:

- $2 \text{ h} = 2 \cdot 60 \text{ min} = 120 \text{ min}$
- $24 \text{ s} = 24 : 60 \text{ min} = 0,4 \text{ min}$

Επομένως, $2 \text{ h} + 24 \text{ s} = 120 \text{ min} + 0,4 \text{ min} = 120,4 \text{ min}$.

Άσκηση 20 – Λύση

- i) $288 \text{ h} = 288 : 24 \text{ h} = 12 \text{ μέρες}$
ii) $84 \text{ h} = 84 : 24 \text{ h} = 3,5 \text{ μέρες}$
iii) $102 \text{ h} = 102 : 24 \text{ h} = 4,25 \text{ μέρες}$
iv) $243 \text{ h} = 243 : 24 \text{ h} = 10,125 \text{ μέρες}$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 21 - Λύση

- i) $2,6 \text{ h} = 2,6 \cdot 60 \text{ min} = 156 \text{ min}$
- ii) $\frac{5}{12} \text{ της ώρας} = \frac{5}{12} \cdot 60 \text{ min} = \frac{300}{12} \text{ min} = 25 \text{ min} = 25 \cdot 60 \text{ s} = 1.500 \text{ s}$

Άσκηση 22 - Λύση

- i) Έχουμε:
 $2 \text{ h } 40 \text{ min } 10 \text{ s} + 3 \text{ h } 30 \text{ min } 10 \text{ s} = 4 \text{ h } 30 \text{ min } 30 \text{ s}$
Όμως, $70 \text{ min} = 60 \text{ min} + 10 \text{ min} = 1 \text{ h } 10 \text{ min}$.
Τελικά, $2 \text{ h } 40 \text{ min } 10 \text{ s} + 3 \text{ h } 30 \text{ min } 10 \text{ s} = 5 \text{ h } 10 \text{ min } 30 \text{ s}$
- ii) $58 \text{ min } 20 \text{ s} + 21 \text{ min } 30 \text{ s} = 79 \text{ min } 50 \text{ s}$
Όμως, $79 \text{ min} = 60 \text{ min} + 19 \text{ min} = 1 \text{ h } 19 \text{ min}$
Τελικά, $58 \text{ min } 20 \text{ s} + 21 \text{ min } 30 \text{ s} = 1 \text{ h } 19 \text{ min } 50 \text{ s}$
- iii) $2 \text{ μέρες } 20 \text{ h } 50 \text{ min} + 4 \text{ μέρες } 5 \text{ h } 45 \text{ min} = 6 \text{ μέρες } 25 \text{ h } 95 \text{ min}$
Όμως, $95 \text{ min} = 60 \text{ min} + 35 \text{ min} = 1 \text{ h } 35 \text{ min}$
Προκύπτει δηλαδή:
 $2 \text{ μέρες } 20 \text{ h } 50 \text{ min} + 4 \text{ μέρες } 5 \text{ h } 45 \text{ min} = 6 \text{ μέρες } 26 \text{ h } 35 \text{ min}$
Όμως, $26 \text{ h} = 24 \text{ h} + 2 \text{ h} = 1 \text{ μέρα } 2 \text{ h}$
Τελικά:
 $2 \text{ μέρες } 20 \text{ h } 50 \text{ min} + 4 \text{ μέρες } 5 \text{ h } 45 \text{ min} = 7 \text{ μέρες } 2 \text{ h } 35 \text{ min}$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 23 - Λύση

Για να οριστεί η αφαίρεση θα πρέπει ο αφαιρετέος να είναι μεγαλύτερος από τον αφαιρέτη (λόγω του ότι η άσκηση αναφέρεται σε χρόνο ο οποίος είναι πάντα θετικός αριθμός).

- i) $25 \text{ min } 20 \text{ s} - 18 \text{ min } 30 \text{ s} =$
 $(24 \text{ min} + 1\text{min}) \text{ κ' } 20 \text{ s} - 18 \text{ min } 30 \text{ s} =$
 $24 \text{ min κ' } (60 \text{ s} + 20 \text{ s}) - 18 \text{ min } 30 \text{ s} =$
 $24 \text{ min } 80 \text{ s} - 18 \text{ min } 30\text{s} =$
 $6 \text{ min } 50 \text{ s}$
- ii) $3 \text{ h } 32 \text{ min } 20 \text{ s} - 1 \text{ h } 41 \text{ min } 30 \text{ s} =$
 $(2 \text{ h} + 1 \text{ h}) \text{ κ' } 32 \text{ min } 20 \text{ s} - 1 \text{ h } 41 \text{ min } 30 \text{ s} =$
 $2 \text{ h κ' } (60 \text{ min} + 32 \text{ min}) \text{ κ' } 20\text{s} - 1 \text{ h } 41 \text{ min } 30 \text{ s} =$
 $2 \text{ h } 92 \text{ min } 20 \text{ s} - 1 \text{ h } 41 \text{ min } 30 \text{ s} =$
 $2 \text{ h κ' } (91 \text{ min} + 1 \text{ min}) \text{ κ' } 20 \text{ s} - 1 \text{ h } 41 \text{ min } 30 \text{ s} =$
 $2 \text{ h κ' } 91 \text{ min κ' } (60 \text{ s} + 20 \text{ s}) - 1 \text{ h } 41 \text{ min } 30 \text{ s} =$
 $2 \text{ h } 91 \text{ min } 80 \text{ s} - 1 \text{ h } 41 \text{ min } 30 \text{ s} =$
 $1\text{h } 50 \text{ min } 50 \text{ s}$
- iii) $18 \text{ μέρες } 10 \text{ h } 20 \text{ min} - 14 \text{ μέρες } 16 \text{ h } 40 \text{ min} =$
 $(17 \text{ μέρες} + 1 \text{ μέρα}) \text{ κ' } 10 \text{ h κ' } 20 \text{ s} - 14 \text{ μέρες } 16 \text{ h } 40 \text{ min} =$
 $17 \text{ μέρες κ' } (24 \text{ h} + 10 \text{ h}) \text{ κ' } 20 \text{ min} - 14 \text{ μέρες } 16 \text{ h } 40 \text{ min} =$
 $17 \text{ μέρες } 34 \text{ h } 20 \text{ min} - 14 \text{ μέρες } 16 \text{ h } 40 \text{ min} =$
 $17 \text{ μέρες κ' } (33 \text{ h} + 1 \text{ h}) \text{ κ' } 20 \text{ min} - 14 \text{ μέρες } 16 \text{ h } 40 \text{ min} =$
 $17 \text{ μέρες κ' } 33 \text{ h κ' } (60 \text{ min} + 20 \text{ min}) - 14 \text{ μέρες } 16 \text{ h } 40 \text{ min} =$
 $17 \text{ μέρες } 33 \text{ h } 80 \text{ min} - 14 \text{ μέρες } 16 \text{ h } 40 \text{ min} =$
 $3 \text{ μέρες } 17 \text{ h } 40 \text{ min}$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 24 - Λύση

- i) $0,45 \text{ kg} = 450 \text{ g} = 450.000 \text{ mg}$ διότι,
- $0,45 \text{ kg} = 0,45 \cdot 1.000 \text{ g} = 450 \text{ g} =$
 $= 450 \cdot 1.000 \text{ mg} = 450.000 \text{ mg}$
- ii) $0,078 \text{ kg} = 78 \text{ g} = 78.000 \text{ mg}$ διότι,
- $78 \text{ g} = 78 \cdot 1.000 \text{ mg} = 78.000 \text{ mg}$
 - $78 \text{ g} = 78 : 1.000 \text{ kg} = 0,078 \text{ kg}$
- iii) $0.0091 \text{ kg} = 9,1 \text{ g} = 9.1000 \text{ mg}$ διότι,
- $9.100 \text{ mg} = 9.100 : 1.000 \text{ g} = 9,1 \text{ g} =$
 $= 9,1 : 1.000 \text{ kg} = 0,0091 \text{ kg}$
- iv) $2,3 \text{ kg} = 2.300 \text{ g} = 2.300.000 \text{ mg}$ διότι,
- $2.300 \text{ g} = 2.300 \cdot 1.000 \text{ mg} = 2.300.000 \text{ mg}$
 - $2.300 \text{ g} = 2.300 : 1.000 \text{ kg} = 2,3 \text{ kg}$
- v) $5,6 \text{ t} = 5.600 \text{ kg} = 5.600.000 \text{ g}$ διότι,
- $5,6 \text{ t} = 5,6 \cdot 1.000 \text{ kg} = 5.600 \text{ kg} =$
 $= 5.600 \cdot 1.000 \text{ g} = 5.600.000 \text{ g}$
- vi) $0,025 \text{ t} = 25 \text{ kg} = 25.000 \text{ g}$ διότι,
- $25.000 \text{ g} = 25.000 : 1.000 \text{ kg} = 25 \text{ kg} =$
 $= 25 : 1.000 \text{ t} = 0,025 \text{ t}$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 25 - Λύση

Για να προχωρήσουμε στην επίλυση της άσκησης θα πρέπει πρώτα να γίνει μετατροπή των μονάδων μέτρησης σε μία ίδια μονάδα μέτρησης.

i) Έχουμε:

- 2 mg
- $2,5 \text{ g} = 2,5 \cdot 1.000 \text{ mg} = 2.500 \text{ mg}$

Επομένως, $2 \text{ mg} < 2.500 \text{ mg}$

Τελικά, $2 \text{ mg} < 2,5 \text{ g}$.

ii) Έχουμε:

- $1,5 \text{ kg} = 1,5 \cdot 1.000 \text{ g} = 1.500 \text{ g}$
- 1.500 g

Επομένως, $1.500 \text{ g} = 1.500 \text{ g}$

Τελικά, $1,5 \text{ kg} = 1.500 \text{ g}$.

iii) Έχουμε:

- $0,023 \text{ kg} = 0,023 \cdot 1.000 \text{ g} = 23 \text{ g}$
- 23 g

Επομένως, $23 \text{ g} = 23 \text{ g}$

Τελικά, $0,023 \text{ kg} = 23 \text{ g}$.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Σολωμού 29 Αθήνα τηλ: 210 38 22 157 info@arnos.gr www.arnos.gr

iv) Έχουμε:

- $0,2 \text{ t} = 0,2 \cdot 1.000 \text{ kg} = 200 \text{ kg}$
- 20 kg

Επομένως, $200 \text{ kg} > 230 \text{ kg}$

Τελικά, $0,2 \text{ t} > 20 \text{ kg}$.

v) Συγκρίνουμε χωριστά τις δύο περιπτώσεις

Έχουμε:

- $3,2 \text{ kg} = 3,2 \cdot 1.000 \text{ g} = 3.200 \text{ g}$
- 3.000 g

Επομένως, $3.200 \text{ g} > 3.000 \text{ g}$

Τελικά, $3,2 \text{ kg} > 3.000 \text{ g}$.

Επίσης:

- $3.000 \text{ g} = 3.000 \cdot 1.000 \text{ mg} = 3.000.000 \text{ mg}$
- 300 mg

Επομένως, $3.000.000 \text{ mg} > 300 \text{ mg}$

Τελικά, $3.000 \text{ g} > 300 \text{ mg}$.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Σολωμού 29 Αθήνα τηλ: 210 38 22 157 info@arnos.gr www.arnos.gr

Άσκηση 26 - Λύση

- i) Για να υπολογίσουμε το πλάτος του ορθογωνίου σε cm μετατρέπουμε και τις υπόλοιπες μονάδες μέτρησης της εκφώνησης σε cm.

Έχουμε:

$$\text{Μήκος} = 800 \text{ mm} = 800 : 10 \text{ cm} = 80 \text{ cm}$$

$$\text{Περίμετρος} = 6,6 \text{ m} = 6,6 \cdot 100 \text{ cm} = 660 \text{ cm}$$

Έστω ότι συμβολίζουμε με α το μήκος και με β το πλάτος του ορθογωνίου. Προκύπτει:

$$\Pi = 2\alpha + 2\beta$$

$$660 = 2 \cdot 80 + 2\beta$$

$$2\beta = 500 \text{ άρα } \beta = 500 : 2 = 250 \text{ cm}$$

- ii) Το εμβαδόν του ορθογωνίου θα είναι:

$$E = \text{μήκος} \cdot \text{πλάτος} = 80 \cdot 250 = 20.000 \text{ cm}^2 = 20.000 : 10.000 \text{ m}^2 = 2 \text{ m}^2$$

Άσκηση 27 - Λύση

- i) Έστω α η πλευρά του τετραγώνου. Τότε:

$$\text{Περίμετρος} = 0,6 \text{ m άρα } 4\alpha = 0,6 \text{ m άρα } \alpha = 0,15 \text{ m}$$

Επομένως, το εμβαδόν του τετραγώνου είναι:

$$E = \alpha^2 = (0,15 \text{ m})^2 = 0,025 \text{ m}^2 = 0,025 \cdot 1.000.000 \text{ mm}^2 = 22.500 \text{ mm}^2$$

$$E_{\text{ορθογωνίου}} = E_{\text{τετραγώνου}} = 22.500 \text{ mm}^2 = 22.500 : 100 \text{ cm}^2 = 225 \text{ cm}^2$$

Οπότε έχουμε:

$$E_{\text{ορθογωνίου}} = 225 \text{ άρα } \text{μήκος} \cdot \text{πλάτος} = 225 \text{ άρα}$$

$$\text{μήκος} \cdot 9 = 225 \text{ άρα } \text{μήκος} = 25 \text{ cm} = 25 : 10 \text{ dm} = 2,5 \text{ dm}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

- ii) $\text{Π}_{\text{τετραγώνου}} = 0,6 \text{ m} = 0,6 \cdot 100 \text{ cm} = 60 \text{ cm}$
 $\text{Π}_{\text{ορθογωνίου}} = 2 \cdot \text{μήκος} + 2 \cdot \text{πλάτος} = 2 \cdot 25 + 2 \cdot 9 = 50 + 18 = 68 \text{ cm}$
Άρα, η διαφορά των περιμέτρων των δύο σχημάτων είναι
 $68 - 60 = 8 \text{ cm} .$

Άσκηση 28 – Λύση

- i) Αφού το χαλί στοίχισε ολόκληρο 2.112 ευρώ και το 1 m^2 κοστίζει 240 ευρώ έχουμε :

$$E_{\text{χαλιού}} = \frac{2.112}{240} = 8,8 \text{ m}^2$$

- ii) Από το προηγούμενο ερώτημα έχουμε

$$E_{\text{χαλιού}} = 8,8 \text{ m}^2 = 8,8 \cdot 100 \text{ dm}^2 = 880 \text{ dm}^2 .$$

Οπότε:

$$E_{\text{χαλιού}} = 880 \text{ dm}^2$$

$$\text{μήκος} \cdot \text{πλάτος} = 880$$

$$32 \cdot \text{πλάτος} = 880 \quad \text{άρα} \quad \text{πλάτος} = 27,5 \text{ dm}$$

Άρα,

$$\text{Π}_{\text{χαλιού}} = 2 \cdot \text{μήκος} + 2 \cdot \text{πλάτος} =$$

$$= 2 \cdot 32 + 2 \cdot 27,5 = 119 \text{ dm} = 119 \cdot 10 \text{ cm} = 1.190 \text{ cm}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 29 - Λύση

- i) $\alpha = 0,7 \text{ m}$
 $\beta = \alpha + 4 \text{ dm} = 0,7 \text{ m} + 4 \text{ dm} = 0,7 \text{ m} + 4 : 10 \text{ m} = 0,7 \text{ m} + 0,4 \text{ m} = 1,1 \text{ m}$
 $\gamma = \alpha - 20 \text{ cm} = 0,7 \text{ m} - 20 : 100 \text{ m} = 0,7 \text{ m} - 0,2 \text{ m} = 0,5 \text{ m}$
- ii) $\alpha + \beta + \gamma = 0,7 \text{ m} + 1,1 \text{ m} + 0,5 \text{ m} = 2,3 \text{ m} = 2,3 \cdot 1.000 \text{ mm} = 2.300 \text{ mm}$
- iii) Όγκος $= \alpha \cdot \beta \cdot \gamma = 0,7 \cdot 1,1 \cdot 0,5 = 0,385 \text{ m}^3 = 0,385 \cdot 1000 \text{ dm}^3 = 385 \text{ dm}^3 = 385 \cdot 1000 \text{ cm}^3 = 385.000 \text{ cm}^3$
- iv) $E = 2 \cdot (\alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma + \beta \cdot \gamma) = 2 \cdot (0,7 \cdot 1,1 + 0,7 \cdot 0,5 + 1,1 \cdot 0,5) = 2 \cdot (0,77 + 0,35 + 0,55) = 2 \cdot 1,67 = 3,34 \text{ m}^2 = 3,34 \cdot 100 \text{ cm}^2 = 334 \text{ cm}^2$

Άσκηση 30 - Λύση

Οι μαθητές έφυγαν από το σχολείο στις 8:45 και επέστρεψαν μετά από 5 h 30 min. Οπότε για να βρούμε την ακριβή ώρα επιστροφής τους θα προσθέσουμε στην ώρα αναχώρησης για την εκδρομή την διάρκεια την εκδρομής.

Έχουμε :

$$8 \text{ h } 45 \text{ min} + 5 \text{ h } 30 \text{ min} = 13 \text{ h } 75 \text{ min} =$$

$$13 \text{ h } \kappa' (60 \text{ min} + 15 \text{ min}) = (13 \text{ h} + 1 \text{ h}) \kappa' 15 \text{ min} = 14 \text{ h } 15 \text{ min}$$

Τελικά, οι μαθητές επέστρεψαν στις 14 : 14 μ.μ.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 31 - Λύση

- α) Για να ζυγίσουμε σώμα μάζας 3 kg , προσθέτουμε 1 σταθμό των 5 kg και αφαιρούμε 2 σταθμά του 1 kg καθώς $5 - 2 \cdot 1 = 3$.
- β) Για να ζυγίσουμε σώμα μάζας 4 kg , προσθέτουμε 1 σταθμό των 5 kg και αφαιρούμε 1 σταθμό του 1 kg καθώς $5 - 1 = 4$.
- γ) Για να ζυγίσουμε σώμα μάζας 6 kg , προσθέτουμε 1 σταθμό των 10 kg και 1 σταθμό του 1 kg και αφαιρούμε 1 σταθμό των 5 kg καθώς $10 + 1 - 5 = 6$.
- δ) Για να ζυγίσουμε σώμα μάζας 7 kg , προσθέτουμε 1 σταθμό των 10 kg και 2 σταθμά του 1 kg και αφαιρούμε 1 σταθμό των 5 kg καθώς $10 + 2 \cdot 1 - 5 = 7$.
- ε) Για να ζυγίσουμε σώμα μάζας 8 kg , προσθέτουμε 1 σταθμό των 10 kg και αφαιρούμε 2 σταθμά του 1 kg καθώς $10 - 2 \cdot 1 = 8$.
- στ) Για να ζυγίσουμε σώμα μάζας 9 kg , προσθέτουμε 1 σταθμό των 10 kg και αφαιρούμε 1 σταθμό του 1 kg καθώς $9 - 1 = 8$.

Άσκηση 32 - Λύση

- i) Έστω $\alpha = 2 \text{ m}$, $\beta = 1,5 \text{ m}$ και $\gamma = 1,2 \text{ m}$. Άρα:
Όγκος = $\alpha \cdot \beta \cdot \gamma = 2 \cdot 1,5 \cdot 1,2 = 3,6 \text{ m}^3 = 3,6 \cdot 1000 \text{ dm}^3 = 3.600 \text{ dm}^3$
 $= 3.600$ λίτρα
- ii) Ο συνολικός όγκος της δεξαμενής είναι 3.600 λίτρα.
Το ύψος της δεξαμενής είναι $1,2 \text{ m} = 1,2 \cdot 100 \text{ cm} = 120 \text{ cm}$.
Άρα, σε 1 cm ύψους αντιστοιχούν $\frac{3.600}{120} = 30$ λίτρα.
- iii) Σε 1 λεπτό γεμίζουν 40 λίτρα. Όμως, η δεξαμενή έχει όγκο 3.600 λίτρα.
Επομένως, για να γεμίσει ολόκληρη θα χρειαστούν $\frac{3.600}{40} = 90$ λεπτά ,
δηλαδή 1 ώρα και 30 λεπτά.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Ασκήσεις για Μελέτη

Άσκηση 1 - Λύση

Για να προχωρήσουμε στην επίλυση της άσκησης θα πρέπει πρώτα να γίνει μετατροπή των μονάδων μέτρησης σε μία ίδια μονάδα μέτρησης.

3 μ.

200 εκ. = $200 : 100$ μ. = 2 μ.

40 δεκ. = $40 : 10$ μ. = 4 μ.

350 εκ. = $350 : 100$ μ. = 3,5 μ.

4.700 χιλ. = $4.700 : 1.000$ μ. = 4,7 μ.

Επομένως, ισχύει $3,5 \mu. < 2 \mu. < 3 \mu. < 4 \mu. < 4,7 \mu.$

Τελικά, $350 \text{ εκ.} < 200 \text{ εκ.} < 3 \mu. < 40 \text{ δεκ.} < 4.700 \text{ χιλ.}$

Άσκηση 2 - Λύση

Για να προχωρήσουμε στην επίλυση της άσκησης θα πρέπει πρώτα να γίνει μετατροπή των μονάδων μέτρησης σε μία ίδια μονάδα μέτρησης.

i) Ας γίνει η μετατροπή σε m.

Έχουμε:

- $0,025 \text{ km} = 0,025 \cdot 1000 \text{ m} = 25 \text{ m}$
- $140 \text{ dm} = 140 : 10 \text{ m} = 14 \text{ m}$
- $180.000 \text{ mm} = 180.000 : 1000 \text{ m} = 180 \text{ m}$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Επομένως,

$$\begin{aligned} & 0,025 \text{ Km} + 140 \text{ dm} + 180.000 \text{ mm} \\ & = 25 \text{ m} + 14 \text{ m} + 180 \text{ m} = 219 \text{ m} = \\ & = 219 : 1.000 \text{ km} = 0,219 \text{ km} \end{aligned}$$

ii) Ας γίνει η μετατροπή σε m.

Έχουμε:

- $0,0035 \text{ km} = 0,0035 \cdot 1000 \text{ m} = 3,5 \text{ m}$
- $218 \text{ dm} = 218 : 10 \text{ m} = 21,8 \text{ m}$
- $5.400 \text{ cm} = 5.400 : 100 \text{ m} = 54 \text{ m}$

Επομένως,

$$\begin{aligned} & 0,0035 \text{ km} + 218 \text{ dm} + 5.400 \text{ cm} = \\ & = 3,5 \text{ m} + 21,8 \text{ m} + 54 \text{ m} = 79,3 \text{ m} = \\ & = 79,3 : 1.000 \text{ km} = 0,0793 \text{ km} \end{aligned}$$

iii) Ας γίνει η μετατροπή σε m.

Έχουμε:

- $0,85 \text{ km} = 0,85 \cdot 1000 \text{ m} = 850 \text{ m}$
- 570 m
- $114.000 \text{ cm} = 114.000 : 100 \text{ m} = 1.140 \text{ m}$

Επομένως,

$$\begin{aligned} & 0,85 \text{ km} + 570 \text{ m} + 114.000 \text{ cm} = \\ & = 850 \text{ m} + 570 \text{ m} + 1.140 \text{ m} = 2.560 \text{ m} = \\ & = 2.560 : 1.000 \text{ km} = 2,56 \text{ km} \end{aligned}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

iv) Ας γίνει η μετατροπή σε m.

Έχουμε:

- 97 m
- $52.000 \text{ cm} = 52.000 : 100 \text{ m} = 520 \text{ m}$
- $87.000 \text{ mm} = 87.000 : 1.000 \text{ m} = 87 \text{ m}$

Επομένως,

$$\begin{aligned} 97 \text{ m} + 52.000 \text{ cm} + 87.000 \text{ mm} &= \\ = 97 \text{ m} + 520 \text{ m} + 87 \text{ m} &= 704 \text{ m} = \\ = 704 : 1.000 \text{ km} &= 0,704 \text{ km} \end{aligned}$$

Άσκηση 3 – Λύση

Για να προχωρήσουμε στην επίλυση της άσκησης θα πρέπει πρώτα να γίνει μετατροπή των μονάδων μέτρησης σε μία ίδια μονάδα μέτρησης.

i) Έχουμε:

- $\frac{214}{10} \text{ dm} = 21,4 \text{ dm} = 21,4 \cdot 100 \text{ mm} = 2.140 \text{ mm}$
- 9.960 mm

Επομένως,

$$\begin{aligned} \frac{214}{10} \text{ dm} + 9.960 \text{ mm} &= \\ = 2.140 \text{ mm} + 9.960 \text{ mm} &= 12.100 \text{ mm} = \\ = 12.100 : 1.000 \text{ m} &= 12,1 \text{ m} \end{aligned}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

ii) Έχουμε:

- $\frac{269}{100} \text{ m} = 2,69 \text{ m}$
- $0,00615 \text{ km} = 0,00615 \cdot 1000 \text{ m} = 6,15 \text{ m}$

Επομένως,

$$\frac{269}{100} \text{ m} + 0,00615 \text{ km}$$

$$= 2,69 \text{ m} + 6,15 \text{ m} = 8,84 \text{ m} = 8,84 \cdot 1.000 \text{ mm} = 8.840 \text{ mm}$$

iii) Έχουμε:

- 77 mm
- $\frac{84}{10} \text{ cm} = 8,4 \text{ cm} = 8,4 \cdot 10 \text{ mm} = 84 \text{ mm}$

Επομένως,

$$77 \text{ mm} + \frac{84}{10} \text{ cm} = 77 \text{ mm} + 84 \text{ mm} = 161 \text{ mm} = 161 : 1.000 \text{ m} = 0,161 \text{ m}$$

iv) Έχουμε:

- $\frac{34}{1000} \text{ km} = 0,034 \text{ km} = 0,034 \cdot 1.000 \text{ m} = 34 \text{ m}$
- $\frac{1.678}{10} \text{ dm} = 167,8 \text{ dm} = 167,8 : 10 \text{ m} = 16,78 \text{ m}$

Επομένως,

$$\frac{34}{1000} \text{ km} + \frac{1.678}{10} \text{ dm} = 34 \text{ m} + 16,78 \text{ m} = 50,78 \text{ m} = 50,78 \cdot 1.000 \text{ mm} = 50.780 \text{ mm}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 4 – Λύση

Για να προχωρήσουμε στην επίλυση της άσκησης θα πρέπει πρώτα να γίνει μετατροπή των μονάδων μέτρησης σε μία ίδια μονάδα μέτρησης.

Ας συμβολίσουμε με x τον άγνωστο που πρέπει να συμπληρωθεί κάθε φορά στο κενό της εκφώνησης.

i) Έχουμε:

- $0,81 \text{ m} = 0,81 \cdot 100 \text{ cm} = 81 \text{ cm}$
- $1.300 \text{ mm} = 1.300 : 10 \text{ cm} = 130 \text{ cm}$

Επομένως,

$$81 \text{ cm} + x \text{ cm} = 130 \text{ cm}$$

$$x \text{ cm} = 130 \text{ cm} - 81 \text{ cm} = 49 \text{ cm}$$

Τελικά, $0,81 \text{ m} + 49 \text{ cm} = 1.300 \text{ mm}$

ii) Έχουμε:

- $126 \text{ cm} = 126 \cdot 10 \text{ mm} = 1.260 \text{ mm}$
- $1,4 \text{ m} = 1,4 : 1.000 \text{ mm} = 1.400 \text{ mm}$

Επομένως,

$$1.260 \text{ mm} + x \text{ mm} = 1.400 \text{ mm}$$

$$x \text{ mm} = 1.400 \text{ mm} - 1.260 \text{ mm} = 140 \text{ mm}$$

Τελικά, $126 \text{ cm} + 140 \text{ mm} = 1,4 \text{ m}$.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

iii) Έχουμε:

- $2 \text{ cm} = 2 : 100 \text{ m} = 0,02 \text{ m}$
- $22 \text{ mm} = 22 : 1.000 \text{ m} = 0,022 \text{ m}$

Επομένως,

$$0,02 \text{ m} - x \text{ m} = 0,022 \text{ m}$$

$$x \text{ m} = 0,02 \text{ m} - 0,022 \text{ m} = 0,002 \text{ m}$$

$$\text{Τελικά, } 2 \text{ cm} - 0,002 \text{ m} = 22 \text{ mm} .$$

Άσκηση 5 - Λύση

$$12 \text{ m}^2 = 12 \cdot 10.000 \text{ cm}^2 = 120.000 \text{ cm}^2$$

$$175 \text{ dm}^2 = 175 \cdot 100 \text{ cm}^2 = 17.500 \text{ cm}^2$$

$$547 \text{ m}^2 = 547 \cdot 10.000 \text{ cm}^2 = 5.470.000 \text{ cm}^2$$

$$126 \text{ m}^2 = 126 \cdot 10.000 \text{ cm}^2 = 1.260.000 \text{ cm}^2$$

$$\begin{aligned} 4 \text{ km}^2 &= 4 \cdot 1.000.000 \text{ m}^2 = 4.000.000 \text{ m}^2 = 4.000.000 \cdot 10.000 \text{ cm}^2 = \\ &= 40.000.000.000 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Έξυπνα και εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 6 - Λύση

i) $5,5 \text{ m}^2 = 550 \text{ dm}^2 = 55.000 \text{ cm}^2 = 5.500.000 \text{ mm}^2$ διότι,

- $5,5 \text{ m}^2 = 5,5 \cdot 100 \text{ dm}^2 = 550 \text{ dm}^2 =$
 $= 550 \cdot 100 \text{ cm}^2 = 55.000 \text{ cm}^2$
 $= 55.000 \cdot 100 \text{ mm}^2 = 5.500.000 \text{ mm}^2$

ii) $0,00074 \text{ m}^2 = 0,074 \text{ dm}^2 = 7,4 \text{ cm}^2 = 740 \text{ mm}^2$ διότι,

- $7,4 \text{ cm}^2 = 7,4 \cdot 100 \text{ mm}^2 = 740 \text{ mm}^2$
- $7,4 \text{ cm}^2 = 7,4 : 100 \text{ dm}^2 = 0,074 \text{ dm}^2$
 $= 0,074 : 100 \text{ m}^2 = 0,00074 \text{ m}^2$

iii) $0,00032 \text{ m}^2 = 0,032 \text{ dm}^2 = 3,2 \text{ cm}^2 = 320 \text{ mm}^2$ διότι,

- $3,2 \text{ cm}^2 = 3,2 \cdot 100 \text{ mm}^2 = 320 \text{ mm}^2$
- $3,2 \text{ cm}^2 = 3,2 : 100 \text{ dm}^2 = 0,032 \text{ dm}^2$
 $= 0,032 : 100 \text{ m}^2 = 0,00032 \text{ m}^2$

Άσκηση 7 - Λύση

i) $4 \text{ dm}^2 = 4 \cdot 100 \text{ cm}^2 = 400 \text{ cm}^2$

ii) $3 \text{ m}^2 = 3 \cdot 100 \text{ dm}^2 = 300 \text{ dm}^2$

iii) $0,21 \text{ dm}^2 = 0,21 \cdot 10.000 \text{ mm}^2 = 2.100 \text{ mm}^2$

iv) $80.000 \text{ mm}^2 = 80.000 : 1.000.000 \text{ m}^2 = 0,08 \text{ m}^2$

v) $50 \text{ mm}^2 = 50 \cdot 10.000 \text{ dm}^2 = 0,005 \text{ dm}^2$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 8 – Λύση

Για να προχωρήσουμε στην επίλυση της άσκησης θα πρέπει πρώτα να γίνει μετατροπή των μονάδων μέτρησης σε μία ίδια μονάδα μέτρησης.

i) Έχουμε:

- $6 \text{ m}^2 = 6 \cdot 100 \text{ dm}^2 = 600 \text{ dm}^2$
- 12 dm^2

Επομένως, $600 \text{ dm}^2 > 12 \text{ dm}^2$.

Τελικά, $6 \text{ m}^2 > 12 \text{ dm}^2$.

ii) Έχουμε:

- $28 \text{ dm}^2 = 28 \cdot 100 \text{ cm}^2 = 2.800 \text{ cm}^2$
- 5.600 cm^2

Επομένως, $2.800 \text{ cm}^2 < 5.600 \text{ cm}^2$

Τελικά, $28 \text{ dm}^2 < 5.600 \text{ cm}^2$.

iii) Έχουμε:

- $0,01 \text{ m}^2 = 0,01 \cdot 10.000 \text{ cm}^2 = 100 \text{ cm}^2$
- 1.300 cm^2

Επομένως, $100 \text{ cm}^2 < 1.300 \text{ cm}^2$

Τελικά, $0,01 \text{ m}^2 < 1.300 \text{ cm}^2$.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

iv) Έχουμε:

- $0,02 \text{ m}^2 = 0,02 \cdot 1.000.000 \text{ mm}^2 = 20.000 \text{ mm}^2$
- 5.000 mm^2

Επομένως, $20.000 \text{ mm}^2 > 5.000 \text{ mm}^2$

Τελικά, $0,02 \text{ m}^2 > 5.000 \text{ mm}^2$.

Άσκηση 9 - Λύση

i) $0,46 \text{ m}^3 = 460 \text{ dm}^3 = 460.000 \text{ cm}^3 = 460.000.000 \text{ mm}^3$ διότι,

- $0,46 \text{ m}^3 = 0,46 \cdot 1.000 \text{ dm}^3 = 460 \text{ dm}^3 =$
 $= 460 \cdot 1.000 \text{ cm}^3 = 460.000 \text{ cm}^3$
 $= 460.000 \cdot 1.000 \text{ mm}^3 = 460.000.000 \text{ mm}^3$

ii) $1,8 \text{ m}^3 = 1.800 \text{ dm}^3 = 1.800.000 \text{ cm}^3 = 1.800.000.000 \text{ mm}^3$ διότι,

- $1.800 \text{ dm}^3 = 1.800 \cdot 1.000 \text{ cm}^3 = 1.800.000 \text{ cm}^3$
 $= 1.800.000 \cdot 1.000 \text{ mm}^3 = 1.800.000.000 \text{ mm}^3$
- $1.800 \text{ dm}^3 = 1.800 : 1.000 \text{ m}^3 = 1,8 \text{ m}^3$

iii) $0,7 \text{ m}^3 = 700 \text{ dm}^3 = 700.000 \text{ cm}^3 = 700.000.000 \text{ mm}^3$ διότι,

- $700.000 \text{ cm}^3 = 700.000 \cdot 1.000 \text{ mm}^3 = 700.000.000 \text{ mm}^3$
- $700.000 \text{ cm}^3 = 700.000 : 1.000 \text{ dm}^3 = 700 \text{ dm}^3 =$
 $= 700 : 1.000 \text{ m}^3 = 0,7 \text{ m}^3$

iv) $0,000096 \text{ m}^3 = 0,096 \text{ dm}^3 = 96 \text{ cm}^3 = 96.000 \text{ mm}^3$ διότι,

- $96.000 \text{ mm}^3 = 96.000 : 1.000 \text{ cm}^3 = 96 \text{ cm}^3 =$
 $= 96 : 1.000 \text{ dm}^3 = 0,096 \text{ dm}^3 =$
 $= 0,096 : 1.000 \text{ m}^3 = 0,000096 \text{ m}^3$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 10 - Λύση

- i) $77 \text{ m}^3 = 77 \cdot 1.000 \text{ dm}^3 = 77.000 \text{ dm}^3$
ii) $0,52 \text{ m}^3 = 0,52 \cdot 1.000.000 \text{ mm}^3 = 520.000 \text{ cm}^3$
iii) $0,09 \text{ m}^3 = 0,09 \cdot 1.000.000.000 \text{ mm}^3 = 90.000.000 \text{ mm}^3$
iv) $90 \text{ lt} = 90 \text{ dm}^3 = 90 : 1.000 \text{ m}^3 = 0,09 \text{ m}^3$
v) $400 \text{ cm}^3 = 400 : 1.000.000 \text{ m}^3 = 0,0004 \text{ m}^3$
vi) $190 \text{ mm}^3 = 190 : 1.000.000 \text{ dm}^3 = 0,00019 \text{ dm}^3 = 0,00019 \text{ lt}$

Άσκηση 11 - Λύση

- i) $17 \cdot 10^4 \text{ dm}^3 = 17 \cdot 10^4 : 10^3 \text{ m}^3 = 17 \cdot 10^1 \text{ m}^3 = 170 \text{ m}^3$
ii) $89,3 \cdot 10^8 \text{ mm}^3 = 89,3 \cdot 10^8 : 10^9 \text{ m}^3 = 89,3 \cdot 10^{-1} \text{ m}^3 = 89,3 : 10 \text{ m}^3 = 8,93 \text{ m}^3$
iii) $6,19 \cdot 10^9 \text{ ml} = 6,19 \cdot 10^9 \text{ cm}^3 = 6,19 \cdot 10^9 : 10^6 \text{ m}^3 = 6,19 \cdot 10^3 \text{ m}^3 = 6.190 \text{ m}^3$
iv) $5,77 \cdot 10^{20} \text{ mm}^3 = 5,77 \cdot 10^{20} : 10^9 \text{ m}^3 = 5,77 \cdot 10^{11} \text{ m}^3 = 5777.000.000.000 \text{ m}^3$

Άσκηση 12 - Λύση

Για να προχωρήσουμε στην επίλυση της άσκησης θα πρέπει πρώτα να γίνει μετατροπή των μονάδων μέτρησης σε μία ίδια μονάδα μέτρησης.

i) Έχουμε:

- $0,38 \text{ m}^3 = 0,38 \cdot 1.000 \text{ dm}^3 = 380 \text{ dm}^3$
- 78 dm^3

Επομένως, $380 \text{ dm}^3 > 78 \text{ dm}^3$

Τελικά, $0,38 \text{ m}^3 > 78 \text{ dm}^3$.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

ii) Έχουμε:

- $0,086 \text{ m}^3 = 0,036 \cdot 1.000 \text{ dm}^3 = 36 \text{ dm}^3$
- 660 dm^3

Επομένως, $36 \text{ dm}^3 < 660 \text{ dm}^3$

Τελικά, $0,086 \text{ m}^3 < 660 \text{ dm}^3$.

iii) Έχουμε:

- $129 \text{ dm}^3 = 129 \cdot 1.000 \text{ cm}^3 = 129.000 \text{ cm}^3$
- 540.000 cm^3

Επομένως, $129.000 \text{ cm}^3 < 540.000 \text{ cm}^3$

Τελικά, $129 \text{ dm}^3 < 540.000 \text{ cm}^3$.

iv) Έχουμε:

- $19.000 \text{ cm}^3 = 19.000 \cdot 1.000 \text{ mm}^3 = 19.000.000 \text{ mm}^3$
- 900.000 mm^3

Επομένως, $19.000.000 \text{ mm}^3 > 900.000 \text{ mm}^3$

Τελικά, $19.000 \text{ cm}^3 > 900.000 \text{ mm}^3$.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 13 - Λύση

$$\begin{aligned} \text{i) } 12 \text{ εβδομάδες} &= 12 \cdot 7 \text{ μέρες} = 84 \text{ μέρες} = \\ &= 84 \cdot 24 \text{ h} = 2.016 \text{ h} = \\ &= 2.016 \cdot 60 \text{ min} = 120.960 \text{ min} = \\ &= 120.960 \cdot 60 \text{ s} = 7.257.600 \text{ s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii) Δεκέμβριος} &= 31 \text{ μέρες} = \\ &= 31 \cdot 24 \text{ h} = 744 \text{ h} = \\ &= 744 \cdot 60 \text{ min} = 44.640 \text{ min} = \\ &= 44.640 \cdot 60 \text{ s} = 2.678.400 \text{ s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{iii) Ιανουάριος} &= 31 \text{ μέρες} \\ &= 31 \cdot 24 \text{ h} = 744 \text{ h} = \\ &= 744 \cdot 60 \text{ min} = 44.640 \text{ min} = \\ &= 44.640 \cdot 60 \text{ s} = 2.678.400 \text{ s} \end{aligned}$$

Άσκηση 14 - Λύση

Για να προχωρήσουμε στην επίλυση της άσκησης θα πρέπει πρώτα να γίνει μετατροπή των μονάδων μέτρησης σε μία ίδια μονάδα μέτρησης.

i) Έχουμε:

- 9 min
- 25 s = 25 : 60 min \cong 0,42 min

Επομένως, 9 min + 25 s = 9 min + 0,42 min = 9,42 min .

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

ii) Έχουμε:

- 18 min
- $30 \text{ s} = 30 : 60 \text{ min} = 0,5 \text{ min}$

Επομένως, $18 \text{ min} + 30 \text{ s} = 18 \text{ min} + 0,5 \text{ min} = 18,5 \text{ min}$.

iii) Έχουμε:

- 1 h = 60 min
- 30 min
- $40 \text{ s} = 40 : 60 \text{ min} \cong 0,6 \text{ min}$

Επομένως, $1 \text{ h} + 30 \text{ min} + 40 \text{ s} = 60 \text{ min} + 30 \text{ min} + 0,6 \text{ min} = 90,6 \text{ min}$.

iv) Έχουμε:

- $2 \text{ h} = 2 \cdot 60 \text{ min} = 120 \text{ min}$
- $44 \text{ s} = 44 : 60 \text{ min} \cong 0,73 \text{ min}$

Επομένως, $2 \text{ h} + 44 \text{ s} = 120 \text{ min} + 0,73 \text{ min} = 120,73 \text{ min}$.

Άσκηση 15 - Λύση

- $308 \text{ h} = 308 : 24 \text{ h} = 12,8 \text{ μέρες}$
- $64 \text{ h} = 64 : 24 \text{ h} = 2,7 \text{ μέρες}$
- $152 \text{ h} = 152 : 24 \text{ h} = 6,3 \text{ μέρες}$
- $440 \text{ h} = 440 : 24 \text{ h} = 18,3 \text{ μέρες}$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 16 - Λύση

- i) $4,6 \text{ h} = 4,6 \cdot 60 \text{ min} = 276 \text{ min}$
- ii) $\frac{7}{12} \text{ της ώρας} = \frac{7}{12} \cdot 60 \text{ min} = \frac{420}{12} \text{ min} = 35 \text{ min} = 35 \cdot 60 \text{ s} = 2.100 \text{ s}$

Άσκηση 17 - Λύση

- i) $3 \text{ h } 50 \text{ min } 15 \text{ s} + 4 \text{ h } 30 \text{ min } 250 \text{ s}$
 $= 7 \text{ h } 80 \text{ min } 265 \text{ s}$
 $= 7 \text{ h κ' } 80 \text{ min κ' } (4 \cdot 60 \text{ s} + 25 \text{ s})$
 $= 7 \text{ h κ' } (80 \text{ min} + 4 \text{ min}) \text{ κ' } 25 \text{ s}$
 $= 7 \text{ h } 84 \text{ min } 25 \text{ s}$
 $= 7 \text{ h κ' } (60 \text{ min} + 24 \text{ min}) \text{ κ' } 25 \text{ s}$
 $= (7 \text{ h} + 1 \text{ h}) \text{ κ' } 24 \text{ min κ' } 25 \text{ s} = 8 \text{ h } 24 \text{ min } 25 \text{ s}$
- ii) $48 \text{ min } 30 \text{ s} + 31 \text{ min } 40 \text{ s}$
 $= 79 \text{ min } 70 \text{ s}$
 $= 79 \text{ min κ' } (1 \cdot 60 \text{ s} + 10 \text{ s})$
 $= (79 \text{ min} + 1 \text{ min}) \text{ κ' } 10 \text{ s}$
 $= 80 \text{ min } 10 \text{ s}$
 $= (60 \text{ min} + 20 \text{ min}) \text{ κ' } 10 \text{ s} = 1 \text{ h } 20 \text{ min } 10 \text{ s}$
- iii) $3 \text{ μέρες } 30 \text{ h } 55 \text{ min} + 4 \text{ μέρες } 8 \text{ h } 35 \text{ min}$
 $= 7 \text{ μέρες } 38 \text{ h } 90 \text{ min}$
 $= 7 \text{ μέρες κ' } 38 \text{ h κ' } (60 \text{ min} + 30 \text{ min})$
 $= 7 \text{ μέρες κ' } 39 \text{ h κ' } 30 \text{ min}$
 $= 7 \text{ μέρες κ' } (24 \text{ h} + 15 \text{ h}) \text{ κ' } 30 \text{ min}$
 $= (7 \text{ μέρες} + 1 \text{ μέρα}) \text{ κ' } 15 \text{ h κ' } 30 \text{ min}$
 $= 8 \text{ μέρες } 15 \text{ h } 30 \text{ min}$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 18 - Λύση

Για να οριστεί η αφαίρεση θα πρέπει ο αφαιρετέος να είναι μεγαλύτερος από τον αφαιρέτη (λόγω του ότι η άσκηση αναφέρεται σε χρόνο ο οποίος είναι πάντα θετικός αριθμός).

- i) $35 \text{ min } 30 \text{ s} - 28 \text{ min } 40 \text{ s} =$
 $(34 \text{ min} + 1 \text{ min}) \text{ κ' } 30 \text{ s} - 28 \text{ min } 40 \text{ s} =$
 $34 \text{ min κ' } (60 \text{ s} + 30 \text{ s}) - 28 \text{ min } 40 \text{ s} =$
 $34 \text{ min } 90 \text{ s} - 28 \text{ min } 40 \text{ s} =$
 $6 \text{ min } 50 \text{ s}$
- ii) $2 \text{ h } 42 \text{ min } 40 \text{ s} - 1 \text{ h } 51 \text{ min } 35 \text{ s} =$
 $(1 \text{ h} + 1 \text{ h}) \text{ κ' } 42 \text{ min } 40 \text{ s} - 1 \text{ h } 51 \text{ min } 35 \text{ s} =$
 $1 \text{ h κ' } (60 \text{ min} + 42 \text{ min}) \text{ κ' } 40 \text{ s} - 1 \text{ h } 51 \text{ min } 35 \text{ s} =$
 $1 \text{ h } 102 \text{ min } 40 \text{ s} - 1 \text{ h } 51 \text{ min } 35 \text{ s} =$
 $51 \text{ min } 15 \text{ s}$
- iii) $16 \text{ μέρες } 12 \text{ h } 30 \text{ min} - 13 \text{ μέρες } 18 \text{ h } 45 \text{ min} =$
 $(15 \text{ μέρες} + 1 \text{ μέρα}) \text{ κ' } 12 \text{ h κ' } 30 \text{ min} - 13 \text{ μέρες } 18 \text{ h } 45 \text{ min} =$
 $15 \text{ μέρες κ' } (24 \text{ h} + 12 \text{ h}) \text{ κ' } 30 \text{ min} - 13 \text{ μέρες } 18 \text{ h } 45 \text{ min} =$
 $15 \text{ μέρες } 36 \text{ h } 30 \text{ min} - 13 \text{ μέρες } 18 \text{ h } 45 \text{ min} =$
 $15 \text{ μέρες κ' } (35 \text{ h} + 1 \text{ h}) \text{ κ' } 30 \text{ min} - 13 \text{ μέρες } 18 \text{ h } 45 \text{ min} =$
 $15 \text{ μέρες κ' } 35 \text{ h κ' } (60 \text{ min} + 30 \text{ min}) - 13 \text{ μέρες } 18 \text{ h } 45 \text{ min} =$
 $15 \text{ μέρες } 35 \text{ h } 90 \text{ min} - 13 \text{ μέρες } 18 \text{ h } 45 \text{ min} =$
 $2 \text{ μέρες } 17 \text{ h } 45 \text{ min}$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 19 - Λύση

i) $0,38 \text{ kg} = 380 \text{ g} = 380.000 \text{ mg}$

διότι,

- $0,38 \text{ kg} = 0,38 \cdot 1.000 \text{ g} = 380 \text{ g} =$
 $= 380 \cdot 1.000 \text{ mg} = 380.000 \text{ mg}$

ii) $0,088 \text{ kg} = 88 \text{ g} = 88.000 \text{ mg}$

διότι,

- $88 \text{ g} = 88 \cdot 1.000 \text{ mg} = 88.000 \text{ mg}$
- $88 \text{ g} = 88 : 1.000 \text{ kg} = 0,088 \text{ kg}$

iii) $0,0102 \text{ kg} = 10,2 \text{ g} = 10.200 \text{ mg}$

διότι,

- $10.200 \text{ mg} = 10.200 : 1.000 \text{ g} = 10,2 \text{ g} =$
 $= 10,2 : 1.000 \text{ kg} = 0,0102 \text{ kg}$

iv) $2,8 \text{ kg} = 2.800 \text{ g} = 2.800.000 \text{ mg}$

διότι,

- $2.800 \text{ g} = 2.800 \cdot 1.000 \text{ mg} = 2.800.000 \text{ mg}$
- $2.800 \text{ g} = 2.800 : 1.000 \text{ kg} = 2,8 \text{ kg}$

v) $7,6 \text{ t} = 7.600 \text{ kg} = 7.600.000 \text{ g}$

διότι,

- $7,6 \text{ t} = 7,6 \cdot 1.000 \text{ kg} = 7.600 \text{ kg} =$
 $= 7.600 \cdot 1.000 \text{ g} = 7.600.000 \text{ g}$

vi) $0,0028 \text{ t} = 2,8 \text{ kg} = 2.800 \text{ g}$

διότι,

- $2.800 \text{ g} = 2.800 : 1.000 \text{ kg} = 2,8 \text{ kg} = 2,8 : 1.000 \text{ t} = 0,0028 \text{ t}$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 20 - Λύση

Για να προχωρήσουμε στην επίλυση της άσκησης θα πρέπει πρώτα να γίνει μετατροπή των μονάδων μέτρησης σε μία ίδια μονάδα μέτρησης.

i) Έχουμε:

- 3 mg
- $3,5 \text{ g} = 3,5 \cdot 1.000 \text{ mg} = 3.500 \text{ mg}$

Επομένως, $3 \text{ mg} < 3.500 \text{ mg}$

Τελικά, $3 \text{ mg} < 3,5 \text{ g}$.

ii) Έχουμε:

- $1,8 \text{ kg} = 1,8 \cdot 1.000 \text{ g} = 1.800 \text{ g}$
- 2.500 g

Επομένως, $1.800 \text{ g} < 2.500 \text{ g}$

Τελικά, $1,8 \text{ kg} < 2.500 \text{ g}$.

iii) Έχουμε:

- $0,053 \text{ kg} = 0,053 \cdot 1.000 \text{ g} = 53 \text{ g}$
- 43 g

Επομένως, $53 \text{ g} > 43 \text{ g}$

Τελικά, $0,053 \text{ kg} > 43 \text{ g}$.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

iv) Έχουμε:

- $0,3 \text{ t} = 0,3 \cdot 1.000 \text{ kg} = 300 \text{ kg}$
- 30 kg

Επομένως, $300 \text{ kg} > 30 \text{ kg}$

Τελικά, $0,3 \text{ t} > 30 \text{ kg}$.

v) Συγκρίνουμε χωριστά τις δύο περιπτώσεις

▪ Έχουμε:

- $4,2 \text{ kg} = 4,2 \cdot 1.000 \text{ g} = 4.200 \text{ g}$
- 3.000 g

Επομένως, $4.200 \text{ g} > 3.000 \text{ g}$

Τελικά, $4,2 \text{ kg} > 3.000 \text{ g}$.

▪ Επίσης,

- $4.000 \text{ g} = 4.000 \cdot 1.000 \text{ mg} = 4.000.000 \text{ mg}$
- 400 mg

Επομένως, $4.000.000 \text{ mg} > 400 \text{ mg}$

Τελικά, $4.000 \text{ g} > 400 \text{ mg}$.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 21 - Λύση

- Βρίσκουμε, αρχικά, το διάστημα που κράτησε η ταινία μαζί με τις διαφημίσεις.

$$23 \text{ h } 5 \text{ min} - 19 \text{ h } 55 \text{ min}$$

$$= (22 \text{ h} + 1 \text{ h}) \text{ κ' } 5 \text{ min} - 19 \text{ h } 55 \text{ min}$$

$$= 22 \text{ h κ' } (60 \text{ min} + 5 \text{ min}) - 19 \text{ h } 55 \text{ min}$$

$$= 22 \text{ h } 65 \text{ min} - 19 \text{ h } 55 \text{ min}$$

$$= 3 \text{ h } 10 \text{ min}$$

- Οπότε, η ταινία χωρίς τις διαφημίσεις κράτησε:

$$3 \text{ h } 10 \text{ min} - 20 \text{ min}$$

$$= (2 \text{ h} + 1 \text{ h}) \text{ κ' } 10 \text{ min} - 20 \text{ min}$$

$$= 2 \text{ h κ' } (60 \text{ min} + 10 \text{ min}) - 20 \text{ min}$$

$$= 2 \text{ h } 70 \text{ min} - 20 \text{ min}$$

$$= 2 \text{ h } 50 \text{ min}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 22 - Λύση

i) $V = 2.400 \text{ lt} = 2.400 \text{ dm}^3 = 2.400 : 1.000 \text{ m}^3 = 2,4 \text{ m}^3$

$V = a \cdot \beta \cdot \gamma$

$2,5 = 2 \cdot 1,5 \cdot \gamma$

$2,5 = 3 \cdot \gamma$

$\gamma = 0,8 \text{ m}$

ii) Για να υπολογίσουμε πόσα τετραγωνικά εκατοστά θα κατέβει η στάθμη σε 10 μέρες έχουμε:

$2.400 - 60 \cdot 10 = 2.400 - 600 = 1.800 \text{ lt} = 1.800 \text{ dm}^3 = 1.800 \cdot 100 =$

$180.000 \text{ cm}^3.$

Άσκηση 23 - Λύση**Ο Τόλης έκανε χρόνο:**

• $2 \text{ h} = 2 \cdot 60 \text{ min} = 120 \text{ min} = 120 \cdot 60 \text{ s} = 7.200 \text{ s}$

• $15 \text{ min} = 15 \cdot 60 \text{ s} = 900 \text{ s}$

• 36 s

Δηλαδή, ο χρόνος του Τόλη είναι $7.200 \text{ s} + 900 \text{ s} + 36 \text{ s} = 8.136 \text{ s}.$ **Ο Πόλης έκανε χρόνο:**

• $135,5 \text{ min} = 135,5 \cdot 60 \text{ s} = 8.130 \text{ s}$

Δηλαδή, ο χρόνος του Πόλη είναι $8.130 \text{ s}.$ **Ο Μόγλης έκανε χρόνο:**

• 8.133 s

Δηλαδή, ο χρόνος του Πόλη είναι $8.133 \text{ s}.$ **Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!**

Συγκρίνοντας τους χρόνους των 3 αθλητών με μονάδα μέτρησης το δευτερόλεπτο έχουμε:

$$8.130 \text{ s} < 8.133 \text{ s} < 8.136 \text{ s}$$

Τελικά , ο Πόλης έκανε τον μικρότερο χρόνο, ακολουθεί ο Μόγλης και έπειτα ο Τόλης.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Σολωμού 29 Αθήνα τηλ: 210 38 22 157 info@arnos.gr www.arnos.gr

Κεφάλαιο 4 : Εξισώσεις και προβλήματα

4.1. Η έννοια της εξίσωσης –

Οι εξισώσεις: $\alpha+x=\beta$, $x-\alpha=\beta$, $\alpha-x=\beta$, $\alpha\cdot x=\beta$, $\alpha:x=\beta$, $x:\alpha=\beta$

Ερωτήσεις Κατανόησης

Ερώτηση Κατανόησης 1 – Απάντηση

1. Γ
2. Ε
3. Δ
4. Ζ
5. Α
6. Β

Ερώτηση Κατανόησης 2 – Απάντηση

1. «6»
Διότι $6 - 2 = 4$
2. «5»
Διότι $1 + 3 = 4$
3. «8»
Διότι $18 - 8 = 10$
4. «1»
Διότι $2 - 1 = 1$
5. «7»
Διότι $93 - 7 = 86$

Έξυπνα και εύκολα η Προετοιμασία!

Ερώτηση Κατανόησης 3 – Απάντηση

i) Δ

Το 6 είναι ρίζα της εξίσωσης, οπότε επαληθεύει την εξίσωση.
Στην θέση του τετραγώνου βάζουμε το γράμμα y και έχουμε:

$$y : x = 3$$

$$\frac{y}{x} = 3 \text{ άρα } \frac{y}{6} = 3 \text{ άρα } y = 3 \cdot 6 = 18$$

ii) Β

Το 12 είναι ρίζα της εξίσωσης, οπότε επαληθεύει την εξίσωση.
Στην θέση του τετραγώνου βάζουμε το γράμμα y και έχουμε:

$$x - y = 3$$

$$12 - y = 3 \text{ άρα } y = 12 - 3 = 9$$

iii) Β

Λύνουμε, αρχικά, την εξίσωση 12: $x = 4$. Έχουμε:

$$\frac{12}{x} = 4$$

$$12 = 4 \cdot x \text{ άρα } x = \frac{12}{4} = 3$$

Αν δοκιμάσουμε τη λύση $x = 3$ στις πιθανές επιλογές παρατηρούμε ότι μόνο η επιλογή Β για $x = 3$ ισχύει αφού $3 \cdot 3 - 1 = 9 - 1 = 8$.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Ερώτηση Κατανόησης 4 - Απάντηση

Α

Λύνουμε την εξίσωση:

$$\frac{7}{4} - x = \frac{4}{5}$$

$$x = \frac{7}{4} - \frac{4}{5}$$

$$x = \frac{35}{20} - \frac{16}{20} = \frac{19}{20} = 0,95$$

Ασκήσεις για Διδασκαλία**Άσκηση 1 - Λύση**

- i) Το τριπλάσιο ενός αριθμού αυξημένο κατά 40.
- ii) Αν ελαττώσουμε κατά 9 το $\frac{1}{3}$ ενός αριθμού, βρίσκουμε 4.
- iii) Από το αριθμό α αφαιρούμε το τετραπλάσιο του αριθμού β .
- iv) Προσθέτοντας το πενταπλάσιο ενός αριθμού και το οκταπλάσιο του ίδιο αριθμού προκύπτει 99.

Άσκηση 2 - Λύση

- i) $x + 9 = 18$
- ii) $x - 5 = 14$
- iii) $6 \cdot x = 72$
- iv) $5 \cdot x + 4 = 35$
- v) $\frac{1}{4} \cdot x - 5 = 42$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 3 – Λύση

Το εμβαδόν ενός τετραγώνου ορίζεται ως : η πλευρά του τετραγώνου εις την δευτέρα.

Οπότε: $E = x \cdot x = x^2$.

Η περίμετρος του τετραγώνου είναι το άθροισμα όλων των πλευρών του τετραγώνου.

Οπότε: $\Pi = x + x + x + x = 4x$.

Άσκηση 4 – Λύση

i) $x + x + x = 3 \cdot x$

ii) $a + a + a + a = 4 \cdot a$

iii) $4 \cdot a + 62 \cdot a = 66 \cdot a$

iv) $3 \cdot \beta + \beta + 5 \cdot \alpha + 2 \cdot \alpha = 4 \cdot \beta + 7 \cdot \alpha$

v) $9 \cdot x + 8 \cdot x - 3 \cdot x = 14 \cdot x$

Άσκηση 5 – Λύση

i) $\beta + \beta + \beta + \beta = 4 \cdot \beta$

ii) $x + x + x + \psi + \psi + \psi + \psi = 3 \cdot x + 4 \cdot \psi$

iii) $15 \cdot a + a + 7 \cdot a = 23 \cdot a$

iv) $43 \cdot \gamma - 18 \cdot \gamma + 9 \cdot \gamma = 34 \cdot \gamma$

Άσκηση 6 – Λύση

Λόγω της προσεταιριστικής ιδιότητας του πολλαπλασιασμού έχουμε ότι:

$$x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z = \frac{4}{9} \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{45}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 7 – Λύση

Ένας αριθμός είναι λύση της εξίσωσης αν επαληθεύει την εξίσωση. Εδώ έχουμε :

$$x + 14 = 29$$

$$15 + 14 = 29$$

$$29 = 29 \text{ που ισχύει.}$$

Άρα, ο αριθμός 15 είναι λύση της εξίσωσης $x + 14 = 29$.

Άσκηση 8 – Λύση

ι) Ένας αριθμός είναι λύση της εξίσωσης αν επαληθεύει την εξίσωση.

Εδώ έχουμε :

$$6 \cdot x - 10 = 14$$

$$6 \cdot 4 - 10 = 14$$

$$24 - 10 = 14$$

$$14 = 14 \text{ που ισχύει.}$$

Άρα, ο αριθμός 4 είναι λύση της εξίσωσης $6 \cdot x - 10 = 14$.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Σολωμού 29 Αθήνα τηλ: 210 38 22 157 info@arnos.gr www.arnos.gr

ii) Ένας αριθμός είναι λύση της εξίσωσης αν επαληθεύει την εξίσωση.

Εδώ έχουμε :

$$\frac{\omega}{3} + \frac{\omega + 8}{5} = 7$$

$$\frac{12}{3} + \frac{12 + 8}{5} = 7$$

$$4 + \frac{20}{5} = 7$$

$$4 + 4 = 7$$

$8 = 7$ δεν ισχύει.

Άρα, ο αριθμός 12 δεν είναι λύση της εξίσωσης $\frac{\omega}{3} + \frac{\omega+8}{5} = 7$.

Άσκηση 9 – Λύση

Ένας αριθμός επαληθεύει μία εξίσωση αν είναι λύση της εξίσωσης.

Λύνουμε, λοιπόν, τις εξισώσεις.

$$i) \quad x + 5,7 = 16,83$$

$$x = 16,83 - 5,7 = 11,13$$

Δηλαδή ο αριθμός 11,13 επαληθεύει την εξίσωση $x + 5,7 = 16,83$.

$$ii) \quad 41,3 + x = 92,19$$

$$x = 92,19 - 41,3 = 50,89$$

Δηλαδή ο αριθμός 50,89 επαληθεύει την εξίσωση $41,3 + x = 92,19$.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

iii) $57,505 - x = 5,29$

$$x = 57,505 - 5,29 = 52,215$$

Δηλαδή ο αριθμός 52,215 επαληθεύει την εξίσωση $57,505 - x = 5,29$.

iv) $48 - x = 8,1$

$$x = 48 - 8,1 = 39,9$$

Δηλαδή ο αριθμός 39,9 επαληθεύει την εξίσωση $48 - x = 8,1$.

Άσκηση 10 - Λύση

i) $v + 3 = 5$ άρα $v = 5 - 3 = 2$

ii) $x - 3 = 9$ άρα $x = 9 + 3 = 12$

iii) $t + 5 + 2 = 4 + 29$ ή $t + 7 = 33$ άρα $t = 33 - 7 = 26$

iv) $8 - x = 4$ άρα $x = 8 - 4 = 4$

v) $12 - x = 4$ άρα $x = 12 - 4 = 8$

Άσκηση 11 - Λύση

i) $x + 4 = 9$ άρα $x = 9 - 4 = 5$

ii) $x - 5 = 5$ άρα $x = 5 + 5 = 10$

iii) $15 - x = 7$ $x = 15 - 7 = 8$

iv) $4 \cdot x = 12$ άρα $x = \frac{12}{4} = 3$

v) $x : 4 = 7$ άρα $x = 7 \cdot 4 = 28$

vi) $72 : x = 8$ άρα $x = \frac{72}{8} = 9$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 12 - Λύση

i) $x + 14 = 29$ άρα $x = 29 - 14 = 15$

ii) $x - 2 = 9$ άρα $x = 9 + 2 = 11$

iii) $18 - x = 6$ άρα $x = 18 - 6 = 12$

iv) $6 \cdot x = 48$ άρα $x = \frac{48}{6} = 48 : 6 = 8$

v) $x : 8 = 5$ άρα $x = 8 \cdot 5 = 40$

vii) $63 : x = 7$ άρα $63 = 7 \cdot x$ οπότε $x = \frac{63}{7} = 9$

Άσκηση 13 - Λύση

Με βάση την προτεραιότητα των πράξεων έχουμε:

i) $(2 \cdot 9 - 6 - 3 \cdot 2^2) \cdot x = (30 - 6 \cdot 3) : 4 - 3$

$(2 \cdot 9 - 6 - 3 \cdot 4) \cdot x = (30 - 18) : 4 - 3$

$(18 - 6 - 12) \cdot x = 12 : 4 - 3$

$0 \cdot x = 3 - 3$

$0 \cdot x = 0$

Η εξίσωση είναι αόριστη, δηλαδή έχει άπειρες λύσεις.

ii) $(5 \cdot 4^2 - 7^2) \cdot x = 12 \cdot 2^2 - 1^3$

$(5 \cdot 16 - 49) \cdot x = 12 \cdot 4 - 1$

$(80 - 49) \cdot x = 48 - 1$

$31 \cdot x = 47$ άρα $x = \frac{47}{31}$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 14 - Λύση

i) $4 \cdot x + 3 \cdot x = 35$

$7 \cdot x = 35$

$x = \frac{35}{7} = 5$

ii) $8 \cdot x - 2 \cdot x = 36$

$6 \cdot x = 36$

$x = \frac{36}{6} = 6$

iii) $6 \cdot x + 4 \cdot x - x = 27$ άρα $9 \cdot x = 27$ άρα $x = \frac{27}{9} = 3$

Άσκηση 15 - Λύση

i) $\frac{3}{x} = \frac{12}{20}$

$3 \cdot 20 = x \cdot 12$

$60 = 12 \cdot x$

$x = \frac{60}{12} = 5$

ii) $\frac{5}{7} = \frac{15}{x}$

$5 \cdot x = 7 \cdot 15$

$5 \cdot x = 105$

$x = \frac{105}{5} = 21$

Έξυπνα και εύκολα η Προετοιμασία!

$$\begin{aligned} \text{iii)} \quad \frac{x+3}{4} + \frac{1}{2} &= \frac{7}{4} \\ \frac{x+3}{4} &= \frac{7}{4} - \frac{1}{2} \\ \frac{x+3}{4} &= \frac{7}{4} - \frac{2}{4} \\ \frac{x+3}{4} &= \frac{5}{4} \\ (x+3) \cdot 4 &= 4 \cdot 5 \\ x+3 &= 5 \\ x &= 5 - 3 = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{iv)} \quad \frac{5}{8} + \frac{x}{16} &= \frac{3}{4} \\ \frac{x}{16} &= \frac{3}{4} - \frac{5}{8} \\ \frac{x}{16} &= \frac{6}{8} - \frac{5}{8} \\ \frac{x}{16} &= \frac{1}{8} \\ x \cdot 8 &= 16 \cdot 1 \\ x \cdot 8 &= 16 \\ x &= \frac{16}{8} = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{v)} \quad \frac{12}{2 \cdot x + 3} &= \frac{4}{3} \\ 12 \cdot 3 &= 4 \cdot (2 \cdot x + 3) \\ 36 &= 8 \cdot x + 12 \\ 8 \cdot x &= 36 - 12 \\ 8 \cdot x &= 24 \\ x &= \frac{24}{8} = 3 \end{aligned}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 16 - Λύση

Ο αντίστροφος του $\frac{8}{21}$ είναι το κλάσμα $\frac{21}{8}$.

Έτσι λοιπόν, έχουμε:

$$5 + x = \frac{21}{8} \quad \text{άρα} \quad x = \frac{21}{8} - 5 = \frac{21}{8} - \frac{40}{8} = -\frac{19}{8}$$

Άσκηση 17 - Λύση

$$x + 6 = 414$$

$$x = 414 - 6 = 408$$

Άσκηση 18 - Λύση

$$x + 12 = 32$$

$$x = 32 - 12 = 20$$

Άσκηση 19 - Λύση

$$4 \cdot x = 52$$

$$x = \frac{52}{4} = 13$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Σολωμού 29 Αθήνα τηλ: 210 38 22 157 info@arnos.gr www.arnos.gr

Ασκήσεις για Μελέτη**Άσκηση 1 – Λύση**

- i) $x + 3$
- ii) $x - 6$
- iii) $2 \cdot x$
- iv) $\frac{1}{4} \cdot x$
- v) $3 \cdot x + 6$
- vi) $4 \cdot x - 8$
- vii) $\frac{1}{5} \cdot x + \frac{5}{2}$
- viii) $\frac{2}{5} \cdot x - 8$

Άσκηση 2 – Λύση

- i) Το οκταπλάσιο ενός αριθμού ελαττωμένο κατά 9 δίνει 7.
- ii) Το τριπλάσιο ενός αριθμού αυξημένο κατά 6 μας δίνει 13.
- iii) Το τριπλάσιο ενός αριθμού, που είναι αυξημένος κατά 1, αυξημένο κατά 5 μας δίνει 18.
- iv) Το τετραπλάσιο ενός αριθμού ελαττωμένο κατά 9 μας δίνει τον αριθμό αυξημένο κατά 200.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 3 – Λύση

i) Ένας αριθμός είναι λύση της εξίσωσης αν επαληθεύει την εξίσωση.

Εδώ έχουμε :

$$3x - 7 = 28 - 2x$$

$$3 \cdot 6 - 7 = 28 - 2 \cdot 6$$

$$18 - 7 = 28 - 12$$

$$11 = 16 \text{ δεν ισχύει}$$

Άρα, ο αριθμός 6 δεν είναι λύση της εξίσωσης $3x - 7 = 28 - 2x$.

ii) Ένας αριθμός είναι λύση της εξίσωσης αν επαληθεύει την εξίσωση.

Εδώ έχουμε :

$$8 \cdot x + 3 = 16 + 2 \cdot x$$

$$8 \cdot 2 + 3 = 16 + 2 \cdot 2$$

$$16 + 3 = 16 + 4$$

$$19 = 20 \text{ δεν ισχύει}$$

Άρα, ο αριθμός 2 δεν είναι λύση της εξίσωσης $8 \cdot x + 3 = 16 + 2 \cdot x$.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Σολωμού 29 Αθήνα τηλ: 210 38 22 157 info@arnos.gr www.arnos.gr

iii) Ένας αριθμός είναι λύση της εξίσωσης αν επαληθεύει την εξίσωση.

Εδώ έχουμε :

$$\frac{3 \cdot x - 14}{10} - \frac{x - 1}{4} = \frac{2 \cdot x - 31}{3}$$

$$\frac{3 \cdot 7 - 14}{10} - \frac{17 - 1}{4} = \frac{2 \cdot 17 - 31}{3}$$

$$\frac{21 - 14}{10} - \frac{16}{4} = \frac{34 - 31}{3}$$

$$\frac{37}{10} - \frac{16}{4} = \frac{3}{3}$$

$$\frac{37}{10} - 4 = 1$$

$$3,7 - 4 = 1$$

$$-0,3 = 1 \text{ δεν ισχύει.}$$

Άρα, ο αριθμός 2 δεν είναι λύση της εξίσωσης $\frac{3 \cdot x - 14}{10} - \frac{x - 1}{4} = \frac{2 \cdot x - 31}{3}$.

Άσκηση 4 - Λύση

i) $x + 2 = 9$ άρα $x = 9 - 2 = 7$

ii) $20 + x = 33$ άρα $x = 33 - 20 = 13$

iii) $x + 24 = 41$ άρα $x = 41 - 24 = 17$

iv) $89 + x = 160$ άρα $x = 160 - 89 = 71$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 5 - Λύση

- i) $x - 3 = 9$ άρα $x = 9 + 3 = 12$
- ii) $x - 20 = 13$ άρα $x = 13 + 20 = 33$
- iii) $x - 24 = 61$ άρα $x = 61 + 24 = 85$
- iv) $x - 89 = 190$ άρα $x = 190 + 89 = 279$

Άσκηση 6 - Λύση

- i) $12 - x = 9$ άρα $x = 12 - 9 = 3$
- ii) $30 - x = 13$ άρα $x = 30 - 13 = 17$
- iii) $33 - x = 21$ άρα $x = 33 - 21 = 12$
- iv) $91 - x = 60$ άρα $x = 91 - 60 = 31$

Άσκηση 7 - Λύση

- i) $x \cdot 2 = 22$ άρα $x = \frac{22}{2} = 11$
- ii) $20 \cdot x = 60$ άρα $x = \frac{60}{20} = 3$
- iii) $x \cdot 24 = 48$ άρα $x = \frac{48}{24} = 2$
- iv) $80 \cdot x = 160$ άρα $x = \frac{160}{80} = 2$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 8 – Λύση

i) $10 : x = 5$ ή $\frac{10}{x} = 5$

$10 = 5 \cdot x$ άρα $x = \frac{10}{5} = 2$

ii) $336 : y = 16$ ή $\frac{336}{y} = 16$

$336 = 16 \cdot y$ άρα $y = \frac{336}{16} = 21$

iii) $56 : x = 4$ ή $\frac{56}{x} = 4$

$56 = 4 \cdot x$ άρα $x = \frac{56}{4} = 14$

iv) $480 : y = 12$ ή $\frac{480}{y} = 12$

$480 = 12 \cdot y$ άρα $y = \frac{480}{12} = 40$

Άσκηση 9 – Λύση

i) $x + 18 = 24$ άρα $x = 24 - 18 = 6$

ii) $52 - x = 16$ άρα $x = 52 - 16 = 36$

iii) $6 \cdot x = 24$ άρα $x = \frac{24}{6} = 4$

iv) $x \cdot 12 = 24$ άρα $x = \frac{24}{12} = 2$

v) $21 : x = 3$ ή $\frac{21}{x} = 3$

$21 = 3 \cdot x$ άρα $x = \frac{21}{3} = 7$

vi) $x : 13 = 7$ ή $\frac{x}{13} = 7$ άρα $x = 7 \cdot 13 = 91$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 10 - Λύση

- i) $x + 1,7 = 3,1$ άρα $x = 3,1 - 1,7 = 1,4$
- ii) $3,2 \cdot x = 56$ ή $x = \frac{56}{3,2}$
Άρα: $x = \frac{560}{32} = 17,5$
- iii) $x : 3,5 = 4$ ή $\frac{x}{3,5} = 4$
Άρα: $x = 3,5 \cdot 4 = 14$
- iv) $0,5 \cdot x = 1,25$ ή $x = \frac{1,25}{0,5}$ άρα $x = \frac{125}{50} = 2,5$

Άσκηση 11 - Λύση

- i) $x + \frac{4}{9} = 2$
Άρα: $x = 2 - \frac{4}{9} = \frac{18}{9} - \frac{4}{9} = \frac{14}{9}$
- ii) $x - \frac{5}{12} = \frac{7}{15}$
Άρα: $x = \frac{7}{15} + \frac{5}{12} = \frac{28}{60} + \frac{25}{60} = \frac{53}{60}$
- iii) $\frac{7}{8} - x = \frac{5}{12}$
Άρα: $x = \frac{7}{8} - \frac{5}{12} = \frac{21}{24} - \frac{10}{24} = \frac{11}{24}$
- iv) $\frac{3}{4} : x = \frac{9}{8}$ ή $\frac{\frac{3}{4}}{x} = \frac{9}{8}$
Άρα:
 $\frac{3}{4 \cdot x} = \frac{9}{8}$ άρα $3 \cdot 8 = 9 \cdot (4 \cdot x)$ άρα $x = \frac{24}{36} = \frac{2}{3}$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

$$\nu) \quad x - 3\frac{3}{4} = 1,8$$

Άρα:

$$x - \left(3 + \frac{3}{4}\right) = 1,8$$

$$x - \left(\frac{12}{4} + \frac{3}{4}\right) = 1,8 \quad \text{ή} \quad x - 3,75 = 1,8$$

$$\text{Άρα: } x = 1,8 + 3,75 = 5,55$$

Άσκηση 12 - Λύση

$$\text{i) } x + 7 \cdot (3 + 1) = 4 \cdot (3^2 - 1)$$

$$x + 7 \cdot 10 = 4 \cdot (9 - 1)$$

$$x + 70 = 4 \cdot 8$$

$$x + 70 = 32 \quad \text{άρα} \quad x = 32 - 70 = -38$$

$$\text{ii) } (11 + 3 \cdot 2^2) - x = 15$$

$$(11 + 3 \cdot 4) - x = 15$$

$$(11 + 12) - x = 15$$

$$33 - x = 15 \quad \text{άρα} \quad x = 33 - 15 = 18$$

$$\text{iii) } x - [10 + 4 \cdot (1 + 2^2)] = 40 \quad \text{άρα} \quad x - (10 + 4 \cdot 5) = 40 \quad \text{άρα} \quad x - 30 = 40$$

$$\text{Οπότε: } x = 40 + 30 = 70$$

$$\text{iv) } (15 + 25) - x = [11 - 2 \cdot (11 - 4 \cdot 2)]^2$$

$$40 - x = [11 - 2 \cdot (11 - 8)]^2$$

$$40 - x = (11 - 2 \cdot 3)^2$$

$$40 - x = (11 - 6)^2$$

$$40 - x = 5^2$$

$$40 - x = 25 \quad \text{άρα} \quad x = 40 - 25 = 15$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 13 - Λύση

i) $x + 2 \cdot x = 18$

$3 \cdot x = 18 \quad \text{άρα } x = \frac{18}{3} = 6$

ii) $3 \cdot x + x + x = 20$

$5 \cdot x = 20 \quad \text{άρα } x = \frac{20}{5} = 4$

iii) $x + 3 \cdot x + 8 = 32$

$4 \cdot x = 32 - 8 \quad \text{άρα } 4 \cdot x = 24 \quad \text{άρα } x = \frac{24}{4} = 6$

iv) $10 \cdot x + 5 - x = 167$

$9 \cdot x = 167 - 5$

$9 \cdot x = 162 \quad \text{άρα } x = \frac{162}{9} = 18$

Άσκηση 14 - Λύση

i) $\frac{x}{3} + \frac{3}{4} = \frac{5}{2}$

$\frac{x}{3} = \frac{5}{2} - \frac{3}{4}$

$\frac{x}{3} = \frac{10}{4} - \frac{3}{4}$

$\frac{x}{3} = \frac{7}{4}$

$x \cdot 4 = 21$

$x = \frac{21}{4} = 5,25$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

$$\begin{aligned} \text{ii)} \quad \frac{1}{2} + \frac{x}{6} &= \frac{5}{3} \\ \frac{x}{6} &= \frac{5}{3} - \frac{1}{2} \\ \frac{x}{6} &= \frac{10}{6} - \frac{3}{6} \quad \text{άρα} \quad \frac{x}{6} = \frac{7}{6} \quad \text{άρα} \quad x = 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{iii)} \quad \frac{x+1}{8} - \frac{1}{4} &= \frac{3}{2} \\ \frac{x+1}{8} &= \frac{3}{2} + \frac{1}{4} \\ \frac{x+1}{8} &= \frac{7}{4} \\ 4 \cdot x &= 56 - 4 \quad \text{άρα} \quad x = \frac{52}{4} = 13 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{iv)} \quad \frac{1}{6} + \frac{x+2}{10} &= \frac{7}{10} \\ \frac{x+2}{10} &= \frac{7}{10} - \frac{1}{6} \\ \frac{x+2}{10} &= \frac{21}{30} - \frac{5}{30} \\ \frac{x+2}{10} &= \frac{16}{30} \\ (x+2) \cdot 30 &= 16 \cdot 10 \\ 30 \cdot x + 60 &= 160 \\ 30 \cdot x &= 160 - 60 \\ 30 \cdot x &= 100 \\ x &= \frac{100}{30} = \frac{10}{3} \end{aligned}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

$$\begin{aligned} \text{v)} \quad \frac{10}{x} - \frac{1}{6} &= \frac{2}{3} \\ \frac{10}{x} &= \frac{2}{3} + \frac{1}{6} \\ \frac{10}{x} &= \frac{4}{6} + \frac{1}{6} \\ \frac{10}{x} &= \frac{5}{6} \quad \text{άρα } 10 \cdot 6 = 5 \cdot x \quad \text{ή } 60 = 5 \cdot x \\ \text{Οπότε: } x &= \frac{60}{5} = 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{vi)} \quad \frac{1}{2} + \frac{15}{x} &= \frac{5}{4} \\ \frac{15}{x} &= \frac{5}{4} - \frac{1}{2} \\ \frac{15}{x} &= \frac{5}{4} - \frac{2}{4} \\ \frac{15}{x} &= \frac{3}{4} \quad \text{άρα } 15 \cdot 4 = 3 \cdot x \quad \text{ή } 60 = 3 \cdot x \\ \text{Οπότε: } x &= \frac{60}{3} = 20 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{vii)} \quad 1 \frac{19}{20} - \frac{2}{3x+1} &= 1 \frac{1}{4} \\ \left(1 + \frac{19}{20}\right) - \frac{2}{3x+1} &= \left(1 + \frac{1}{4}\right) \\ \frac{39}{20} - \frac{2}{3x+1} &= \frac{5}{4} \\ \frac{2}{3x+1} &= \frac{39}{20} - \frac{5}{4} \\ \frac{2}{3x+1} &= \frac{39}{20} - \frac{25}{20} \quad \text{ή } \frac{2}{3x+1} = \frac{14}{20} \\ (3 \cdot x + 1) \cdot 14 &= 2 \cdot 20 \\ 42 \cdot x &= 40 - 14 \\ 42 \cdot x &= 26 \quad \text{άρα } x = \frac{26}{42} = \frac{13}{21} \end{aligned}$$

Εξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 15 - Λύση

$$x + \frac{2}{3} = 2 \cdot \frac{5}{6}$$

$$x + \frac{2}{3} = \frac{10}{6} \quad \text{άρα } x = \frac{10}{6} - \frac{2}{3}$$

$$x = \frac{10}{6} - \frac{4}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

Άσκηση 16 - Λύση

$$12 - x = 3^2$$

$$12 - x = 9 \quad \text{άρα } x = 12 - 9 = 3$$

Άσκηση 17 - Λύση

$$x - \frac{3}{8} = \frac{7}{12}$$

$$x = \frac{7}{12} + \frac{3}{8} = \frac{14}{24} + \frac{9}{24} = \frac{23}{24}$$

Άσκηση 18 - Λύση

i) $12 - a = 8$ άρα $a = 12 - 8 = 4$

ii) $3\beta + a = 22$

$$3\beta + 4 = 22 \quad \text{άρα } 3\beta = 22 - 4 \quad \text{άρα } \beta = \frac{18}{3} = 6$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

iii) $24: \gamma - \beta = 2$

$24: \gamma - 6 = 2$

$$\frac{24}{\gamma} = 2 + 6 \quad \text{άρα} \quad \gamma = \frac{24}{8} = 3$$

iv) $\delta: \beta - \alpha = \gamma$

$\delta: 6 - 4 = 3$

$$\frac{\delta}{6} = 3 + 4 \quad \text{άρα} \quad \delta = 7 \cdot 6 = 42$$

Άσκηση 19 - Λύση

i)

- $20 - \chi = 2$ άρα $\chi = 20 - 2 = 18$

- $\psi : 5 = 12$ άρα $\psi = 5 \cdot 12 = 60$

- $2 \cdot \omega + 40 = 100$ άρα $2 \cdot \omega = 100 - 40$ άρα $\omega = \frac{60}{2} = 30$

ii) Αναλύουμε τους αριθμούς σε γινόμενα πρώτων παραγόντων. Έχουμε:

$18 = 2 \cdot 3^2$

$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$

$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$

Επομένως:

$EKP(18, 60, 30) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 180$

$MKD(18, 60, 30) = 2 \cdot 3 = 6$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

4.2. - 4.3. Επίλυση προβλημάτων εξισώσεων**Ερωτήσεις Κατανόησης**

- | | |
|-------|-------|
| A) 1 | Z) 8 |
| B) 4 | H) 12 |
| Γ) 2 | Θ) 11 |
| Δ) 9 | I) 5 |
| E) 10 | K) 7 |

Ασκήσεις για Διδασκαλία**Άσκηση 1 - Λύση**

Έστω x τα χρήματα που είχε αρχικά ο μαθητής.

Έχουμε:

$$x - \frac{1}{3} \cdot x = 18$$

$$\frac{3}{3} \cdot x - \frac{1}{3} \cdot x = 18$$

$$\frac{2}{3} \cdot x = 18$$

$$2 \cdot x = 3 \cdot 18$$

$$2 \cdot x = 54 \text{ άρα } x = 27$$

Επομένως, τα χρήματα που είχε αρχικά ο μαθητής ήταν 27 ευρώ.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 2 – Λύση

Έστω x ο ζητούμενος αριθμός.

Από την Ευκλείδια Διαίρεση ισχύει ότι $\Delta = \delta \cdot \pi + \upsilon$.

Έχουμε, λοιπόν,

$$x = 13 \cdot 18 + 6$$

$$x = 234 + 6$$

$$x = 240$$

Δηλαδή, αν διαιρέσουμε τον αριθμό 240 με το 13 θα βρούμε υπόλοιπο 6 και πηλίκο 18.

Άσκηση 3 – Λύση

Έστω x τα χρήματα που είχε αρχικά ο Νίκος.

Έχουμε:

$$x - 35 = 68$$

$$x = 68 + 35$$

$$x = 103$$

Επομένως, τα χρήματα που είχε αρχικά ο Νίκος ήταν 103 ευρώ.

Άσκηση 4 – Λύση

Η κόρη είναι 18 χρονών και η μητέρα της την περνάει 25 χρόνια.

Άρα, η ηλικία της μητέρας θα είναι $18 + 25 = 43$ χρόνια.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 5 – Λύση

Έστω x η ηλικία της Κατερίνας. Οπότε η ηλικία της Μαρίας είναι $x + 4$.

Έχουμε, λοιπόν,

$$x + (x + 4) = 32$$

$$x + x + 4 = 32$$

$$2x = 32 - 4$$

$$2x = 28$$

$$x = \frac{28}{2}$$

$$x = 14$$

Επομένως, η Κατερίνα είναι 14 χρονών και η Μαρία είναι $14 + 4 = 18$ χρονών.

Άσκηση 6 – Λύση

Έστω x ο αριθμός των μαθητών του σχολείου.

Έχουμε:

$$\frac{2}{8} \cdot x = 60$$

$$2 \cdot x = 8 \cdot 60$$

$$2 \cdot x = 480$$

$$x = \frac{480}{2}$$

$$x = 240$$

Δηλαδή, οι μαθητές του σχολείου είναι 240.

Οπότε τα $\frac{7}{10}$ των μαθητών του σχολείου είναι $\frac{7}{10} \cdot 240 = 168$ μαθητές.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 7 – Λύση

Έστω x η αξία του εισιτηρίου.

Έχουμε:

$$x + \frac{x}{2} = 30$$

$$\frac{2x}{2} + \frac{x}{2} = 30$$

$$\frac{3x}{2} = 30$$

$$3x = 2 \cdot 30$$

$$3x = 60$$

$$x = \frac{60}{3}$$

$$x = 20$$

Άρα, το εισιτήριο κοστίζει 20 ευρώ.

Άσκηση 8 – Λύση

Τα χρήματα μοιράστηκαν εξίσου στα 4 παιδιά, δηλαδή το κάθε παιδί πήρε το ίδιο ποσό.

Γι' αυτό, λοιπόν, ο κύριος Δημήτρης είχε $4.420 \cdot 4 = 17.680$ ευρώ

Άσκηση 9 – Λύση

Έστω x ο πρώτος στην σειρά από τους τρεις διαδοχικούς αριθμούς.

Ο αμέσως επόμενος του x θα είναι $x + 1$ και ο αμέσως μεθεπόμενος του x θα είναι $x + 2$.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Έχουμε:

$$x + (x + 1) + (x + 2) = 1.533$$

$$x + x + 1 + x + 2 = 1.533$$

$$3x + 3 = 1.533$$

$$3x = 1.533 - 3$$

$$3x = 1.530$$

$$x = \frac{1.530}{3}$$

$$x = 510$$

Άρα, οι τρεις διαδοχικοί φυσικοί αριθμοί που έχουν άθροισμα 1.533 είναι οι 510, 511 και 512.

Άσκηση 10 – Λύση

Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 9 αν το άθροισμα των ψηφίων του διαιρείται με το 9.

Έστω $xxxx$ ο ζητούμενος τετραψήφιος αριθμός με τέσσερα ίδια ψηφία.

Θα πρέπει ο αριθμός $x + x + x + x = 4x$ να διαιρείται με το 9.

Από τα ψηφία 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 και 9 μόνο το 9 ικανοποιεί το αίτημα μας.

Δηλαδή, $x = 9$.

Τελικά, ο ζητούμενος αριθμός είναι ο 9.999.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 11 - Λύση

Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 9 αν το άθροισμα των ψηφίων του διαιρείται με το 9.

Έστω x το ζητούμενο ψηφίο.

Θα πρέπει ο αριθμός $7 + 5 + x + 3 = 15 + x$ να διαιρείται με το 9.

Από τα ψηφία 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 και 9 μόνο το 3 ικανοποιεί το αίτημα μας.

Δηλαδή, $x = 3$.

Τελικά, ο ζητούμενος αριθμός είναι ο 7.533.

Άσκηση 12 - Λύση

Έστω x ο αριθμός των ερωτήσεων που απάντησε σωστά ο μαθητής.

Άρα, ο αριθμός των ερωτήσεων που απαντά λάθος ο μαθητής είναι $100 - x$.

Έχουμε:

$$3 \cdot x + 1 \cdot (100 - x) = 220$$

$$3 \cdot x + 100 - x = 220$$

$$2 \cdot x = 220 - 100$$

$$2 \cdot x = 120 \text{ άρα } x = \frac{120}{2} \text{ άρα } x = 60$$

Επομένως, ο μαθητής απάντησε σωστά σε 60 ερωτήσεις.

Άσκηση 13 - Λύση

Έστω x το ποσό που θα πάρει ο Β.

Άρα, ο Α θα πάρει $4.500 + x$ και ο Γ θα πάρει $x - 2.100$.

Έχουμε:

$$(4.500 + x) + x + (x - 2.100) = 26.100$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

$$4.500 + x + x + x - 2.100 = 26.100$$

$$3x = 26.100 - 4.500 - 2.100$$

$$3x = 19.500 \text{ άρα } x = \frac{19.500}{3} = 6.500$$

Άρα, ο Α θα πάρει $4.500 + 6.500 = 11.000$ ευρώ, ο Β θα πάρει 6.500 ευρώ

και ο Γ θα πάρει $6.500 - 2.100 = 4.400$ ευρώ.

Άσκηση 14 - Λύση

Έστω x η αξία του στερεοφωνικού και y η αξία της τηλεόρασης.

Έχουμε:

$$5 \cdot x + 3 \cdot y = 1.175$$

και

$$5 \cdot x + 6 \cdot y = 2.075$$

Οπότε αφαιρώντας κατά μέλη τις δύο σχέσεις, προκύπτει ότι:

$$5 \cdot x + 3 \cdot y - (5 \cdot x + 6 \cdot y) = 1.175 - 2.075$$

$$5 \cdot x + 3 \cdot y - 5 \cdot x - 6 \cdot y = -900$$

$$-3 \cdot y = -900$$

$$y = \frac{-900}{-3} = 300$$

Επομένως, η τηλεόραση κοστίζει 300 ευρώ.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Για να βρούμε την αξία του στερεοφωνικού δηλαδή το x πηγαίνουμε στην σχέση $5 \cdot x + 3 \cdot y = 1.175$ και αντικαθιστούμε όπου $y = 300$.

Έχουμε:

$$5 \cdot x + 3 \cdot 300 = 1.175$$

$$5 \cdot x + 900 = 1.175$$

$$5 \cdot x = 1.175 - 900$$

$$5 \cdot x = 275$$

$$x = 55$$

Επομένως, το στερεοφωνικό κοστίζει 55 ευρώ.

Άσκηση 15 – Λύση

Έστω x η ηλικία του γιού.

Άρα, η ηλικία του πατέρα είναι $4 \cdot x$.

Έχουμε:

$$x + 4 \cdot x = 50$$

$$5 \cdot x = 50$$

$$x = 10$$

Επομένως, ο γιος είναι 10 χρονών.

Ο πατέρας είναι $4 \cdot x = 4 \cdot 10 = 40$ χρονών.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 16 - Λύση

Έστω x η αξία του διαμερίσματος.

Η κληρονομιά μοιράστηκε εξίσου στα τρία αδέρφια. Ο 2^{ος} αδελφός θα πάρει όσα και ο 1^{ος}.

Έχουμε, λοιπόν,

$$x - 600 - 15.000 = 15.000$$

$$x = 15.000 + 15.000 + 600$$

$$x = 30.600 \text{ ευρώ}$$

Επομένως, το διαμέρισμα κοστίζει 30.600 ευρώ.

Το χωράφι κοστίζει $15.000 - 600 = 14.400$ ευρώ.

Άσκηση 17 - Λύση

Έστω x η αρχική αξία του υπολογιστή.

Μετά την έκπτωση ο υπολογιστής κόστιζε :

$$x - \frac{20}{100} \cdot x = \frac{100}{100} \cdot x - \frac{20}{100} \cdot x = \frac{80}{100} \cdot x$$

Έχουμε, λοιπόν,

$$\frac{80}{100} \cdot x + 230 = 1.070$$

$$\frac{80}{100} \cdot x = 1.070 - 230$$

$$\frac{80}{100} \cdot x = 840$$

$$80 \cdot x = 840 \cdot 100$$

$$80 \cdot x = 84.000 \text{ άρα } x = \frac{84.000}{80} = 1.050$$

Άρα, ο υπολογιστής κόστιζε, πριν την έκπτωση, 1.050 ευρώ.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 18 - Λύση

Το ορθογώνιο έχει περίμετρο :

$$\Pi_{\text{ορθογωνίου}} = 2 \cdot 9 + 2 \cdot 5 = 18 + 10 = 28 \text{ cm} .$$

Το ισοσκελές τρίγωνο έχει 2 ίσες πλευρές, καθεμία συμβολίζουμε με x .

Τα δύο σχήματα έχουν ίσες περιμέτρους.

Οπότε:

$$\Pi_{\text{ορθογωνίου}} = \Pi_{\text{τριγώνου}}$$

$$28 = x + x + 8$$

$$28 - 8 = 2x$$

$$20 = 2x$$

$$2x = 20$$

$$x = \frac{20}{2} = 10 \text{ cm}$$

Άσκηση 19 - Λύση

Έστω a και β οι διαστάσεις του ορθογωνίου. Αφού η μία διάσταση είναι διπλάσια της άλλης θα ισχύει $\beta = 2a$.

$$\Pi_{\text{ορθογωνίου}} = 12$$

$$2a + 2\beta = 12$$

$$2a + 2(2a) = 12$$

$$2a + 4a = 12$$

$$6a = 12$$

$$a = \frac{12}{6} = 2 \text{ cm}$$

$$\text{Οπότε } \beta = 2a = 2 \cdot 2 = 4 \text{ cm}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Ασκήσεις για Μελέτη

Άσκηση 1 - Λύση

Έστω x η αξία του επιτραπέζιου παιχνιδιού.

Έχουμε:

$$30 + 40 - 25 - x = 18$$

$$x = 30 + 40 - 25 - 18$$

$$x = 27$$

Επομένως, το επιτραπέζιο παιχνίδι κοστίζει 27 ευρώ.

Άσκηση 2 - Λύση

Έστω x ο πρώτος στην σειρά από τους τρεις διαδοχικούς αριθμούς.

Ο αμέσως επόμενος του x θα είναι $x + 1$ και ο αμέσως μεθεπόμενος του x θα είναι $x + 2$.

Έχουμε:

$$x + (x + 1) + (x + 2) = 477$$

$$x + x + 1 + x + 2 = 477$$

$$3x + 3 = 477$$

$$3x = 477 - 3$$

$$3x = 474$$

$$x = \frac{474}{3}$$

$$x = 158$$

Άρα, οι τρεις διαδοχικοί φυσικοί αριθμοί που έχουν άθροισμα 477 είναι οι 158, 159 και 160.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 3 – Λύση

Έχουμε:

$$109 + (x + 109) = 246$$

$$109 + x + 109 = 246$$

$$x = 246 - 109 - 109 = 28$$

Άσκηση 4 – Λύση

Η Ελένη έχει στο πορτοφόλι της $3 \cdot 50 = 150$ ευρώ.

Έχουμε, λοιπόν,

$$150 - 2x = 42$$

$$2x = 150 - 42$$

$$2x = 108$$

$$x = \frac{108}{2} = 54$$

Τελικά, η μπλούζα κοστίζει 54 ευρώ.

Άσκηση 5 – Λύση

Έστω x τα χρήματα που έχει η Άννα.

Ο Βασίλης έχει $2 \cdot x$. Ο Γιώργος έχει $20 + x$.

Έχουμε:

$$x + (2 \cdot x) + (20 + x) = 160$$

$$x + 2 \cdot x + 20 + x = 160$$

$$4 \cdot x = 160 - 20 \text{ άρα } x = \frac{140}{4} = 35$$

Άρα, η Άννα έχει 35 ευρώ, ο Βασίλης έχει $2 \cdot x = 2 \cdot 35 = 70$ ευρώ και ο Γιώργος έχει $20 + x = 20 + 35 = 55$ ευρώ.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 6 – Λύση

Έστω x ο αριθμός των σελίδων του βιβλίου που διάβασε ο Περικλής την 1^η μέρα.

- Την 2^η διάβασε $x + 10$.
- Την 3^η διάβασε $(x + 10) + 10 = x + 20$.
- Την 4^η διάβασε $(x + 20) + 10 = x + 30$.
- Την 5^η διάβασε $(x + 30) + 10 = x + 40$.

Έχουμε:

$$x + (x + 10) + (x + 20) + (x + 30) + (x + 40) = 250$$

$$x + x + 10 + x + 20 + x + 30 + x + 40 = 250$$

$$5 \cdot x + 100 = 250$$

$$5 \cdot x = 250 - 100$$

$$5 \cdot x = 150 \text{ άρα } x = \frac{150}{5} = 30$$

Οπότε, ο Περικλής την 1^η μέρα διάβασε 30 σελίδες από το βιβλίο.

Άσκηση 7 – Λύση

Έστω x ο αριθμός των μαθητών της τάξης.

Έχουμε:

$$\frac{1}{2} \cdot x + \frac{1}{3} \cdot x + \frac{1}{9} \cdot x + 2 = x$$

$$\frac{1}{2} \cdot x + \frac{1}{3} \cdot x + \frac{1}{9} \cdot x - x = -2$$

$$\frac{9}{18} \cdot x + \frac{6}{18} \cdot x + \frac{2}{18} \cdot x - \frac{18}{18} \cdot x = -2$$

$$-\frac{1}{18} \cdot x = -2 \text{ άρα } (-1) \cdot x = (-2) \cdot 18 \text{ άρα } x = \frac{-36}{-1} = 36$$

Επομένως, η τάξη έχει 36 μαθητές.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 8 – Λύση

Έστω ότι η δεξαμενή θα γεμίσει μετά από x ώρες.

Η 1^η βρύση σε 1 ώρα αδειάζει το $\frac{1}{8}$ της δεξαμενής. Άρα σε x ώρες θα αδειάζει τα $\frac{x}{8}$ της δεξαμενής.

Η 2^η βρύση σε 1 ώρα γεμίζει το $\frac{1}{6}$ της δεξαμενής. Άρα σε x ώρες θα γεμίσει τα $\frac{x}{6}$ της δεξαμενής.

Έχουμε, λοιπόν,

$$\frac{x}{6} - \frac{x}{8} = 1$$

$$\frac{8x}{48} - \frac{6x}{48} = 1$$

$$\frac{2x}{48} = 1$$

$$2 \cdot x = 1 \cdot 48$$

$$2 \cdot x = 48$$

$$x = \frac{48}{2} = 24$$

Τελικά, αν η δεξαμενή είναι άδεια και ανοίξουμε συγχρόνως και τις δύο βρύσες θα γεμίσει σε 24 ώρες.

Άσκηση 9 – Λύση

- Οι γιοι θα πάρουν $\frac{5}{7} \cdot 42 = \frac{210}{7} = 30$ στρέμματα.

Άρα, ο κάθε γιος θα πάρει $\frac{30}{2} = 15$ στρέμματα.

- Ο ανιψιός θα πάρει $\frac{2}{7} \cdot 42 = \frac{84}{7} = 12$ στρέμματα.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 10 - Λύση

Το ισοσκελές τρίγωνο έχει 2 ίσες πλευρές, καθεμία συμβολίζουμε με x .

Έχουμε:

$$\text{Π}_{\text{τριγώνου}} = 32$$

$$x + x + 8 = 32$$

$$2x = 32 - 8$$

$$2x = 24$$

$$x = \frac{24}{2} = 12 \text{ cm}$$

Άρα, το μήκος της κάθε πλευράς από τις ίσες πλευρές του ισοσκελούς τριγώνου είναι 12 cm.

Άσκηση 11 - Λύση

Έστω x η σημερινή ηλικία του Κώστα. Άρα, η ηλικία του Ανδρέα θα είναι $3 \cdot x$.

Μετά από 7 χρόνια η ηλικία του Ανδρέα θα είναι $7 + x$

και του Κώστα $3 \cdot (x + 7)$.

Έχουμε:

$$(7 + x) + [3 \cdot (x + 7)] = 62$$

$$7 + x + (3x + 21) = 62$$

$$7 + x + 3x + 21 = 62$$

$$4x = 62 - 21 - 7$$

$$4x = 34 \text{ άρα } x = \frac{34}{4} = 8,5$$

Επομένως, ο Κώστας είναι 8,5 ετών και ο Ανδρέας είναι $3 \cdot x = 3 \cdot 8,5 = 25,5$ ετών.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 12 - Λύση

Έστω x η ηλικία της Κατερίνας.

Ο Αναστάσης έχει ηλικία $2 \cdot x$.

Η Ζωή έχει ηλικία $x + 5$.

Έχουμε:

$$x + (2 \cdot x) + (x + 5) = 65$$

$$x + 2 \cdot x + x + 5 = 65$$

$$4 \cdot x = 65 - 5 \text{ άρα } 4 \cdot x = 60 \text{ άρα } x = \frac{60}{4} = 15$$

Οπότε, η Κατερίνα είναι 15 χρονών, ο Αναστάσης είναι $2 \cdot x = 2 \cdot 15 = 30$ χρονών και η Ζωή είναι $x + 5 = 15 + 5 = 20$ χρονών.

Άσκηση 13 - Λύση

Έστω x ο πρώτος στην σειρά από τους τρεις διαδοχικούς αριθμούς.

Ο αμέσως επόμενος του x θα είναι $x + 1$ και ο αμέσως μεθεπόμενος του x θα είναι $x + 2$.

Έχουμε:

$$\frac{1}{3} \cdot x + \frac{3}{2} \cdot (x + 2) = 2 \cdot (x + 1) - 1$$

$$\frac{1}{3} \cdot x + \frac{3}{2} \cdot x + \frac{3}{2} \cdot 2 = 2 \cdot x + 2 \cdot 1 - 1$$

$$\frac{1}{3} \cdot x + \frac{3}{2} \cdot x + \frac{6}{2} = 2 \cdot x + 2 - 1$$

$$\frac{1}{3} \cdot x + \frac{3}{2} \cdot x + 3 = 2 \cdot x + 1$$

$$\frac{1}{3} \cdot x + \frac{3}{2} \cdot x - 2 \cdot x = 1 - 3$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

$$\frac{2}{6} \cdot x + \frac{9}{6} \cdot x - \frac{12}{6} \cdot x = -2$$

$$-\frac{1}{6} \cdot x = -2$$

$$(-1) \cdot x = (-2) \cdot 6$$

$$(-1) \cdot x = -12$$

$$x = \frac{-12}{-1} = 12$$

Επομένως οι ζητούμενοι αριθμοί είναι 12, 13 και 14.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Σολωμού 29 Αθήνα τηλ: 210 38 22 157 info@arnos.gr www.arnos.gr

Κεφάλαιο 5 : Ποσοστά

5.1. Ποσοστά

Ερωτήσεις Κατανόησης

Ερώτηση Κατανόησης 1 - Απάντηση

i) Σωστό

Έχουμε:

- $30\% \cdot x = \frac{30}{100} \cdot x = 0,3x$
- $90\% \cdot \frac{x}{3} = \frac{90}{100} \cdot \frac{x}{3} = \frac{90}{300} \cdot x = \frac{30}{100} \cdot x = 0,3x$

ii) Σωστό

$$20\% \cdot 50 = \frac{20}{100} \cdot 50 = \frac{1000}{100} = 10$$

iii) Λάθος

Το ροζ μέρος του κύκλου είναι:

$$1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = \frac{6}{6} - \frac{2}{6} - \frac{3}{6} = \frac{1}{6} \cong 0,17 = \frac{17}{100} = 17\%$$

iv) Λάθος

Το 15% της τάξης είναι :

$$15\% \cdot 28 = \frac{15}{100} \cdot 28 = \frac{420}{100} = 4,2$$

Όμως ο αριθμός 4,2 δεν είναι φυσικός, δηλαδή δεν είναι αποδεκτό να ισχυριστούμε ότι έλειπαν 4,2 μαθητές.

v) Λάθος

$$1 \text{ h} = 60 \text{ min}, \text{ άρα: } 30\% \cdot 1 \text{ h} = \frac{30}{100} \cdot 60 \text{ min} = \frac{1800}{100} = 18 \text{ min}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Ερώτηση Κατανόησης 2 - Απάντηση

i) Σωστό

$$\frac{1}{10} = \frac{1 \cdot 10}{10 \cdot 10} = \frac{10}{100} = 10\%$$

ii) Λάθος

$$\frac{2}{50} = \frac{2 \cdot 2}{50 \cdot 2} = \frac{4}{100} = \frac{4 \cdot 10}{100 \cdot 10} = \frac{40}{1000} = 40\text{‰}$$

iii) Σωστό

$$12\% = \frac{12}{100} = \frac{12 : 4}{100 : 4} = \frac{3}{25}$$

iv) Λάθος

$$0,71 = \frac{71}{100} = 71\%$$

Ερώτηση Κατανόησης 3 - Απάντηση

ii

$$25\% = \frac{25}{100} = \frac{25 : 5}{100 : 5} = \frac{5}{20}$$

Ερώτηση Κατανόησης 4 - Απάντηση

iv

$$0,004 = \frac{4}{1000} = 4\text{‰}$$

Έξυπνα και εύκολα η Προετοιμασία!

Ερώτηση Κατανόησης 5 - Απάντηση

B

Έχουμε:

- $3\% \cdot 20 = \frac{3}{100} \cdot 20 = \frac{60}{100} = 0,6$
- $30\% \cdot 2 = \frac{30}{100} \cdot 2 = \frac{60}{100} = 0,6$

Ερώτηση Κατανόησης 6 - Απάντηση

ii

Η ανθοδέσμη έχει $2 + 3 + 4 + 6 = 15$ λουλούδια.

Συνεπώς, οι μαργαρίτες έχουν ποσοστό

$$\frac{6}{15} \cong 0,4 = \frac{4}{10} = \frac{4 \cdot 10}{10 \cdot 10} = \frac{40}{100} = 40\%$$

Ερώτηση Κατανόησης 7 - Απάντηση

iv

Πρώτοι ονομάζονται οι αριθμοί που διαιρούνται από τον εαυτό τους και την μονάδα.

Από το 1 μέχρι το 20 πρώτοι είναι οι :

1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 και 19.

Άρα, 9 στους 20 αριθμούς είναι πρώτοι.

$$\frac{9}{20} = \frac{9 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{45}{100} = 45\%$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Ερώτηση Κατανόησης 8 - Απάντηση

i

Έστω x οι μαύροι βόλοι και y οι άσπροι βόλοι.

Ισχύει $y = 4 \cdot x$.

Οπότε, όλοι οι βόλοι που υπάρχουν στο κουτί είναι:

$$x + y = x + 4 \cdot x = 5 \cdot x.$$

Επομένως, το ποσοστό των άσπρων βόλων στο κουτί είναι :

$$\frac{y}{x+y} = \frac{4 \cdot x}{5 \cdot x} = \frac{4}{5} = 0,8 = \frac{80}{100} = 80\% .$$

Ερώτηση Κατανόησης 9 - Απάντηση

iii

Έστω x η πλευρά του τετραγώνου.

- Η νέα πλευρά του τετραγώνου θα είναι:

$$x' = x + 30\%x = x + \frac{30}{100}x = x + 0,3x = 1,3x$$

- Το εμβαδόν του τετραγώνου με πλευρά x είναι

$$E = x^2$$

- Οπότε, το εμβαδόν με πλευρά x' θα είναι:

$$\begin{aligned} E' &= (x')^2 = (1,3x)^2 = 1,3^2 x^2 = 1,69x^2 = \\ &= 1x^2 + 0,69x^2 = x^2 + \frac{69}{100}x^2 = \\ &= E + 69\%x^2 = E + 69\%E \end{aligned}$$

Δηλαδή, το εμβαδόν αυξήθηκε κατά 69%.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Ερώτηση Κατανόησης 10 - Απάντηση

- Α - 4

$$45\% = \frac{45}{100} = \frac{45 : 5}{100 : 5} = \frac{9}{20}$$

- Β - 5

$$15\% = \frac{15}{100} = \frac{15 : 5}{100 : 5} = \frac{3}{20}$$

- Γ - 1

$$4\% = \frac{4}{100} = \frac{4 : 4}{100 : 4} = \frac{1}{25}$$

- Δ - 2

$$18\% = \frac{18}{100} = \frac{18 : 2}{100 : 2} = \frac{9}{50}$$

- Ε - 3

$$64\% = \frac{64}{100} = \frac{64 : 4}{100 : 4} = \frac{16}{25}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Ασκήσεις για Διδασκαλία

Άσκηση 1 - Λύση

$$\alpha) 0,42 = \frac{42}{100} = 42\%$$

$$\beta) 2,47 = \frac{247}{100} = 247\%$$

$$\gamma) 0,14 = \frac{14}{100} = 14\%$$

$$\delta) 0,05 = \frac{5}{100} = 5\%$$

$$\epsilon) 0,09 = \frac{9}{100} = 9\%$$

Άσκηση 2 - Λύση

$$\alpha) 8\% = \frac{8}{100} = 0,08$$

$$\beta) 35\% = \frac{35}{100} = 0,35$$

$$\gamma) 74\% = \frac{74}{100} = 0,74$$

$$\delta) 460\% = \frac{460}{100} = 4,6$$

$$\epsilon) 45,32\% = \frac{45,23}{100} = 0,4523$$

$$\sigma\tau) 12,8\% = \frac{12,8}{100} = 0,128$$

$$\zeta) 157,3\% = \frac{157,3}{100} = 1,573$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 3 - Λύση

$$\alpha) 18\% = \frac{18}{100} = \frac{18:2}{100:2} = \frac{9}{50}$$

$$\beta) 9\% = \frac{9}{100}$$

$$\gamma) 58\% = \frac{58}{100} = \frac{58:2}{100:2} = \frac{29}{50}$$

$$\delta) 60\% = \frac{60}{100} = \frac{60:20}{100:20} = \frac{3}{5}$$

Άσκηση 4 - Λύση

$$i) \quad \frac{1}{10} = \frac{1 \cdot 10}{10 \cdot 10} = \frac{10}{100} = 10\%$$

$$v) \quad \frac{24}{25} = \frac{24 \cdot 4}{25 \cdot 4} = \frac{96}{100} = 96\%$$

$$ii) \quad \frac{21}{50} = \frac{21 \cdot 2}{50 \cdot 2} = \frac{42}{100} = 42\%$$

$$vi) \quad \frac{1}{1000} = \frac{1 \cdot 10}{1000 \cdot 10} = \frac{0,1}{100} =$$

$$iii) \quad \frac{13}{50} = \frac{13 \cdot 2}{50 \cdot 2} = \frac{26}{100} = 26\%$$

0,1%

$$iv) \quad \frac{4}{5} = \frac{4 \cdot 20}{5 \cdot 20} = \frac{80}{100} = 80\%$$

Άσκηση 5 - Λύση

$$i) \quad 10\% \cdot 4.000 = \frac{10}{100} \cdot 4.000 = \frac{40.000}{100} = 400$$

$$ii) \quad 40\% \cdot 1 \text{ h} = 40\% \cdot 60 \text{ min} = \frac{40}{100} \cdot 60 = \frac{2.400}{100} = 24 \text{ min}$$

$$iii) \quad 30\% \cdot 1 \text{ lt} = 30\% \cdot 1 \text{ dm}^3 = \frac{30}{100} \cdot 1.000 \text{ cm}^3 = \frac{30.000}{100} = 300 \text{ cm}^3$$

$$iv) \quad 50\% \cdot 500 \text{ g} = \frac{50}{100} \cdot 500 = \frac{2.500}{100} = 250 \text{ g}$$

$$v) \quad 25\% \cdot 1 \text{ kg} = 25\% \cdot 1.000 \text{ g} = \frac{25}{100} \cdot 1.000 = \frac{25.000}{100} = 250 \text{ g}$$

Έξυπνα και εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 6 - Λύση

i)
$$\frac{100}{1.000} = \frac{100 : 10}{1.000 : 10} = 10\%$$

ii)
$$\frac{60}{365} = \frac{60 : 5}{365 : 5} = \frac{12}{73} \cong 0,16 = \frac{16}{100} = 16\%$$

iii)
$$\frac{150}{2.500} = \frac{150 : 50}{2.500 : 50} = \frac{3}{50} = \frac{3 \cdot 2}{50 \cdot 2} = \frac{6}{100} = 6\%$$

iv)
$$2 \text{ παλάμες} = 2 \text{ dm} = 2 : 10 \text{ m} = 0,2 \text{ m} = \frac{2}{100} \text{ m} = 2\% \text{ m}$$

Άσκηση 7 - Λύσηi) Έστω x ο ζητούμενος αριθμός.

Έχουμε: $20\% \cdot x = 9$

$$\frac{20}{100} \cdot x = 9 \text{ άρα } 20x = 900 \text{ άρα } x = \frac{900}{20} = 45$$

ii) Έστω x ο ζητούμενος αριθμός.

Έχουμε: $25\% \cdot x = 31$

$$\frac{25}{100} \cdot x = 31 \text{ άρα } 25x = 3.100 \text{ άρα } x = \frac{3.100}{25} = 124$$

Άσκηση 8 - Λύση

Τα lt του οινοπνεύματος που εξαφανίστηκαν είναι:

$$22\% \cdot 0,610 \text{ lt} = \frac{22}{100} \cdot 0,610 \text{ lt} = \frac{13,42}{100} \text{ lt} = 0,1342 \text{ lt}$$

Έξυπνα και εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 9 - Λύση

α)

Η οικογένεια κάθε μήνα αποταμιεύει:

$$10\% \cdot 1.200 = \frac{10}{100} \cdot 1.200 = \frac{12.000}{100} = 120 \text{ €}$$

Οπότε τα χρήματα που ξοδεύονται κάθε μήνα είναι: $1.200 - 120 = 1.080 \text{ €}$

- Τα χρήματα που ξοδεύονται στο ενοίκιο είναι:

$$30\% \cdot 1.080 = \frac{30}{100} \cdot 1.080 = \frac{32.400}{100} = 324 \text{ €}$$

- Τα χρήματα που ξοδεύονται στη διατροφή είναι:

$$32\% \cdot 1.080 = \frac{32}{100} \cdot 1.080 = \frac{34.560}{100} = 345,6 \text{ €}$$

- Τα χρήματα που ξοδεύονται στις σπουδές είναι:

$$18\% \cdot 1.080 = \frac{18}{100} \cdot 1.080 = \frac{19.440}{100} = 194,4 \text{ €}$$

- Τα χρήματα που ξοδεύονται στο αυτοκίνητο είναι:

$$3\% \cdot 1.080 = \frac{3}{100} \cdot 1.080 = \frac{3.240}{100} = 32,4 \text{ €}$$

- Τα χρήματα που ξοδεύονται στα βιβλία είναι:

$$7\% \cdot 1.080 = \frac{7}{100} \cdot 1.080 = \frac{7.560}{100} = 75,6 \text{ €}$$

- Τα χρήματα που ξοδεύονται στη διασκέδαση είναι:

$$10\% \cdot 1.080 = \frac{10}{100} \cdot 1.080 = \frac{10.800}{100} = 108 \text{ €}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

β)

- Το ποσοστό μηνιαίων εσόδων για ενοίκιο είναι:

$$\frac{324}{1.200} = 0,27 = \frac{27}{100} = 27\%$$

- Το ποσοστό μηνιαίων εσόδων για διατροφή είναι:

$$\frac{345,6}{1.200} = 0,288 = \frac{28,8}{100} = 28,8\%$$

- Το ποσοστό μηνιαίων εσόδων για σπουδές είναι:

$$\frac{194,4}{1.200} = 0,162 = \frac{16,2}{100} = 16,2\%$$

- Το ποσοστό μηνιαίων εσόδων για αυτοκίνητο είναι:

$$\frac{32,4}{1.200} = 0,027 = \frac{2,7}{100} = 2,7\%$$

- Το ποσοστό μηνιαίων εσόδων για βιβλία είναι:

$$\frac{76,6}{1.200} = 0,063 = \frac{6,3}{100} = 6,3\%$$

- Το ποσοστό μηνιαίων εσόδων για διασκέδαση είναι:

$$\frac{108}{1.200} = 0,09 = \frac{9}{100} = 9\%$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Ασκήσεις για Μελέτη**Άσκηση 1 - Λύση**

$$\alpha) 18\% = \frac{18}{100} = 0,18$$

$$\beta) 12\% = \frac{12}{100} = 0,12$$

$$\gamma) 88\% = \frac{88}{100} = 0,88$$

$$\delta) 420\% = \frac{420}{100} = 4,2$$

$$\epsilon) 15,28\% = \frac{15,28}{100} = 0,1528$$

$$\sigma\tau) 11,7\% = \frac{11,7}{100} = 0,117$$

$$\zeta) 117,2\% = \frac{117,2}{100} = 1,172$$

Άσκηση 2 - Λύση

$$i) \frac{2}{100} = 2\%$$

$$ii) \frac{1}{200} = \frac{1:2}{200:2} = \frac{0,5}{100} = 0,5\%$$

$$iii) \frac{7}{250} = \frac{7:2,5}{250:2,5} = \frac{2,8}{100} = 2,8\%$$

$$iv) \frac{28}{2.000} = \frac{28:20}{2.000:20} = \frac{1,4}{100} = 1,4\%$$

$$v) \frac{14}{5.000} = \frac{14:50}{5.000:50} = \frac{0,28}{100} = 0,28\%$$

$$vi) \frac{16}{10.000} = \frac{16:100}{10.000:100} = \frac{0,16}{100} = 0,16\%$$

Έξυπνα και εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 3 - Λύση

- i) $2\% \cdot 42.500 = \frac{2}{100} \cdot 42.500 = \frac{85.000}{100} = 850$
- ii) $75\% \cdot 120 = \frac{75}{100} \cdot 120 = \frac{9.000}{100} = 90$
- iii) $12\% \cdot 50 = \frac{12}{100} \cdot 50 = \frac{600}{100} = 6$
- iv) $0,1\% \cdot 1.670 = \frac{0,1}{100} \cdot 1.670 = \frac{167}{100} = 1,67$
- v) $3,4\% \cdot 6.400.000 = \frac{3,4}{1.000} \cdot 6.400.000 = \frac{21.760.000}{1.000} = 21.760$

Άσκηση 4 - Λύση

- i) $35\% \cdot 8 \text{ cm} = \frac{35}{100} \cdot 8 \text{ cm} = \frac{280}{100} \text{ cm} = 2,8 \text{ cm}$
- ii) $40\% \cdot 75 \text{ cm} = \frac{40}{100} \cdot 75 \text{ cm} = \frac{3.000}{100} \text{ cm} = 30 \text{ cm} =$
 $= 30 : 100 \text{ m} = 0,3 \text{ m}$
- iii) $80\% \cdot 250 \text{ mm} = \frac{80}{100} \cdot 250 \text{ mm} = \frac{20.000}{100} \text{ mm} = 200 \text{ mm} =$
 $= 200 : 100 \text{ dm} = 2 \text{ dm}$

Άσκηση 5 - Λύση

- i) $75\% \cdot 24 \text{ h} = \frac{75}{100} \cdot (24 \cdot 60 \text{ min}) = \frac{75}{100} \cdot 1.440 \text{ min} =$
 $\frac{108.000}{100} \text{ min} = 1.080 \text{ min}$
- ii) $20\% \cdot 15 \text{ min} = \frac{20}{100} \cdot (15 \cdot 60 \text{ s}) = \frac{20}{100} \cdot 900 \text{ s} = \frac{18.000}{100} \text{ s} = 180 \text{ s}$
- iii) $5\% \cdot 40 \text{ min} = \frac{5}{100} \cdot (40 \cdot 60 \text{ s}) = \frac{5}{100} \cdot 2.400 \text{ s} = \frac{12.000}{100} \text{ s} = 120 \text{ s}$
- iv) $30\% \cdot 30 \text{ μέρες} = \frac{30}{100} \cdot (30 \cdot 24 \text{ h}) = \frac{30}{100} \cdot 720 \text{ h} = \frac{21.600}{100} \text{ s} = 216 \text{ s}$

Έξυπνα και εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 6 – Λύση

i) Έστω x ο ζητούμενος αριθμός.

Έχουμε:

$$45\% \cdot x = 108$$

$$\frac{45}{100} \cdot x = 108$$

$$45x = 108 \cdot 100 \text{ άρα } x = \frac{10.800}{45} = 240$$

ii) Έστω x ο ζητούμενος αριθμός.

Έχουμε:

$$70\% \cdot x = 280$$

$$\frac{70}{100} \cdot x = 280$$

$$70x = 280 \cdot 100 \text{ άρα } x = \frac{28.000}{70} = 400$$

Άσκηση 7 – Λύση

$$\begin{aligned} \text{i)} \quad x &= 24\% \cdot 75 + 35\% \cdot 120 = \frac{24}{100} \cdot 75 + \frac{35}{100} \cdot 120 = \\ &= \frac{1.800}{100} + \frac{4.200}{100} = 18 + 42 = 60 \end{aligned}$$

$$\text{ii)} \quad 85\% \cdot x = \frac{85}{100} \cdot 60 = \frac{5.100}{100} = 51$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

iii) Η αύξηση είναι:

$$45\% \cdot x = \frac{45}{100} \cdot 60 = \frac{2.700}{100} = 27$$

Άρα, ο αριθμός θα γίνει:

$$x' = x + 45\% \cdot x = 60 + 27 = 87$$

Άσκηση 8 - Λύση

i) $x = \left(40\% + \frac{2}{3}\right) \cdot 75 = \left(\frac{40}{100} + \frac{2}{3}\right) \cdot 75 = \left(\frac{120}{300} + \frac{200}{300}\right) \cdot 75 =$
 $\frac{320}{300} \cdot 75 = \frac{24.000}{300} = 80$

ii) Έστω y το ζητούμενο ποσοστό.

Έχουμε:

$$y\% \cdot x = 36$$

$$\frac{y}{100} \cdot 80 = 36$$

$$80y = 36 \cdot 100 \text{ άρα } y = \frac{3.600}{80} y = 45$$

Άρα, $45\% \cdot x = 36$.

iii) Η αύξηση είναι:

$$45\% \cdot x = \frac{45}{100} \cdot 80 = \frac{3.600}{100} = 36$$

Άρα, ο αριθμός θα γίνει:

$$x' = x + 45\% \cdot x = 80 + 36 = 116$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 9 - Λύση

- i) Το 40% των παιδιών είναι κορίτσια. Δηλαδή, ο αριθμός των κοριτσιών είναι :

$$40\% \cdot 40 = \frac{40}{100} \cdot 40 = \frac{1.600}{100} = 16 .$$

Συνεπώς, ο αριθμός των αγοριών είναι: $40 - 16 = 24$.

- ii) Τα κορίτσια που μαθαίνουν Γαλλικά είναι:

$$75\% \cdot 16 = \frac{75}{100} \cdot 16 = \frac{1.200}{100} = 12$$

Τα αγόρια που μαθαίνουν Γαλλικά είναι:

$$25\% \cdot 24 = \frac{25}{100} \cdot 24 = \frac{600}{100} = 6$$

Δηλαδή, οι μαθητές της τάξης που μαθαίνουν Γαλλικά είναι $12 + 6 = 18$.

Μετατρέπουμε τον αριθμό σε ποσοστό και έχουμε:

$$\frac{18}{40} = \frac{18 \cdot 2,5}{40 \cdot 2,5} = \frac{45}{100} = 45\%$$

Τελικά, το 45% των μαθητών της Α' τάξης μαθαίνει Γαλλικά.

Άσκηση 10 - Λύση

- i) Έστω x ο αριθμός των ψήφων.

Έχουμε:

$$20\% \cdot x = 930.000$$

$$\frac{20}{100} \cdot x = 930.000 \text{ άρα } 20x = 93.000.000 \text{ άρα } x = \frac{93.000.000}{20} = 4.650.000$$

Άρα, οι ψήφοι σε αυτές τις εκλογές ήταν 4.650.000 .

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

ii) a.

- Το κόμμα Β συγκέντρωσε:

$$B = 4\% \cdot \text{ψήφων} = \frac{4}{100} \cdot 4.650.000 = \frac{18.600.000}{100} = 186.000 \text{ ψήφους}$$

- Το κόμμα Γ συγκέντρωσε :

$$\begin{aligned} \Gamma &= 186.000 + 5\% \cdot 186.000 = 186.000 + \frac{5}{100} \cdot 186.000 = \\ &= 186.000 + 9.300 = 195.300 \text{ ψήφους} \end{aligned}$$

b.

Το κόμμα Δ συγκέντρωσε: $\Delta = 195.300 + 139.500 = 334.800$ ψήφους

Μετατρέπουμε τον αριθμό σε ποσοστό και έχουμε:

$$\frac{334.800}{4.650.000} = \frac{334.800 : 46.500}{4.650.000 : 46.500} = \frac{7,2}{100} = 7,2\%$$

Τελικά, το κόμμα Δ συγκέντρωσε το 7,2% των ψήφων.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

5.2. Προβλήματα με Ποσοστά

Ερωτήσεις Κατανόησης

Ερώτηση Κατανόησης 1 - Απάντηση

- i) $60\% \cdot 40\text{€} = \frac{60}{100} \cdot 40\text{€} = \frac{2.400}{100} \text{€} = 24\text{€}$
- ii) $45\% \cdot 1 \text{ kg} = \frac{45}{100} \cdot 1 \text{ kg} = \frac{45}{100} \text{ kg} = 0,45 \text{ kg}$
- iii) $75\% \cdot 1 \text{ μέρα} = \frac{75}{100} \cdot 24 \text{ h} = \frac{1.800}{100} \text{ h} = 18 \text{ h}$
- iv) $97\% \cdot 1 \text{ t} = \frac{97}{100} \cdot 1.000 \text{ kg} = \frac{97.000}{100} \text{ kg} = 970 \text{ kg}$
- v) $33\% \cdot 1 \text{ km} = \frac{33}{100} \cdot 1.000 \text{ m} = \frac{33.000}{100} \text{ m} = 330 \text{ m}$
- vi) $30\% \cdot 240 \text{ παιδιά} = \frac{30}{100} \cdot 240 \text{ παιδιά} = \frac{7.200}{100} \text{ παιδιά} = 72 \text{ παιδιά}$

Ερώτηση Κατανόησης 2 - Απάντηση

1. iii

- ΦΠΑ = Αξία Προϊόντος · Συντελεστής ΦΠΑ =

$$= 20 \cdot 12\% = 20 \cdot \frac{12}{100} = \frac{240}{100} = 2,4\text{€}$$

- Τιμή Πώλησης = Αξία Προϊόντος + ΦΠΑ = $20 + 2,4 = 22,4 \text{ €}$

2. i

Έστω x η αξία του προϊόντος χωρίς ΦΠΑ. Ο ΦΠΑ που αντιστοιχεί στα $x \text{ €}$

$$\text{είναι } 9\% \cdot x \text{ €} = \frac{9}{100} \cdot x \text{ €} = \frac{9x}{100} \text{ €} = 0,09x \text{ €}.$$

Οπότε, είναι :

$$\text{Τιμή Πώλησης} = \text{Αξία Προϊόντος} + \text{ΦΠΑ}$$

$$35 = x + 0,09x$$

$$\text{Άρα } 35 = 1,09x \text{ οπότε } x = \frac{35}{1,09} = 32,11 \text{ €}$$

Επομένως, η αξία του προϊόντος πριν το ΦΠΑ είναι $32,11 \text{ €}$.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

3. ii

Τόκος = Κεφάλαιο · Επιτόκιο

Μετά από 1 χρόνο ο Τόκος θα είναι:

$$1.500 \cdot 2\% = 1.500 \cdot \frac{2}{100} = \frac{3.000}{100} = 30 \text{ €}$$

4. ii

Τόκος = Κεφάλαιο · Επιτόκιο

- Μετά από 1 χρόνο ο Τόκος θα είναι:

$$10.000 \cdot 14\% = 10.000 \cdot \frac{14}{100} = \frac{140.000}{100} = 1.400 \text{ €}$$

- Έτσι, λοιπόν, το Κεφάλαιο στο τέλος του 1^{ου} έτους είναι:

$$1.400 + 10.000 = 11.400 \text{ €}$$

- Οπότε, ο Τόκος του 2^{ου} έτους, δηλαδή μετά από 2 χρόνια είναι:

$$11.400 \cdot 14\% = 11.400 \cdot \frac{14}{100} = \frac{159.600}{100} = 1.596 \text{ €}$$

- Τελικά, το Κεφάλαιο στο τέλος του 2^{ου} έτους είναι:

$$1.596 + 11.400 = 12.996 \text{ €}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Σολωμού 29 Αθήνα τηλ: 210 38 22 157 info@arnos.gr www.arnos.gr

Ασκήσεις για Διδασκαλία

Άσκηση 1 - Λύση

Η αύξηση που γίνεται στον υπάλληλο είναι:

$$5\% \cdot 900 \text{ €} = \frac{5}{100} \cdot 900 \text{ €} = \frac{4.500}{100} \text{ €} = 45 \text{ €}$$

Οπότε, ο νέος μισθός του υπαλλήλου είναι:

$$900 + 45 = 945 \text{ €}$$

Άσκηση 2 - Λύση

Η έκπτωση που γίνεται στο ποδήλατο είναι:

$$20\% \cdot 170 \text{ €} = \frac{20}{100} \cdot 170 \text{ €} = \frac{3.400}{100} \text{ €} = 34 \text{ €}$$

Οπότε, το ποδήλατο μετά την έκπτωση κοστίζει:

$$170 - 34 = 136 \text{ €}$$

Άσκηση 3 - Λύση

Η αύξηση που γίνεται στο ενοίκιο είναι:

$$20\% \cdot 300 \text{ €} = \frac{20}{100} \cdot 300 \text{ €} = \frac{6.000}{100} \text{ €} = 60 \text{ €}$$

Οπότε, το νέος ενοίκιο που θα πληρώνει η Ελένη είναι:

$$300 + 60 = 360 \text{ €}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 4 – Λύση

Η έκπτωση που γίνεται στο φόρεμα είναι:

$$25\% \cdot 60 \text{ €} = \frac{25}{100} \cdot 60 \text{ €} = \frac{1.500}{100} \text{ €} = 15 \text{ €}$$

Οπότε, το φόρεμα μετά την έκπτωση κοστίζει:

$$60 - 15 = 45 \text{ €}$$

Άσκηση 5 – Λύση

Έστω x η αρχική τιμή των παπουτσιών πριν τις εκπτώσεις.

Ισχύει:

$$\text{Ποσοστό Μείωσης} = \frac{100 \cdot (\text{Αρχική Τιμή} - \text{Τελική Τιμή})}{\text{Αρχική Τιμή}}$$

$$20 = \frac{100 \cdot (x - 130)}{x}$$

$$20 \cdot x = 100 \cdot (x - 130)$$

$$20 \cdot x = 100 \cdot x - 100 \cdot 130$$

$$20 \cdot x = 100 \cdot x - 13.000$$

$$100 \cdot x - 20 \cdot x = 13.000$$

$$80 \cdot x = 13.000$$

$$x = \frac{13.000}{80}$$

$$x = 162,5 \text{ €}$$

Άρα, τα παπούτσια πριν τις εκπτώσεις κόστιζαν 162,5 € .

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 6 – Λύση

Έστω x η αρχική τιμή του βιβλίου.

Ισχύει:

$$\text{Ποσοστό Ζημίας} = \frac{100 \cdot (\text{Τιμή Αγοράς} - \text{Τιμή Πώλησης})}{\text{Τιμή Αγοράς}}$$

$$25 = \frac{100 \cdot (x - 12)}{x}$$

$$25 \cdot x = 100 \cdot (x - 12)$$

$$25 \cdot x = 100 \cdot x - 100 \cdot 12$$

$$25 \cdot x = 100 \cdot x - 1.200$$

$$100 \cdot x - 25 \cdot x = 1.200$$

$$75 \cdot x = 1.200$$

$$x = \frac{1.200}{75} = 16 \text{ €}$$

Άρα, τα βιβλίο κοστίζει κανονικά 16 € .

Άσκηση 7 – Λύση

Έστω x τα κιλά όλης της παραγωγής του θερμοκηπίου.

Έχουμε:

$$35\% \cdot x = 350$$

$$\frac{35}{100} \cdot x = 350$$

$$35 \cdot x = 350 \cdot 100$$

$$35 \cdot x = 35.000$$

$$x = \frac{35.000}{35} = 1.000 \text{ κιλά}$$

Δηλαδή, όλη η παραγωγή του θερμοκηπίου είναι 1.000 κιλά .

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 8 - Λύση

Έστω x η αρχική τιμή του πληθυσμού το 2001. Η τελική τιμή του πληθυσμού, δηλαδή η τιμή του πληθυσμού το έτος 2011 θα είναι $x + 2.800$.

Ισχύει:

$$\text{Αρχική Τιμή} = \frac{100 \cdot \text{Τελική Τιμή}}{100 + \alpha}$$

$$x = \frac{100 \cdot (x + 2.800)}{100 + 2}$$

$$x = \frac{100 \cdot (x + 2.800)}{102}$$

$$102 \cdot x = 100 \cdot (x + 2.800)$$

$$102 \cdot x = 100 \cdot x + 100 \cdot 2.800$$

$$102 \cdot x = 100 \cdot x + 280.000$$

$$102 \cdot x - 100 \cdot x = 280.000$$

$$2 \cdot x = 280.000$$

$$x = \frac{280.000}{2} = 140.000 \text{ κάτοικοι}$$

Συμπεραίνουμε, λοιπόν, ότι ο πληθυσμός του Δήμου Βόλου το 2001 ήταν

140.000 κάτοικοι.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 9 – Λύση

Το Κεφάλαιο που καταθέτει ο Πέτρος στην τράπεζα Α είναι:

$$K_A = \frac{2}{3} \cdot 18.000 \text{ €} = \frac{36.000}{3} \text{ €} = 12.000 \text{ €}$$

Οπότε, στην τράπεζα Β καταθέτει $K_B = 18.000 - 12.000 = 6.000 \text{ €}$.

Για το Κεφάλαιο που έχει κατατεθεί στην τράπεζα Α μετά από 1 χρόνο ο Τόκος, (Τόκος = Κεφάλαιο · Επιτόκιο), θα είναι :

$$T_A = 12.000 \cdot 3\% = 12.000 \cdot \frac{3}{100} = \frac{360.000}{100} = 360 \text{ €}.$$

Έτσι, λοιπόν, για να πάρει ο Πέτρος ίσους Τόκους ($T_A = T_B$) από τις δύο τράπεζες θα πρέπει να ισχύει:

$$T_B = K_B \cdot E_B$$

$$T_A = K_B \cdot E_B$$

$$360 = 6.000 \cdot E_B$$

$$E_B = \frac{360}{6.000} = 0,06 = \frac{6}{100} = 6\% .$$

Άσκηση 10 – Λύση

1. Τα γραμμάρια φυσικού χυμού που περιέχονται στο κουτάκι είναι :

$$20\% \cdot 330 \text{ g} = \frac{20}{100} \cdot 330 \text{ g} = \frac{6.600}{100} \text{ g} = 66 \text{ g}$$

2. Στα 330 g φυσικού χυμού τα 11 g είναι ζάχαρη.

Άρα, το ποσοστό της ζάχαρης στο κουτάκι είναι:

$$\frac{11}{330} \cong 0,03 = \frac{3}{100} = 3\% .$$

3. Τα g νερού που υπάρχουν στο κουτάκι είναι: $330 \text{ g} - 66 \text{ g} - 11 \text{ g} = 53 \text{ g}$

Άρα, το ποσοστό του νερού στο κουτάκι είναι: $\frac{253}{330} \cong 0,77 = \frac{77}{100} = 77\%$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 11 - Λύση

1. Ο Λευτέρης πλήρωσε τοις μετρητοίς:

$$52\% \cdot 12.000 \text{ €} = \frac{52}{100} \cdot 12.000 \text{ €} = \frac{624.000}{100} \text{ €} = 6.240 \text{ €}$$

2. Το υπόλοιπο ποσό, δηλαδή $12.000 \text{ €} - 6.240 \text{ €} = 5.760 \text{ €}$ το πλήρωσε σε 6 μηνιαίες δόσεις με μηνιαίο επιτόκιο 2%.

Το ποσό κάθε δόσης χωρίς τόκο είναι: $\frac{5.760}{6} \text{ €} = 960 \text{ €}$

Ο Τόκος, (**Τόκος = Κεφάλαιο · Επιτόκιο**), του 1^{ου} μήνα, είναι :

$$T_1 = 960 \cdot 2\% = 960 \cdot \frac{2}{100} = \frac{1.920}{100} = 19,2 \text{ €}$$

- Ο Τόκος του 2^{ου} μήνα είναι : $T_2 = 2 \cdot 19,2 = 38,4 \text{ €}$
- Ο Τόκος του 3^{ου} μήνα είναι : $T_3 = 3 \cdot 19,2 = 57,6 \text{ €}$
- Ο Τόκος του 4^{ου} μήνα είναι : $T_4 = 4 \cdot 19,2 = 76,8 \text{ €}$
- Ο Τόκος του 5^{ου} μήνα είναι : $T_5 = 5 \cdot 19,2 = 96 \text{ €}$
- Ο Τόκος του 6^{ου} μήνα είναι : $T_6 = 6 \cdot 19,2 = 115,2 \text{ €}$

Συνεπώς, το συνολικό ποσό επιβάρυνσης είναι:

$$19,2 + 38,4 + 57,6 + 76,8 + 96 + 115,2 = 403,2 \text{ €}$$

Δηλαδή, ο Λευτέρης πλήρωσε στις δόσεις:

$$5.760 + 403,2 = 6.163,2 \text{ €}$$

Τελικά, για τον οικιακό εξοπλισμό πλήρωσε:

$$6.240 + 6.163,2 = 12.403,2 \text{ €}.$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 12 - Λύση

1^η Περίπτωση:

Αν το αρχικό Κεφάλαιο των δύο ιδιοκτητών εστιατορίων είναι το ίδιο, έστω x , τότε:

- Για τον ιδιοκτήτη εστιατορίου στην Ελλάδα ισχύει:

$$\Phi\text{ΠΑ}_1 = x + 0,19x = 1,19x \text{ €}$$

$$\Delta\Phi_1 = x + 0,02x = 1,02x \text{ €}$$

Οπότε, ο ιδιοκτήτης φορολογείται με:

$$\Phi\text{ΠΑ}_1 + \Delta\Phi_1 = 1,19x + 1,02x = 2,21x \text{ €}.$$

- Για τον ιδιοκτήτη εστιατορίου σε άλλη χώρα ισχύει:

$$\Phi\text{ΠΑ}_2 = x + 0,14x = 1,14x \text{ €}$$

$$\Delta\Phi_2 = x + 0,07x = 1,07x \text{ €}$$

Οπότε, ο ιδιοκτήτης φορολογείται με:

$$\Phi\text{ΠΑ}_2 + \Delta\Phi_2 = 1,14x + 1,07x = 2,21x \text{ €}.$$

Επομένως, οι δύο ιδιοκτήτες φορολογούνται το ίδιο.

2^η Περίπτωση:

Αν το αρχικό Κεφάλαιο των δύο ιδιοκτητών εστιατορίων δεν είναι το ίδιο, τότε:

Έστω x το Κεφάλαιο του ιδιοκτήτη στην Ελλάδα και έστω y το Κεφάλαιο του ιδιοκτήτη σε άλλη χώρα.

- Για τον ιδιοκτήτη εστιατορίου στην Ελλάδα ισχύει:

$$\Phi\text{ΠΑ}_1 = x + 0,19x = 1,19x \text{ €}$$

$$\Delta\Phi_1 = x + 0,02x = 1,02x \text{ €}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Οπότε, ο ιδιοκτήτης φορολογείται με:

$$\Phi\text{ΠΑ}_1 + \Delta\Phi_1 = 1,19x + 1,02x = 2,21x \text{ €}$$

- Για τον ιδιοκτήτη εστιατορίου σε άλλη χώρα ισχύει:

$$\Phi\text{ΠΑ}_2 = y + 0,14y = 1,14y \text{ €}$$

$$\Delta\Phi_2 = y + 0,07y = 1,07y \text{ €}$$

Οπότε, ο ιδιοκτήτης φορολογείται με

$$\Phi\text{ΠΑ}_2 + \Delta\Phi_2 = 1,14y + 1,07y = 2,21y \text{ €}.$$

- a. Έστω $x > y$. (Υποπερίπτωση 1)

Αν $x > y$ προκύπτει ότι $2,21x \text{ €} > 2,21y \text{ €}$, δηλαδή ο ιδιοκτήτης εστιατορίου στην Ελλάδα φορολογείται περισσότερο από τον ιδιοκτήτη εστιατορίου σε άλλη χώρα.

- b. Έστω $x < y$. (Υποπερίπτωση 2)

Αν $x < y$ προκύπτει ότι $2,21x \text{ €} < 2,21y \text{ €}$, δηλαδή ο ιδιοκτήτης εστιατορίου στην Ελλάδα φορολογείται λιγότερο από τον ιδιοκτήτη εστιατορίου σε άλλη χώρα.

Άσκηση 13 – Λύση

- Αν αγοράσουμε τοις μετρητοίς θα πληρώσουμε:

$$300 - 12\% \cdot 300 = 300 - \frac{12}{100} \cdot 300 = 300 - \frac{3.600}{100} = 300 - 36 = 264 \text{ €}.$$

- Αν αγοράσουμε με δόσεις, δίνουμε προκαταβολή 80 € και στο υπόλοιπο ποσό, $300 - 80 = 220 \text{ €}$ γίνεται προσαύξηση 4%. Οπότε το ποσό μαζί με την αύξηση γίνεται:

$$220 + 4\% \cdot 220 = 220 + \frac{4}{100} \cdot 220 = 220 + \frac{880}{100} = 220 + 8,8 = 228,8 \text{ €}.$$

Τελικά, αν αγοράσουμε με δόσεις θα πληρώσουμε συνολικά:

$$80 + 228,8 = 308,8 \text{ €}.$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 14 - Λύση

1. Το ποσοστό του αλευριού είναι: $(100 - 15 - 8)\% = 77\%$.

Ας ονομάσουμε x την ποσότητα (σε kg) του σιταριού.

Έχουμε:

$$77\% \cdot x = 4.620$$

$$\frac{77}{100} \cdot x = 4.620$$

$$77 \cdot x = 4.620 \cdot 100$$

$$77 \cdot x = 462.000$$

$$x = \frac{462.000}{77}$$

$$x = 6.000 \text{ κιλά σιτάρι}$$

2. Το σιμιγδάλι που πήραμε είναι:

$$8\% \cdot 6.000 = \frac{8}{100} \cdot 6.000 = \frac{48.000}{100} = 480 \text{ kg}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 15 - Λύση

Ο μανάβης 120 kg μήλα και πλήρωσε 96 €, οπότε το 1 kg μήλα κοστίζει $\frac{96}{120} = 0,8$ € .

➤ Το 75% από τα μήλα, δηλαδή

$$75\% \cdot 120 = \frac{75}{100} \cdot 120 = \frac{9.000}{100} = 90 \text{ μήλα τα πούλησε με κέρδος } 18\%.$$

Αν ονομάσουμε x την τιμή του 1kg που πούλησε τα 90 μήλα ισχύει:

$$\text{Ποσοστό Κέρδους} = \frac{100 \cdot (\text{Τιμή Πώλησης} - \text{Τιμή Αγοράς})}{\text{Τιμή Αγοράς}}$$

$$18 = \frac{100 \cdot (x - 0,8)}{0,8}$$

$$18 \cdot 0,8 = 100 \cdot (x - 0,8)$$

$$14,4 = 100 \cdot x - 100 \cdot 0,8$$

$$14,4 = 100 \cdot x - 80$$

$$100 \cdot x = 14,4 + 80$$

$$100 \cdot x = 94,4$$

$$x = \frac{94,4}{100} = 0,944 \text{ €}$$

Έχουμε, λοιπόν:

- ο μανάβης αγόρασε τα 90 μήλα και πλήρωσε $90 \cdot 0,8 = 72$ €
- ο μανάβης πούλησε τα 90 μήλα και έλαβε $90 \cdot 0,944 = 84,96$ €

Οπότε κέρδισε $84,96 - 72 = 12,96$ € .

➤ Τα υπόλοιπα μήλα , $120 - 90 = 30$ μήλα τα πούλησε 0,7 € το kg

Έχουμε , λοιπόν:

- ο μανάβης αγόρασε τα 30 μήλα και πλήρωσε $30 \cdot 0,8 = 24$ €
- ο μανάβης πούλησε τα 30 μήλα και έλαβε $30 \cdot 0,7 = 21$ €

Οπότε ζημιώθηκε με $24 - 21 = 3$ € .

Τελικά, ο μανάβης είχε κέρδος $12,96 - 3 = 9,96$ € .

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 16 - Λύση

Τα 80 κιλά σαπούνι κοστίζουν 0,90€ το κιλό, δηλαδή ο έμπορος πλήρωσε

$$80 \cdot 0,9 = 72 \text{ €} .$$

Το σαπούνι, όταν στέγνωσε, έχασε το 20% του βάρους του, δηλαδή τα 80 κιλά

$$\text{σαπούνι έχασαν } 20\% \cdot 80 = \frac{20}{100} \cdot 80 = \frac{1.600}{100} = 16 \text{ κιλά} , \text{ οπότε από τα 80 κιλά}$$

έμειναν $80 - 16 = 64$ κιλά σαπούνι.

$$\text{Τα 64 κιλά σαπούνι κοστίζουν } 64 \cdot 0,9 = 57,6 \text{ €}$$

Αν ονομάσουμε x την τιμή που πούλησε τα 64 κιλά σαπούνι ισχύει:

$$\text{Ποσοστό Κέρδους} = \frac{100 \cdot (\text{Τιμή Πώλησης} - \text{Τιμή Αγοράς})}{\text{Τιμή Αγοράς}}$$

$$14 = \frac{100 \cdot (x - 57,6)}{57,6}$$

$$14 \cdot 57,6 = 100 \cdot (x - 57,6)$$

$$806,4 = 100 \cdot x - 100 \cdot 57,6$$

$$806,4 = 100 \cdot x - 5.760$$

$$100 \cdot x = 5.760 + 806,4$$

$$100 \cdot x = 6.566,4$$

$$x = \frac{6.566,4}{100}$$

$$x = 65,664 \text{ €}$$

Επομένως, το 1 κιλό σαπούνι το πούλησε $\frac{65,664}{64} = 1,026 \text{ €} .$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 17 - Λύση

- Έστω x η αξία της μοτοσυκλέτας χωρίς ΦΠΑ.

Ο ΦΠΑ που αντιστοιχεί στα x € είναι :

$$23\% \cdot x \text{ €} = \frac{23}{100} \cdot x \text{ €} = \frac{23x}{100} \text{ €} = 0,23x \text{ €}$$

Οπότε, είναι :

Τιμή Πώλησης = Αξία Προϊόντος + ΦΠΑ

$$7.380 = x + 0,23x \text{ άρα } 7.380 = 1,23x \text{ άρα } x = \frac{7.380}{1,23} = 6.000 \text{ €}$$

Επομένως, η αξία της μοτοσυκλέτας χωρίς το ΦΠΑ είναι 6.000 € .

- ΦΠΑ = Αξία Προϊόντος · Συντελεστής ΦΠΑ =

$$= 6.000 \cdot 23\% = 6.000 \cdot \frac{23}{100} = \frac{138.000}{100} = 1.380 \text{ €}$$

Άσκηση 18 - Λύση

- Για το είδος Αξίας 42,5 € έχουμε:

- Τιμή Πώλησης = Αξία Προϊόντος + ΦΠΑ

$$49,3 = 42,5 + \text{ΦΠΑ} \text{ άρα } \text{ΦΠΑ} = 49,3 - 42,5 = 6,8 \text{ €}$$

- ΦΠΑ = Αξία Προϊόντος · Συντελεστής ΦΠΑ

$$6,8 = 42,5 \cdot \text{Συντελεστής ΦΠΑ}$$

$$\text{Συντελεστής ΦΠΑ} = \frac{6,8}{42,5} = 0,16 = \frac{16}{100} = 16\%$$

Επομένως, το 1^ο είδος έχει Συντελεστή ΦΠΑ 16%.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

- Για το είδος Αξίας 380 € έχουμε:
- Τιμή Πώλησης = Αξία Προϊόντος + ΦΠΑ
- $$402,8 = 380 + \text{ΦΠΑ}$$
- $$\text{ΦΠΑ} = 402,8 - 380 = 22,8 \text{ €}$$
- $\text{ΦΠΑ} = \text{Αξία Προϊόντος} \cdot \text{Συντελεστής ΦΠΑ}$
- $$22,8 = 380 \cdot \text{Συντελεστής ΦΠΑ}$$
- $$\text{Συντελεστής ΦΠΑ} = \frac{22,8}{380} = 0,06 = \frac{6}{100} = 6\%$$
- Επομένως, το 2^ο είδος έχει Συντελεστή ΦΠΑ 6%.

Άσκηση 19 – Λύση

- Η τιμή που αγοράσαμε το laptop, δηλαδή η τιμή πώλησης του laptop, είναι:

$$230 - 12\% \cdot 230 = 230 - \frac{12}{100} \cdot 230 = 230 - \frac{2.760}{100} = 230 - 27,6 = 202,4 \text{ €}.$$

- Έστω x η αξία του laptop χωρίς ΦΠΑ.

$$\text{Ο ΦΠΑ που αντιστοιχεί στα } x \text{ € είναι : } 23\% \cdot x \text{ €} = \frac{23}{100} \cdot x \text{ €} = \frac{23x}{100} \text{ €} = 0,23x \text{ €}.$$

Οπότε, είναι :

$$\text{Τιμή Πώλησης} = \text{Αξία Προϊόντος} + \text{ΦΠΑ}$$

$$202,4 = x + 0,23x \text{ άρα } 202,4 = 1,23x \text{ άρα } x = \frac{202,4}{1,23} \cong 164,6 \text{ €}$$

Επομένως, η αξία του laptop χωρίς το ΦΠΑ είναι 164,6 €.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 20 - Λύση

1. $14.000 < 15.000$

Οπότε, ο φόρος για το εισόδημα των 14.000 € είναι:

$$14.000 \cdot 15\% = 14.000 \cdot \frac{15}{100} = \frac{210.000}{100} = 2.100 \text{ €} .$$

2. $15.000 < 17.000 < 23.000$

Οπότε, ο φόρος για το εισόδημα των 17.000 € είναι:

$$17.000 \cdot 30\% = 17.000 \cdot \frac{30}{100} = \frac{510.000}{100} = 5.100 \text{ €} .$$

3. $40.000 > 23.000$

Οπότε, ο φόρος για το εισόδημα των 40.000 € είναι:

$$40.000 \cdot 40\% = 40.000 \cdot \frac{40}{100} = \frac{1.600.000}{100} = 16.000 \text{ €} .$$

Ασκήσεις για Μελέτη**Άσκηση 1 - Λύση**

- Τον Απρίλη η τιμή του προϊόντος είναι:

$$600 + 10\% \cdot 600 = 600 + \frac{10}{100} \cdot 600 = 600 + \frac{6.000}{100} = 600 + 60 = 660 \text{ €} .$$

- Τον Μάιο η τιμή του προϊόντος είναι:

$$600 - 10\% \cdot 600 = 600 - \frac{10}{100} \cdot 600 = 600 - \frac{6.000}{100} = 600 - 60 = 540 \text{ €} .$$

Συμπεραίνουμε, λοιπόν, ότι η άποψη της Φωτεινής είναι λανθασμένη.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 2 – Λύση

Οι κρατήσεις του μισθού είναι:

$$23\% \cdot 900 \text{ €} = \frac{23}{100} \cdot 900 \text{ €} = \frac{20.700}{100} \text{ €} = 207 \text{ €}$$

Οπότε, ο καθαρός μισθός του εργάτη είναι:

$$900 - 207 = 693 \text{ €}$$

Άσκηση 3 – Λύση

Τα ρούχα που αγόρασε η Κωνσταντίνα κοστίζουν: $50 + 40 + 30 = 120 \text{ €}$.

Η έκπτωση που γίνεται στο ταμείο είναι:

$$40\% \cdot 120 \text{ €} = \frac{40}{100} \cdot 120 \text{ €} = \frac{4.800}{100} \text{ €} = 48 \text{ €}.$$

Οπότε, η Κωνσταντίνα θα πληρώσει: $120 - 48 = 72 \text{ €}$

Άσκηση 4 – Λύση

Οι γεννήσεις το 2010 είναι:

$$2\text{‰} \cdot 112.000 = \frac{2}{1.000} \cdot 112.000 = \frac{224.000}{1.000} = 224$$

Άσκηση 5 – Λύση

Έστω x ο αριθμός των μαθητών του σχολείου.

Έχουμε:

$$40\% \cdot x = 200 \text{ άρα } \frac{40}{100} \cdot x = 200 \text{ δηλαδή } 40 \cdot x = 200 \cdot 100 \text{ } 20.000$$

$$\text{Οπότε: } x = \frac{20.000}{40} = 500$$

Δηλαδή, όλοι οι μαθητές του σχολείου είναι 500.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 6 – Λύση

Έστω x η αρχική τιμή του μπουφάν.

Έχουμε:

Τελική Τιμή = Αρχική Τιμή - $\alpha\%$ · Αρχική Τιμή

$$50 = x - 30\% \cdot x$$

$$50 = x - \frac{30}{100} \cdot x$$

$$50 = \frac{100}{100} \cdot x - \frac{30}{100} \cdot x$$

$$50 = \frac{70}{100} \cdot x$$

$$50 \cdot 100 = 70 \cdot x$$

$$5.000 = 70x$$

$$x = \frac{5.000}{70} \cong 71,4 \text{ €}$$

Άρα, η αρχική τιμή του μπουφάν ήταν 71,4 €.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 7 - Λύση

Έστω x η αρχική τιμή του πληθυσμού το 2001. Η τελική τιμή του πληθυσμού, δηλαδή η τιμή του πληθυσμού το έτος 2011 είναι 1.134 κάτοικοι.

Ισχύει:

$$\text{Αρχική Τιμή} = \frac{100 \cdot \text{Τελική Τιμή}}{100 + \alpha}$$

$$x = \frac{100 \cdot 1.134}{100 + 5}$$

$$x = \frac{113.400}{105}$$

$$105 \cdot x = 113.400$$

$$x = \frac{113.400}{105} = 1.080$$

Συμπεραίνουμε, λοιπόν, ότι ο πληθυσμός της κωμόπολης το 2001 ήταν 1.080 κάτοικοι.

Άσκηση 8 - Λύση

Έστω x τα κιλά κρέας που θα αγοράσω.

Έχουμε:

$$\text{Τελική Τιμή} = \text{Αρχική Τιμή} - \alpha\% \cdot \text{Αρχική Τιμή}$$

$$2 = x - 22\% \cdot x$$

$$2 = \frac{100}{100} \cdot x - \frac{22}{100} \cdot x = \frac{78}{100} \cdot x$$

$$2 \cdot 100 = 78 \cdot x \quad \text{άρα} \quad 200 = 78x$$

$$x = \frac{200}{78} \cong 2,56$$

Άρα, για να έχω 2 κιλά ψημένο κρέας θα πρέπει να αγοράσω 2,56 κιλά κρέας.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 9 – Λύση

1. Το 1^ο κόμμα έλαβε :

$$45\% \cdot 1.200 = \frac{45}{100} \cdot 1.200 = \frac{54.000}{100} = 540 \text{ ψήφους.}$$

2. Το 2^ο κόμμα έλαβε 444 ψήφους. Έτσι, λοιπόν, το ποσοστό θα είναι:

$$\frac{444}{1.200} = \frac{444 : 12}{1.200 : 12} = \frac{37}{100} = 37\%.$$

3. Το 3^ο κόμμα έλαβε: $1.200 - 540 - 444 = 216$ ψήφους. Έτσι, λοιπόν, το ποσοστό θα είναι:

$$\frac{216}{1.200} = \frac{216 : 12}{1.200 : 12} = \frac{18}{100} = 18\%.$$

Άσκηση 10 – Λύση

1.

Τόκος = Κεφάλαιο · Επιτόκιο

- Μετά από 1 χρόνο ο Τόκος θα είναι:

$$15.000 \cdot 3\% = 15.000 \cdot \frac{3}{100} = \frac{45.000}{100} = 450 \text{ €}$$

- Έτσι, λοιπόν, το Κεφάλαιο στο τέλος του 1^{ου} έτους είναι:

$$450 + 15.000 = 15.450 \text{ €}$$

- Οπότε, ο Τόκος του 2^{ου} έτους, δηλαδή μετά από 2 χρόνια είναι:

$$15.450 \cdot 3\% = 15.450 \cdot \frac{3}{100} = \frac{46.350}{100} = 463,5 \text{ €}$$

- Επομένως, ο συνολικός Τόκος για δύο χρόνια είναι:

$$450 + 463,5 = 913,5 \text{ €}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

2.

Έστω x το Κεφάλαιο που αποδίδει Τόκο 630 € στον πρώτο χρόνο.

Έχουμε:

Τόκος = Κεφάλαιο · Επιτόκιο

$$630 = x \cdot 3\%$$

$$630 = x \cdot \frac{3}{100}$$

$$630 \cdot 100 = 3 \cdot x$$

$$63.000 = 3x$$

$$x = \frac{63.000}{3} = 21.000 \text{ €}$$

Δηλαδή, το Κεφάλαιο που αποδίδει Τόκο 630 € στον πρώτο χρόνο είναι 21.000 € .

3.

$$18 \text{ μήνες} = 12 \text{ μήνες} + 6 \text{ μήνες} = 1 \text{ χρόνος} + \frac{1}{2} \text{ χρόνος}$$

Τόκος = Κεφάλαιο · Επιτόκιο

- Μετά από 1 χρόνο ο Τόκος θα είναι:

$$20.000 \cdot 3\% = 20.000 \cdot \frac{3}{100} = \frac{60.000}{100} = 600 \text{ €}$$

- Έτσι, λοιπόν, το Κεφάλαιο στο τέλος του 1^{ου} έτους είναι:

$$600 + 20.000 = 20.600 \text{ €}$$

- Οπότε, ο Τόκος για το $\frac{1}{2}$ του έτους, δηλαδή μετά από 18 μήνες, είναι:

$$\frac{1}{2} \cdot 20.600 \cdot 3\% = \frac{1}{2} \cdot 20.600 \cdot \frac{3}{100} = \frac{61.800}{200} = 309 \text{ €}$$

- Επομένως, ο συνολικός Τόκος για 18 μήνες είναι:

$$600 + 309 = 909 \text{ €}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 11 - Λύση

Ο Τόκος για 8 μήνες είναι: 1.200 € .

Έστω x το Κεφάλαιο που αποδίδει Τόκο 1.200 € σε 8 μήνες.

Έχουμε:

Τόκος = Κεφάλαιο · Επιτόκιο

$$\frac{8}{12} \cdot x \cdot 8\% = 1.200$$

$$\frac{8}{12} \cdot x \cdot \frac{8}{100} = 1.200$$

$$\frac{64 \cdot x}{1.200} = 1.200$$

$$64 \cdot x = 1.200 \cdot 1.200$$

$$64x = 1.440.000$$

$$x = \frac{1.440.000}{64} = 22.500 \text{ €}$$

Άρα, το διπλάσιο Κεφάλαιο είναι: $22.500 \cdot 2 = 45.000 \text{ €}$

Τέλος, μετά από 1 χρόνο ο Τόκος θα είναι:

$$45.000 \cdot 8\% = 45.000 \cdot \frac{8}{100} = \frac{360.000}{100} = 3.600 \text{ €}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 12 - Λύση

1. Έστω x η αξία του πλυντηρίου.

Έχουμε:

$$40\% \cdot x = 600$$

$$\frac{40}{100} \cdot x = 600$$

$$40 \cdot x = 600 \cdot 100$$

$$40 \cdot x = 60.000 \text{ άρα } x = \frac{60.000}{40} = 1.500 \text{ €}$$

Δηλαδή, το πλυντήριο κοστίζει 1.500 €.

2. Το υπόλοιπο ποσό, $1.500 - 600 = 900$ €, το έδωσε σε 5 μηνιαίες δόσεις.

Το ποσό κάθε δόσης, λόγω του ότι είναι άτοκες, θα είναι:

$$\frac{900}{5} = 180 \text{ €}$$

Άσκηση 13 - Λύση

➤ **Τόκος = Κεφάλαιο · Επιτόκιο**

• Μετά από 1 χρόνο ο Τόκος θα είναι:

$$22.000 \cdot 4\% = 22.000 \cdot \frac{4}{100} = \frac{88.000}{100} = 880 \text{ €}$$

• Έτσι, λοιπόν, το Κεφάλαιο στο τέλος του 1^{ου} έτους είναι:

$$880 + 22.000 = 22.880 \text{ €}$$

• Οπότε, ο Τόκος του 2^{ου} έτους, δηλαδή μετά από 2 χρόνια είναι:

$$22.880 \cdot 4\% = 22.880 \cdot \frac{4}{100} = \frac{91.520}{100} = 915,2 \text{ €}$$

• Επομένως, ο συνολικός Τόκος για δύο χρόνια είναι:

$$880 + 915,2 = 1.795,2 \text{ €}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

- Το Κεφάλαιο στο τέλος του 2^{ου} έτους είναι:

$$22.880 + 915,2 = 23.795,2 \text{ €}$$

- Το επιτόκιο αυξάνεται κατά 6% τον 2^ο χρόνο, δηλαδή γίνεται

$$4\% + 6\% = 10\%$$

- Οπότε, ο Τόκος του 3^{ου} έτους, δηλαδή μετά από 3 χρόνια είναι:

$$23.795,2 \cdot 10\% = 23.795,2 \cdot \frac{10}{100} = \frac{237.952}{100} = 2.379,2 \text{ €}$$

- Έτσι, λοιπόν, το Κεφάλαιο στο τέλος του 3^{ου} έτους είναι:

$$2.379,2 + 23.795,2 = 26.174,72 \text{ €}$$

- Οπότε, ο Τόκος του 4^{ου} έτους, δηλαδή μετά από 4 χρόνια είναι:

$$26.174,72 \cdot 10\% = 26.174,72 \cdot \frac{10}{100} = \frac{261.747,2}{100} = 2.617,472 \text{ €}$$

- Επομένως, ο συνολικός Τόκος για τον 3^ο και 4^ο χρόνο είναι:

$$2.379,52 + 2.617,472 = 4.996,992 \text{ €}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 14 - Λύση

- Ο υπάλληλος στον οποίο γίνεται αύξηση μισθού 8% θα έχει νέο μισθό:

$$1.500 + 8\% \cdot 1.500 = 1.500 + \frac{8}{100} \cdot 1.500 = 1.500 + \frac{12.000}{100} =$$
$$= 1.500 + 120 = 1.620 \text{ €}$$

- Ο υπάλληλος στον οποίο γίνεται μείωση μισθού 5% του νέου μισθού του 1^{ου} υπαλλήλου θα έχει νέο μισθό:

$$1.500 - 5\% \cdot 1.620 = 1.500 - \frac{5}{100} \cdot 1.620 = 1.500 - \frac{8.100}{100} =$$
$$= 1.500 - 81 = 1.419 \text{ €}$$

Άσκηση 15 - Λύση

1.

- Το 2010 ο υπολογιστής κοστίζει : 1.200 € .
- Το 2011 κοστίζει :

$$1.200 - 25\% \cdot 1.200 = 1.200 - \frac{25}{100} \cdot 1.200 = 1.200 - \frac{30.000}{100} =$$
$$1.200 - 300 = 900 \text{ €}$$

- Το 2012 κοστίζει :

$$900 - 20\% \cdot 900 = 900 - \frac{20}{100} \cdot 900 = 900 - \frac{18.000}{100} =$$
$$900 - 180 = 720 \text{ €}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

2.

- Η συνολική μείωση της τιμής είναι:

$$25\% \cdot 1.200 + 20\% \cdot 900 = \frac{25}{100} \cdot 1.200 + \frac{20}{100} \cdot 900 = 300 + 180 = 480 \text{ €}$$

- Το 45% πάνω στην αρχική τιμή είναι:

$$45\% \cdot 1.200 = \frac{45}{100} \cdot 1.200 = \frac{54.000}{100} = 540 \text{ €}$$

Επομένως, δεν ισχύει ότι η συνολική μείωση της τιμής είναι το άθροισμα των διαδοχικών μειώσεων δηλαδή είναι το 45% πάνω στην αρχική τιμή, αφού $480 \neq 540$

Άσκηση 16 – Λύση

Έστω x η αρχική πλευρά του τετραγώνου.

Η νέα πλευρά x' θα είναι:

$$x' = x + 20\% \cdot x = x + \frac{20}{100} \cdot x = x + 0,2 \cdot x = 1,2 \cdot x$$

1. Η Περίμετρος είναι το άθροισμα όλων των πλευρών του σχήματος.

Έχουμε, λοιπόν,

Η Περίμετρος ενός τετραγώνου με πλευρά x είναι:

$$\Pi = x + x + x + x = 4 \cdot x$$

Οπότε, η Περίμετρος ενός τετραγώνου με πλευρά $x' = 1,2 \cdot x$ είναι:

$$\Pi' = x' + x' + x' + x' = 4 \cdot x' = 4 \cdot (1,2 \cdot x) = 4,8 \cdot x$$

Συνεπώς:

Ποσοστό Αύξησης =

$$\frac{100 \cdot (\text{Τελική Τιμή} - \text{Αρχική Τιμή})}{\text{Αρχική Τιμή}} = \frac{100 \cdot (4,8 \cdot x - 4 \cdot x)}{4 \cdot x} = \frac{80 \cdot x}{4 \cdot x} = \frac{80}{4} = 20$$

Άρα, το ποσοστό αύξησης της Περιμέτρου είναι 20%.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

2. Το εμβαδόν ενός τετραγώνου με πλευρά x δίνεται από τον τύπο: $E = x^2$.

Οπότε, το εμβαδόν του τετραγώνου με πλευρά x' είναι:

$$E' = x'^2 = (1,2 \cdot x)^2 = 1,44 \cdot x^2$$

Συνεπώς:

Ποσοστό Αύξησης =

$$\frac{100 \cdot (\text{Τελική Τιμή} - \text{Αρχική Τιμή})}{\text{Αρχική Τιμή}} = \frac{100 \cdot (1,44 \cdot x^2 - x^2)}{x^2} =$$

$$\frac{100 \cdot 0,44 \cdot x^2}{x^2} = \frac{44 \cdot x^2}{x^2} = 44$$

Άρα, το ποσοστό αύξησης του εμβαδού είναι 44%.

Άσκηση 17 - Λύση

Έστω x η αρχική τιμή του προϊόντος.

Μετά την αύξηση του 15% η τιμή γίνεται:

$$x + 15\% \cdot x = x + \frac{15}{100} \cdot x = x + 0,15 \cdot x = 1,15 \cdot x$$

Μετά από 1 εβδομάδα η τιμή μειώθηκε κατά 15%, δηλαδή πλέον η τιμή γίνεται:

$$\begin{aligned} 1,15 \cdot x - 15\% \cdot (1,15 \cdot x) &= 1,15 \cdot x - \frac{15}{100} \cdot (1,15 \cdot x) = \\ &= 1,15 \cdot x - \frac{17,25 \cdot x}{100} = 1,15 \cdot x - 0,1725 \cdot x = 0,9775 \cdot x \end{aligned}$$

Συμπεραίνουμε πως συμφέρει να αγοράσουμε το προϊόν μετά την δεύτερη μεταβολή της τιμής, καθώς τότε κοστίζει λιγότερο (αφού $x > 0,9775 \cdot x$).

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 18 - Λύση

1. Η Ιωάννα έδωσε προκαταβολή:

$$25\% \cdot 160 \text{ €} = \frac{25}{100} \cdot 160 \text{ €} = \frac{4.000}{100} \text{ €} = 40 \text{ €}$$

2. Το υπόλοιπο ποσό, δηλαδή $160 \text{ €} - 40 \text{ €} = 120 \text{ €}$, το πλήρωσε σε 4 μηνιαίες δόσεις με τόκο 2% τον μήνα.

Το ποσό κάθε δόσης χωρίς τόκο είναι:

$$\frac{120}{4} \text{ €} = 30 \text{ €}$$

Ο Τόκος, (**Τόκος = Κεφάλαιο · Επιτόκιο**), του 1^{ου} μήνα, είναι :

$$T_1 = 30 \cdot 2\% = 30 \cdot \frac{2}{100} = \frac{60}{100} = 0,6 \text{ €}.$$

- Ο Τόκος του 2^{ου} μήνα είναι : $T_2 = 2 \cdot 0,6 = 1,2 \text{ €}.$
- Ο Τόκος του 3^{ου} μήνα είναι : $T_3 = 3 \cdot 0,6 = 1,8 \text{ €}.$
- Ο Τόκος του 4^{ου} μήνα είναι : $T_4 = 4 \cdot 0,6 = 2,4 \text{ €}.$

Συνεπώς, το συνολικό ποσό επιβάρυνσης είναι:

$$0,6 + 1,2 + 1,8 + 2,4 = 6 \text{ €}$$

Δηλαδή, η Ιωάννα πλήρωσε στις δόσεις: $120 + 6 = 126 \text{ €}$

Οπότε, το ποσό κάθε δόσης είναι: $\frac{126}{4} = 31,5 \text{ €}$

3. Τελικά, το συνολικό κόστος του ποδηλάτου είναι:

$$40 + 126 = 166 \text{ €}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 19 - Λύση

Έστω x η αξία του 1^{ου} φορέματος και y η αξία του 2^{ου} φορέματος.

Ισχύει ότι: $x + y = 260$ €

Έχουμε:

$$25\% \cdot x + 20\% \cdot y = 59$$

$$25\% \cdot x + 20\% \cdot (260 - x) = 59$$

$$\frac{25}{100} \cdot x + \frac{20}{100} \cdot (260 - x) = 59$$

$$0,25 \cdot x + 0,2 \cdot (260 - x) = 59$$

$$0,25 \cdot x + 52 - 0,2 \cdot x = 59$$

$$0,25 \cdot x - 0,2 \cdot x = 59 - 52$$

$$0,05 \cdot x = 7 \text{ άρα } x = \frac{7}{0,05} = \frac{700}{5} = 140 \text{ €}$$

Επομένως, το 1^ο φόρεμα κοστίζει 140 € .

Άρα, το 2^ο φόρεμα κοστίζει $260 - 140 = 120$ € .

Άσκηση 20 - Λύση

Έστω x το μέρος του ποσού που γίνεται κατάθεση με επιτόκιο 2%.

Το υπόλοιπο ποσό, δηλαδή $5.000 - x$, γίνεται κατάθεση με επιτόκιο 1,6%.

Οι συνολικοί Τόκοι είναι 92 € .

Έχουμε:

$$\text{Τόκος} = \text{Κεφάλαιο} \cdot \text{Επιτόκιο}$$

$$92 = x \cdot 2\% + (5.000 - x) \cdot 1,6\%$$

$$92 = x \cdot \frac{2}{100} + (5.000 - x) \cdot \frac{1,6}{100}$$

$$92 = x \cdot 0,02 + (5.000 - x) \cdot 0,016$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

$$92 = x \cdot 0,02 + 80 - 0,016 \cdot x$$

$$92 - 80 = x \cdot 0,02 - 0,016 \cdot x$$

$$12 = 0,004 \cdot x$$

Οπότε, έχουμε το ακόλουθο αποτέλεσμα:

$$x = \frac{12}{0,004} = \frac{12.000}{4} = 3.000 \text{ €}$$

Τελικά, το μέρος του ποσού που γίνεται κατάθεση με επιτόκιο 2% είναι 3.000 €.

Το ποσό που γίνεται κατάθεση με επιτόκιο 1,6% είναι $5.000 - 3.000 = 2.000$ €.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Σολωμού 29 Αθήνα τηλ: 210 38 22 157 info@arnos.gr www.arnos.gr

Κεφάλαιο 7 : Θετικοί και αρνητικοί αριθμοί

7.1. Θετικοί και αρνητικοί αριθμοί (Ρητοί αριθμοί) – Η ευθεία των ρητών - Τετμημένη σημείου

Ερωτήσεις Κατανόησης

Ερώτηση Κατανόησης 1 – Απάντηση

- α) $-13,73$ μέτρα
- β) $+20^\circ$ Κελσίου
- γ) $+3.368,97$ ευρώ
- δ) $+2.527,15$ ευρώ
- ε) -50 μονάδες
- στ) -15% επί της τιμής

Ερώτηση Κατανόησης 2 – Απάντηση

α) Σωστό

Θετικοί λέγονται οι αριθμοί που έχουν μπροστά το πρόσημο «+» . Οι θετικοί αριθμοί μπορούν να γράφονται και χωρίς το πρόσημο μπροστά.

β) Σωστό

Αρνητικοί λέγονται οι αριθμοί που έχουν μπροστά το πρόσημο « - » .

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

γ) Σωστό

Ο αριθμός 0 αντιστοιχεί στο σημείο 0 . Δεξιά του 0 βρίσκονται όλοι οι θετικοί αριθμοί, ενώ αριστερά του βρίσκονται όλοι οι αρνητικοί αριθμοί .

δ) Σωστό

Ρητοί αριθμοί ονομάζονται όλοι οι αριθμοί που γνωρίζουμε μέχρι τώρα, δηλαδή οι φυσικοί, οι δεκαδικοί και οι αρνητικοί τους.

ε) Λάθος

Ρητοί αριθμοί ονομάζονται όλοι οι αριθμοί που γνωρίζουμε μέχρι τώρα, δηλαδή οι φυσικοί, οι δεκαδικοί και οι αρνητικοί τους.

στ) Λάθος

Ρητοί αριθμοί ονομάζονται όλοι οι αριθμοί που γνωρίζουμε μέχρι τώρα, δηλαδή οι φυσικοί, οι δεκαδικοί και οι αρνητικοί τους.

ζ) Σωστό

Το 0 είναι ακέραιος αριθμός. Οι ακέραιοι αριθμοί ανήκουν στους ρητούς αριθμούς άρα το 0 είναι ρητός αριθμός.

Ερώτηση Κατανόησης 3 – Απάντηση

i) β

Έχουμε : $-(-18) = +18$, οπότε ο αριθμός $-(-18)$ είναι θετικός.

ii) Θετικοί λέγονται οι αριθμοί που έχουν μπροστά το πρόσημο «+» . Αρνητικοί λέγονται οι αριθμοί που έχουν μπροστά το πρόσημο « - » . Το 0 δεν είναι ούτε θετικός, ούτε αρνητικός αριθμός, οπότε και δεν παίρνει κανένα πρόσημο.

Επομένως,

Θετικοί είναι οι : 5, 58, 0.5

Αρνητικοί είναι οι: -8, -6, -7, -5 .

Το 0 δεν είναι ούτε θετικός, ούτε αρνητικός αριθμός.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Ερώτηση Κατανόησης 4 – Απάντηση

1. Λάθος

Ομόσημοι λέγονται οι αριθμοί που έχουν το ίδιο πρόσημο. Ετερόσημοι λέγονται οι αριθμοί που έχουν διαφορετικό πρόσημο. Επομένως, οι αριθμοί 7 και +14 είναι ομόσημοι.

2. Λάθος

Ομόσημοι λέγονται οι αριθμοί που έχουν το ίδιο πρόσημο.

3. Λάθος

Ομόσημοι λέγονται οι αριθμοί που έχουν το ίδιο πρόσημο. Ετερόσημοι λέγονται οι αριθμοί που έχουν διαφορετικό πρόσημο. Επομένως, οι αριθμοί 9 και 4 είναι ομόσημοι.

4. Λάθος

Ομόσημοι λέγονται οι αριθμοί που έχουν το ίδιο πρόσημο. Το 0 δεν είναι ούτε θετικός, ούτε αρνητικός αριθμός, οπότε και δεν παίρνει κανένα πρόσημο. Επομένως, οι αριθμοί 0 και 14 δεν είναι ούτε ομόσημοι ούτε ετερόσημοι.

5. Σωστό

Ομόσημοι λέγονται οι αριθμοί που έχουν το ίδιο πρόσημο. Επομένως, οι αριθμοί όλοι οι μη μηδενικοί φυσικοί αριθμοί είναι ομόσημοι, καθώς είναι όλοι θετικοί.

6. Σωστό

Ο αριθμός 10 απέχει από το 0 που είναι η αρχή του άξονα 10 μονάδες.

Ο αριθμός 4 απέχει από το 0 που είναι η αρχή του άξονα 4 μονάδες.

Επομένως, οι δύο αυτοί αριθμοί απέχουν μεταξύ τους $10 - 4 = 6$ μονάδες πάνω στον άξονα.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

7. Σωστό

Ο αριθμός 0 αντιστοιχεί στο σημείο 0 . Δεξιά του 0 βρίσκονται όλοι οι θετικοί αριθμοί, ενώ αριστερά του βρίσκονται όλοι οι αρνητικοί αριθμοί .

Ερώτηση Κατανόησης 5 – Απάντηση

i) δ

Ο αριθμός -8 είναι ομόσημος με τον -0,1, γιατί είναι και οι δύο αρνητικοί, δηλαδή έχουν το ίδιο πρόσημο «-».

ii) α, β

Ο αριθμός 0,013 είναι ομόσημος με τον 1,337 και με τον +8, γιατί είναι όλοι τους θετικοί, δηλαδή έχουν το ίδιο πρόσημο «+».

Ερώτηση 6 – Απάντηση

(α) Οι ρητοί που έχουν πρόσημο “+” λέγονται θετικοί, ενώ αυτοί που έχουν πρόσημο “-” λέγονται αρνητικοί.

(β) Οι αριθμοί με το ίδιο πρόσημο λέγονται ομόσημοι, ενώ αυτοί με διαφορετικό πρόσημο λέγονται ετερόσημοι.

(γ) Στην ευθεία των αριθμών, δεξιά του μηδενός βρίσκονται οι θετικοί ρητοί και αριστερά του μηδενός οι αρνητικοί ρητοί.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Ασκήσεις για Διδασκαλία

Άσκηση 1 – Λύση

Θετικοί λέγονται οι αριθμοί που έχουν μπροστά το πρόσημο «+». Αρνητικοί λέγονται οι αριθμοί που έχουν μπροστά το πρόσημο «-». Το 0 δεν είναι ούτε θετικός, ούτε αρνητικός αριθμός, οπότε και δεν παίρνει κανένα πρόσημο.

Επομένως,

Θετικοί είναι οι: +5, +8, 7, 18

Αρνητικοί είναι οι: -3,1, -20, -3

Άσκηση 2 – Λύση

α) Σωστό

Θετικοί λέγονται οι αριθμοί που έχουν μπροστά το πρόσημο «+». Εδώ παρατηρούμε πως όλοι οι αριθμοί +1, +5, +216, +3701 έχουν το πρόσημο «+», δηλαδή είναι θετικοί.

β) Λάθος

Θετικοί λέγονται οι αριθμοί που έχουν μπροστά το πρόσημο «+». Αρνητικοί λέγονται οι αριθμοί που έχουν μπροστά το πρόσημο «-». Στους αριθμούς -3, -8, 7, -22 παρατηρούμε πως το 7 είναι θετικός αριθμός και πως οι αριθμοί -3, -8, -22 είναι αρνητικοί.

γ) Σωστό

Η θέση ενός σημείου Α επάνω στην ευθεία ορίζεται με έναν αριθμό που ονομάζεται τετμημένη του σημείου. Στο σχήμα βλέπουμε ότι το σημείο Κ απέχει 2 μονάδες δεξιά του 0, δηλαδή έχει τετμημένη 2.

δ) Σωστό

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Η θέση ενός σημείου Α επάνω στην ευθεία ορίζεται με έναν αριθμό που ονομάζεται τετμημένη του σημείου. Στο σχήμα βλέπουμε ότι το σημείο Λ απέχει 4 μονάδες αριστερά του 0, δηλαδή έχει τετμημένη -4.

ε) Λάθος

Η θέση ενός σημείου Α επάνω στην ευθεία ορίζεται με έναν αριθμό που ονομάζεται τετμημένη του σημείου. Στο σχήμα βλέπουμε ότι το σημείο Κ απέχει 2 μονάδες δεξιά του 0, δηλαδή έχει τετμημένη 2 και το σημείο Μ απέχει 2 μονάδες αριστερά του 0, δηλαδή έχει τετμημένη -2. Άρα, τα σημεία Κ και Μ απέχουν μεταξύ τους 4 μονάδες.

Άσκηση 3 - Λύση

α) +50.000 ευρώ

β) -78.000 ευρώ

γ) +500 ευρώ

δ) -1 μονάδα

ε) -30 μέτρα

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 4 – Λύση

Ομόσημοι λέγονται οι αριθμοί που έχουν το ίδιο πρόσημο. Ετερόσημοι λέγονται οι αριθμοί που έχουν διαφορετικό πρόσημο.

Έχουμε λοιπόν τα ακόλουθα:

- α) ομόσημοι
- β) ετερόσημοι
- γ) ομόσημοι
- δ) ομόσημοι
- ε) ετερόσημοι
- στ) ομόσημοι
- ζ) ομόσημοι
- η) ετερόσημοι
- θ) ομόσημοι
- ι) ομόσημοι

Άσκηση 5 – Λύση

α) Η θέση ενός σημείου Α επάνω στην ευθεία ορίζεται με έναν αριθμό που ονομάζεται τετμημένη του σημείου. Συνεπώς, η τετμημένη του σημείου Μ (όπου Μ μέσο του ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ) θα είναι :

$$\frac{\alpha + \beta}{2} = \frac{5 + 12}{2} = \frac{17}{2} = 8,5$$

Δηλαδή, το σημείο Μ απέχει 8,5 μονάδες δεξιά από την αρχή Ο του άξονα.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

β) Η θέση ενός σημείου Α επάνω στην ευθεία ορίζεται με έναν αριθμό που ονομάζεται τετμημένη του σημείου.

Συνεπώς, η τετμημένη του σημείου Μ (όπου Μ μέσο του ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ) θα είναι :

$$\frac{\alpha + \beta}{2} = \frac{-4 + 13}{2} = \frac{9}{2} = 4,5$$

Δηλαδή, το σημείο Μ απέχει 4,5 μονάδες δεξιά από την αρχή 0 του άξονα.

Άσκηση 6 – Λύση

Θετικοί λέγονται οι αριθμοί που έχουν μπροστά το πρόσημο «+». Αρνητικοί λέγονται οι αριθμοί που έχουν μπροστά το πρόσημο «-». Το 0 δεν είναι ούτε θετικός, ούτε αρνητικός αριθμός, οπότε και δεν παίρνει κανένα πρόσημο.

Επομένως,

Θετικοί είναι οι : +42,6 , $\frac{3}{8}$

Αρνητικοί είναι οι : -55 , -22 , -3,7

Το 0 δεν είναι ούτε θετικός, ούτε αρνητικός αριθμός, οπότε και δεν παίρνει κανένα πρόσημο.

Άσκηση 7 – Λύση

α) +9,53 kg

β) $-10\% = -\frac{10}{100} = -0,1$

γ) -11,4 m

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 8 – Λύση

Ομόσημοι λέγονται οι αριθμοί που έχουν το ίδιο πρόσημο. Ετερόσημοι λέγονται οι αριθμοί που έχουν διαφορετικό πρόσημο.

Έχουμε λοιπόν τα ακόλουθα:

α) ετερόσημοι

β) ομόσημοι

γ) ετερόσημοι

δ) ούτε ομόσημοι ούτε ετερόσημοι αφού το 0 δεν έχει πρόσημο (δεν είναι ούτε θετικός ούτε αρνητικός)

ε) ετερόσημοι

στ) ετερόσημοι

Ασκήσεις για Μελέτη**Άσκηση 1 – Λύση**

Ομόσημοι λέγονται οι αριθμοί που έχουν το ίδιο πρόσημο. Ετερόσημοι λέγονται οι αριθμοί που έχουν διαφορετικό πρόσημο.

Έχουμε λοιπόν τα ακόλουθα:

α) ομόσημοι

β) ομόσημοι

γ) ομόσημοι

δ) ομόσημοι

ε) ετερόσημοι

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

στ) ετερόσημοι

ζ) ομόσημοι

η) ετερόσημοι

θ) ομόσημοι

ι) ομόσημοι

Άσκηση 2 - Λύση

α) Η θέση ενός σημείου Α επάνω στην ευθεία ορίζεται με έναν αριθμό που ονομάζεται τετμημένη του σημείου. Συνεπώς, η τετμημένη του σημείου Μ (όπου Μ μέσο του ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ) θα είναι :

$$\frac{\alpha + \beta}{2} = \frac{(+5) + (+8)}{2} = \frac{13}{2} = 6,5$$

Δηλαδή, το σημείο Μ απέχει 6,5 μονάδες δεξιά από την αρχή Ο του άξονα.

β) Η θέση ενός σημείου Α επάνω στην ευθεία ορίζεται με έναν αριθμό που ονομάζεται τετμημένη του σημείου.

Συνεπώς, η τετμημένη του σημείου Μ (όπου Μ μέσο του ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ) θα είναι :

$$\frac{\alpha + \beta}{2} = \frac{(-4) + (-13)}{2} = \frac{-17}{2} = -8,5$$

Δηλαδή, το σημείο Μ απέχει 8,5 μονάδες αριστερά από την αρχή Ο του άξονα.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 3 – Λύση

Θετικοί λέγονται οι αριθμοί που έχουν μπροστά το πρόσημο «+». Αρνητικοί λέγονται οι αριθμοί που έχουν μπροστά το πρόσημο «-». Το 0 δεν είναι ούτε θετικός, ούτε αρνητικός αριθμός, οπότε και δεν παίρνει κανένα πρόσημο.

Επομένως,

Θετικοί είναι οι: $+4$, 2 , $\frac{3}{5}$

Αρνητικοί είναι οι: -5 , -3 , -7

Το 0 δεν είναι ούτε θετικός, ούτε αρνητικός αριθμός, οπότε και δεν παίρνει κανένα πρόσημο.

Άσκηση 4 – Λύση

α) $+0,57$ m

β) -195 ευρώ

γ) -12 m

Άσκηση 5 – Λύση

Ομόσημοι λέγονται οι αριθμοί που έχουν το ίδιο πρόσημο. Ετερόσημοι λέγονται οι αριθμοί που έχουν διαφορετικό πρόσημο.

Έχουμε λοιπόν,

α) ομόσημοι

β) ομόσημοι

γ) ομόσημοι

δ) ούτε ομόσημοι ούτε ετερόσημοι αφού το 0 δεν έχει πρόσημο (δεν είναι ούτε θετικός ούτε αρνητικός)

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

ε) ετερόσημοι

στ) ομόσημοι

Άσκηση 6 - Λύση

α) Η θέση ενός σημείου A επάνω στην ευθεία ορίζεται με έναν αριθμό που ονομάζεται τετμημένη του σημείου.

Συνεπώς, η τετμημένη του σημείου N (όπου N μέσο του ευθύγραμμου τμήματος AB) θα είναι :

$$\frac{\kappa + \lambda}{2} = \frac{(+3) + (+9)}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

Δηλαδή, το σημείο N απέχει 6 μονάδες δεξιά από την αρχή O του άξονα.

β) Η θέση ενός σημείου A επάνω στην ευθεία ορίζεται με έναν αριθμό που ονομάζεται τετμημένη του σημείου.

Συνεπώς, η τετμημένη του σημείου N (όπου N μέσο του ευθύγραμμου τμήματος AB) θα είναι :

$$\frac{\kappa + \lambda}{2} = \frac{(-3) + (-5)}{2} = \frac{-8}{2} = -4$$

Δηλαδή, το σημείο N απέχει 4 μονάδες αριστερά από την αρχή O του άξονα.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

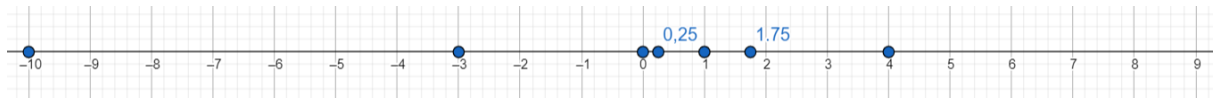
Άσκηση 7 - Λύση

Η θέση ενός σημείου Α επάνω στην ευθεία ορίζεται με έναν αριθμό που ονομάζεται τετμημένη του σημείου.

Έχουμε:

- $\frac{1}{4} = 0,25$
- $\frac{7}{4} = 1,75$

Οπότε τοποθετούμε τους αριθμούς στον άξονα όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα.



Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Σολωμού 29 Αθήνα τηλ: 210 38 22 157 info@arnos.gr www.arnos.gr

7.2. Απόλυτη τιμή ρητού - Αντίθετοι ρητοί - Σύγκριση ρητών

Ερωτήσεις Κατανόησης

Ερώτηση Κατανόησης 1 - Απάντηση

α. Σωστό

Η απόλυτη τιμή θετικού αριθμού, είναι ο ίδιος θετικός αριθμός. Η απόλυτη τιμή αρνητικού αριθμού, είναι ο αντίθετος του αριθμού που βρίσκεται μέσα στην απόλυτη τιμή.

Έχουμε, λοιπόν,

- $|19| = 19$
- $|-19| = -(-19) = 19$

Δηλαδή, οι αριθμοί 19 και -19 έχουν την ίδια απόλυτη τιμή.

β. Λάθος

Οι αντίθετοι αριθμοί, οι οποίοι είναι ετερόσημοι, έχουν την ίδια απόλυτη τιμή.

γ. Σωστό

Αντίθετοι ονομάζονται δύο αριθμοί που είναι ετερόσημοι και έχουν την ίδια απόλυτη τιμή.

δ. Σωστό

Οι φυσικοί αριθμοί είναι όλοι οι θετικοί ακέραιοι.

ε. Σωστό

Οι αριθμοί Κ και Μ είναι αντίθετοι με βάση το σχήμα, αφού το σημείο Κ έχει τετμημένη +2 και το σημείο Μ έχει τετμημένη -2, οπότε έχουν την ίδια απόλυτη τιμή.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

στ. Λάθος

Το 0 είναι μεγαλύτερο από κάθε αρνητικό αριθμό. Στον άξονα δεξιά του 0 υπάρχουν οι θετικοί αριθμοί και αριστερά του 0 υπάρχουν οι αρνητικοί αριθμοί.

ζ. Λάθος

Η απόλυτη τιμή αρνητικού αριθμού, είναι ο αντίθετος του αριθμού που βρίσκεται μέσα στην απόλυτη τιμή.

η. Λάθος

Οι ακέραιοι που επαληθεύουν την σχέση $-2 \leq x < 2$ είναι οι $-2, -1, 0, 1$ οι οποίοι είναι 4 στο πλήθος.

Ερώτηση Κατανόησης 2 – Απάντηση

i. δ

$$x < |3| \text{ δηλαδή } x < 3$$

Από τους αριθμούς 2, 0, 1 και 3 παρατηρούμε πώς μόνο το 3 δεν ικανοποιεί την παραπάνω σχέση αφού $3 = 3$.

ii. α, δ

$$x > |4| \text{ δηλαδή } x > 4$$

Από του αριθμούς 8, 4, 0 και 4,5 παρατηρούμε πώς οι αριθμοί 0, 2,5 και 4 δεν ικανοποιούν την παραπάνω σχέση αφού $0 < 4$ και $4 = 4$.

iii. Μεγαλύτερος από δύο ρητούς αριθμούς είναι εκείνος που βρίσκεται δεξιότερα από τον άλλο πάνω στον άξονα. Δηλαδή, κάθε θετικός αριθμός είναι μεγαλύτερος από κάθε αρνητικό αριθμό. Το μηδέν είναι μικρότερο από κάθε θετικό αριθμό και μεγαλύτερο από κάθε αρνητικό αριθμό.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Ο μεγαλύτερος από δύο θετικούς αριθμούς είναι εκείνος που έχει τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή, δηλαδή αυτός που βρίσκεται δεξιότερα του άλλου στον άξονα των αριθμών.

Ο μεγαλύτερος από δύο αρνητικούς αριθμούς είναι εκείνος που έχει τη μικρότερη απόλυτη τιμή και είναι πάλι εκείνος που βρίσκεται δεξιότερα του άλλου στον άξονα των αριθμών.

Συνεπώς, έχουμε:

- $-3 > -5$
- $-3 < -5$
- $|-3| = -(-3) = 3$, διότι η απόλυτη τιμή αρνητικού αριθμού, είναι ο αντίθετος του αριθμού που βρίσκεται μέσα στην απόλυτη τιμή.

Ερώτηση Κατανόησης 3 – Απάντηση

α) Η απόλυτη τιμή ενός ρητού αριθμού a εκφράζει την απόσταση του σημείου με τετμημένη a από την αρχή 0 του άξονα.

β) Αντίθετοι αριθμοί ονομάζονται δύο αριθμοί που είναι ετερόσημοι και έχουν την ίδια απόλυτη τιμή.

Ερώτηση Κατανόησης 4 – Απάντηση

Όταν το θερμόμετρο «δείξει» $+2^{\circ}\text{C}$, τότε η θερμοκρασία είναι 2 βαθμούς πάνω από το 0.

Όταν το θερμόμετρο «δείξει» -3°C , τότε η θερμοκρασία είναι 3 βαθμούς κάτω από το 0.

Όταν το θερμόμετρο «δείξει» $+5^{\circ}\text{C}$, τότε η θερμοκρασία είναι 5 βαθμούς πάνω από το 0.

Όταν το θερμόμετρο «δείξει» -7°C , τότε η θερμοκρασία είναι 7 βαθμούς κάτω από το 0.

Όταν το θερμόμετρο «δείξει» 11°C , τότε η θερμοκρασία είναι 5 βαθμούς πάνω από το 0.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Ερώτηση Κατανόησης 5 - Απάντηση

Η απόλυτη τιμή θετικού αριθμού, είναι ο ίδιος θετικός αριθμός. Η απόλυτη τιμή αρνητικού αριθμού, είναι ο αντίθετος του αριθμού που βρίσκεται μέσα στην απόλυτη τιμή.

Ρητοί ονομάζονται όλοι οι αριθμοί που γνωρίζουμε μέχρι τώρα, δηλαδή οι φυσικοί, οι δεκαδικοί και οι αρνητικοί τους.

Έτσι, λοιπόν, έξι διαφορετικοί αρνητικοί ρητοί αριθμοί που έχουν απόλυτη τιμή μεγαλύτερη του 8 είναι οι ακόλουθοι:

- -9 αφού $|-9| = -(-9) = 9 > 8$
- -15 αφού $|-15| = -(-15) = 15 > 8$
- -27.000 αφού $|-27.000| = -(-27.000) = 27.000 > 8$
- $-32,5$ αφού $|-32,5| = -(-32,5) = 32,5 > 8$
- $-42,77$ αφού $|-42,77| = -(-42,77) = 42,77 > 8$
- $-\frac{90}{3}$ αφού $|\frac{-90}{3}| = -(\frac{-90}{3}) = \frac{90}{3} = 30 > 8$

Ερώτηση Κατανόησης 6 - Απάντηση

Αντίθετοι ονομάζονται δύο αριθμοί που είναι ετερόσημοι και έχουν την ίδια απόλυτη τιμή. Τον αντίθετο ενός αριθμού τον βρίσκουμε εύκολα, βάζοντας το πρόσημο "-" μπροστά από τον αριθμό. Επομένως, ο αντίθετος του:

- $+3,2$ είναι ο $-(+3,2) = -3,2$
- $-4,8$ είναι ο $-(-4,8) = 4,8$
- $+8,2$ είναι ο $-(+8,2) = -8,2$
- -9 είναι ο $-(-9) = 9$
- $+7$ είναι ο $-(+7) = -7$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Ερώτηση Κατανόησης 7 – Απάντηση

Μεγαλύτερος από δύο ρητούς αριθμούς είναι εκείνος που βρίσκεται δεξιότερα από τον άλλο πάνω στον άξονα. Δηλαδή, κάθε θετικός αριθμός είναι μεγαλύτερος από κάθε αρνητικό αριθμό. Το μηδέν είναι μικρότερο από κάθε θετικό αριθμό και μεγαλύτερο από κάθε αρνητικό αριθμό.

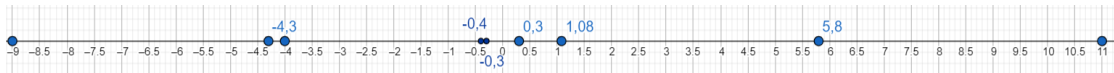
Ο μεγαλύτερος από δύο θετικούς αριθμούς είναι εκείνος που έχει τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή, δηλαδή αυτός που βρίσκεται δεξιότερα του άλλου στον άξονα των αριθμών.

Ο μεγαλύτερος από δύο αρνητικούς αριθμούς είναι εκείνος που έχει τη μικρότερη απόλυτη τιμή και είναι πάλι εκείνος που βρίσκεται δεξιότερα του άλλου στον άξονα των αριθμών.

Συνεπώς, έχουμε:

$$-9 < -4,3 < -4 < -0,4 < -0,3 < 0,3 < 1,08 < 5,8 < 8 < 11$$

Με βάση την παραπάνω σύγκριση οι προηγούμενοι αριθμοί βρίσκονται πάνω στον άξονα ως εξής:



Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Σολωμού 29 Αθήνα τηλ: 210 38 22 157 info@arnos.gr www.arnos.gr

Ερώτηση 8 – Απάντηση

α.

Μεγαλύτερος από δύο ρητούς αριθμούς είναι εκείνος που βρίσκεται δεξιότερα από τον άλλο πάνω στον άξονα. Δηλαδή, κάθε θετικός αριθμός είναι μεγαλύτερος από κάθε αρνητικό αριθμό. Το μηδέν είναι μικρότερο από κάθε θετικό αριθμό και μεγαλύτερο από κάθε αρνητικό αριθμό.

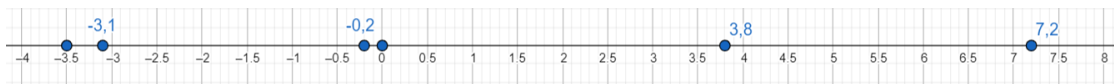
Ο μεγαλύτερος από δύο θετικούς αριθμούς είναι εκείνος που έχει τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή, δηλαδή αυτός που βρίσκεται δεξιότερα του άλλου στον άξονα των αριθμών.

Ο μεγαλύτερος από δύο αρνητικούς αριθμούς είναι εκείνος που έχει τη μικρότερη απόλυτη τιμή και είναι πάλι εκείνος που βρίσκεται δεξιότερα του άλλου στον άξονα των αριθμών.

Συνεπώς, έχουμε:

$$-3,5 < -3,1 < -0,2 < 0 < 3,8 < 7,2$$

Με βάση την παραπάνω σύγκριση οι προηγούμενοι αριθμοί βρίσκονται πάνω στον άξονα ως εξής:



β.

Η απόλυτη τιμή θετικού αριθμού, είναι ο ίδιος θετικός αριθμός. Η απόλυτη τιμή αρνητικού αριθμού, είναι ο αντίθετος του αριθμού που βρίσκεται μέσα στην απόλυτη τιμή.

Έχουμε, λοιπόν,

- $|-3,5| = -(-3,5) = 3,5$
- $|-3,1| = -(-3,1) = 3,1$
- $|-0,2| = -(-0,2) = 0,2$
- $|0| = 0$
- $|3,8| = 3,8$
- $|7,2| = 7,2$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Ασκήσεις για Διδασκαλία

Άσκηση 1 - Λύση

Η απόλυτη τιμή θετικού αριθμού, είναι ο ίδιος θετικός αριθμός. Η απόλυτη τιμή αρνητικού αριθμού, είναι ο αντίθετος του αριθμού που βρίσκεται μέσα στην απόλυτη τιμή.

Έχουμε, λοιπόν,

- i. $|17| = 17$
- ii. $|-5| = -(-5) = 5$
- iii. $|3,4| = 3,4$
- iv. $|-3,15| = -(-3,15) = 3,15$
- v. $|-0,7| = -(-0,7) = 0,7$

Άσκηση 2 - Λύση

Αντίθετοι ονομάζονται δύο αριθμοί που είναι ετερόσημοι και έχουν την ίδια απόλυτη τιμή. Τον αντίθετο ενός αριθμού τον βρίσκουμε εύκολα, βάζοντας το πρόσημο "-" μπροστά από τον αριθμό.

Επομένως, ο αντίθετος του:

- i. 5,333 είναι ο $-5,333$
- ii. -3 είναι ο $-(-3) = 3$
- iii. 5,7 είναι ο $-5,7$
- iv. -12 είναι ο $-(-12) = 12$
- v. $-6,3$ είναι ο $-(-6,3) = 6,3$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 3 – Λύση

Μεγαλύτερος από δύο ρητούς αριθμούς είναι εκείνος που βρίσκεται δεξιότερα από τον άλλο πάνω στον άξονα. Δηλαδή, κάθε θετικός αριθμός είναι μεγαλύτερος από κάθε αρνητικό αριθμό. Το μηδέν είναι μικρότερο από κάθε θετικό αριθμό και μεγαλύτερο από κάθε αρνητικό αριθμό.

Ο μεγαλύτερος από δύο θετικούς αριθμούς είναι εκείνος που έχει τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή, δηλαδή αυτός που βρίσκεται δεξιότερα του άλλου στον άξονα των αριθμών.

Ο μεγαλύτερος από δύο αρνητικούς αριθμούς είναι εκείνος που έχει τη μικρότερη απόλυτη τιμή και είναι πάλι εκείνος που βρίσκεται δεξιότερα του άλλου στον άξονα των αριθμών.

Συνεπώς, έχουμε:

$$-5,8 < -5,25 < -2,3 < 2,3 < 4$$

Άσκηση 4 – Λύση

Ο μεγαλύτερος από δύο θετικούς αριθμούς είναι εκείνος που έχει τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή, δηλαδή αυτός που βρίσκεται δεξιότερα του άλλου στον άξονα των αριθμών.

Ο μεγαλύτερος από δύο αρνητικούς αριθμούς είναι εκείνος που έχει τη μικρότερη απόλυτη τιμή και είναι πάλι εκείνος που βρίσκεται δεξιότερα του άλλου στον άξονα των αριθμών.

Συνεπώς, έχουμε:

α) $-12 < -6$

ζ) $4 > 0$

β) $-5 > -8$

η) $5 > 1,5$

γ) $-6 < 2$

θ) $7 > -7$

δ) $-5 < 3$

ι) $2 = 2$

ε) $0 > -3$

κ) $3 > -2$

στ) $-4 < 0$

λ) $8 = 8$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 5 – Λύση

Η απόλυτη τιμή θετικού αριθμού, είναι ο ίδιος θετικός αριθμός. Η απόλυτη τιμή αρνητικού αριθμού, είναι ο αντίθετος του αριθμού που βρίσκεται μέσα στην απόλυτη τιμή.

Έχουμε, λοιπόν,

α) Αν $|x| = 7$ τότε $x = 7$ ή $x = -7$.

β) Αν $|x| = 0,4$ τότε $x = 0,4$ ή $x = -0,4$.

γ) Αν $|x| = 0,6$ τότε $x = 0,6$ ή $x = -0,6$.

δ) Αν $|x| = 0$ τότε $x = 0$.

Άσκηση 6 – Λύση

Η απόλυτη τιμή ενός ρητού αριθμού a εκφράζει την απόσταση του σημείου με τετμημένη a από την αρχή O του άξονα και συμβολίζεται με $|a|$. Έτσι λοιπόν, έχουμε:

Για τον αριθμό $-3,27$ η απόσταση του σημείου που αντιστοιχεί στην αρχή του άξονα είναι:

$$|-3,27| = -(-3,27) = 3,27$$

Για τον αριθμό $+4,67$ η απόσταση του σημείου που αντιστοιχεί στην αρχή του άξονα είναι:

$$|+4,67| = 4,67.$$

Για τον αριθμό $-5,23$ η απόσταση του σημείου που αντιστοιχεί στην αρχή του άξονα είναι:

$$|-5,23| = -(-5,23) = 5,23.$$

Για τον αριθμό 0 η απόσταση του σημείου που αντιστοιχεί στην αρχή του άξονα είναι:

$$|0| = 0.$$

Για τον αριθμό $+9,31$ η απόσταση του σημείου που αντιστοιχεί στην αρχή του άξονα είναι:

$$|+9,31| = 9,31.$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 7 - Λύση

α) Σωστό

Κάθε θετικός αριθμός είναι μεγαλύτερος από κάθε αρνητικό αριθμό.

β) Σωστό

Ο μεγαλύτερος από δύο αρνητικούς αριθμούς είναι εκείνος που έχει τη μικρότερη απόλυτη τιμή και είναι πάλι εκείνος που βρίσκεται δεξιότερα του άλλου στον άξονα των αριθμών.

γ) Λάθος

Στην ανισότητα $3,9 < x < 7,3$ οι ακέραιες τιμές του x μπορεί να είναι 4, 5, 6, 7 δηλαδή 4 σε πλήθος ακέραιες τιμές.

δ) Λάθος

Στην ανισότητα $-4 \leq x \leq +4$ οι ακέραιες τιμές του x μπορεί να είναι $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$ δηλαδή 9 σε πλήθος ακέραιες τιμές.

ε) Λάθος

Αντίθετοι ονομάζονται δύο αριθμοί που είναι ετερόσημοι και έχουν την ίδια απόλυτη τιμή.

Άσκηση 8 - Λύση

Η απόλυτη τιμή ενός ρητού αριθμού a εκφράζει την απόσταση του σημείου με τετμημένη a από την αρχή O του άξονα και συμβολίζεται με $|a|$. Η απόλυτη τιμή θετικού αριθμού, είναι ο ίδιος θετικός αριθμός. Η απόλυτη τιμή αρνητικού αριθμού, είναι ο αντίθετος του αριθμού που βρίσκεται μέσα στην απόλυτη τιμή.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Συνεπώς, έχουμε:

- a. Οι αριθμοί που έχουν απόλυτη τιμή 17 είναι οι εξής: 17 και -17 .
αφού
- $|17| = 17$
 - $|-17| = -(-17) = 17$
- b. Οι αριθμοί που έχουν απόλυτη τιμή 23 είναι οι εξής: 23 και -23 .
αφού
- $|23| = 23$
 - $|-23| = -(-23) = 23$
- c. Ο αριθμός που έχει απόλυτη τιμή 0 είναι το 0.
αφού
- $|0| = 0$
- d. Οι αριθμοί που έχουν απόλυτη τιμή 27,2 είναι οι εξής: 27,2 και $-27,2$.
αφού
- $|27,2| = 27,2$
 - $|-27,2| = -(-27,2) = 27,2$
- e. Οι αριθμοί που έχουν απόλυτη τιμή 5,31 είναι οι εξής: 5,31 και $-5,31$.
αφού
- $|5,31| = 5,31$
 - $|-5,31| = -(-5,31) = 5,31$
- f. Οι αριθμοί που έχουν απόλυτη τιμή 8,34 είναι οι εξής: 8,34 και $-8,34$.
αφού
- $|8,34| = 8,34$
 - $|-8,34| = -(-8,34) = 8,34$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 9 – Λύση

Τα σημεία A και B είναι αντίθετοι αριθμοί, δηλαδή είναι δύο αριθμοί που είναι ετερόσημοι και έχουν την ίδια απόλυτη τιμή. Γνωρίζουμε πως η απόλυτη τιμή ενός ρητού αριθμού α εκφράζει την απόσταση του σημείου με τετμημένη α από την αρχή O του άξονα. Αν λοιπόν, η απόσταση των A και B είναι ίση με 30 μονάδες τότε συμπεραίνουμε πως ο καθένας τους απέχει από την αρχή του άξονα $\frac{30}{2} = 15$ μονάδες.

Έτσι, λοιπόν, οι αριθμοί A και B είναι οι εξής: 15 και -15.

Άσκηση 10 – Λύση

α) Οι αριθμοί οι οποίοι είναι μεγαλύτεροι από το -8 και μικρότεροι από το -4 ικανοποιούν τη σχέση:

$-8 < x < -4$ όπου το x είναι ρητός αριθμός, δηλαδή μπορεί να είναι οποιοσδήποτε αριθμός που γνωρίζουμε μέχρι τώρα, δηλαδή φυσικός, δεκαδικός και ο αρνητικός τους.

Οπότε πέντε ρητοί που ικανοποιούν την προηγούμενη σχέση είναι οι εξής:

$$-7, -6, -6,7, -5, -5,2 .$$

α) Οι αριθμοί οι οποίοι είναι μεγαλύτεροι από το -2,2 και μικρότεροι από το -2,1 ικανοποιούν τη σχέση:

$-2,2 < x < -2,1$ όπου το x είναι ρητός αριθμός, δηλαδή μπορεί να είναι οποιοσδήποτε αριθμός που γνωρίζουμε μέχρι τώρα, δηλαδή φυσικός, δεκαδικός και ο αρνητικός τους.

Οπότε πέντε ρητοί που ικανοποιούν την προηγούμενη σχέση είναι οι εξής:

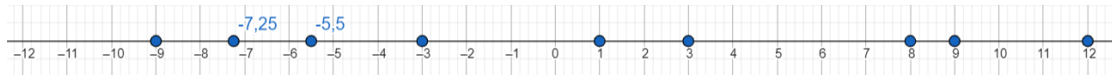
$$-2,19, -2,11, -2,17, -2,16, -2,15 .$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Ασκήσεις για Μελέτη

Άσκηση 1 – Λύση

Η θέση ενός σημείου Α επάνω στην ευθεία ορίζεται με έναν αριθμό που ονομάζεται τετμημένη του σημείου.



Συμμετρικό σημείου Α ως προς κέντρο Ο, είναι το σημείο Α', με το οποίο συμπίπτει το Α, αν περιστραφεί περί το Ο κατά 180° . Οπότε, τα συμμετρικά σημεία από τα σημεία που δίνονται στην εκφώνηση είναι τα σημεία:

- -9 και 9
- -3 και 3

Άσκηση 2 – Λύση

α) Οι αριθμοί που έχουν απόλυτη τιμή 2 είναι οι εξής: 2 και -2 , αφού

- $|2| = 2$
- $|-2| = -(-2) = 2$

β) Η θέση ενός σημείου Α επάνω στην ευθεία ορίζεται με έναν αριθμό που ονομάζεται τετμημένη του σημείου. Αν το σημείο Κ έχει τετμημένη -7 , τότε το σημείο Λ με αντίθετη τετμημένη θα είναι το σημείο με τετμημένη: $-(-7) = 7$, διότι αντίθετοι ονομάζονται δύο αριθμοί που είναι ετερόσημοι και έχουν την ίδια απόλυτη τιμή.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 3 – Λύση

Η απόλυτη τιμή θετικού αριθμού, είναι ο ίδιος θετικός αριθμός. Η απόλυτη τιμή αρνητικού αριθμού, είναι ο αντίθετος του αριθμού που βρίσκεται μέσα στην απόλυτη τιμή.

Έχουμε, λοιπόν,

$$\alpha) |+7,25| = 7,25$$

$$\beta) |-2,5| = -(-2,5) = 2,5$$

$$\gamma) |+16| = 16$$

$$\delta) |-20,05| = -(-20,05) = 20,05$$

$$\epsilon) |-58| = -(-58) = 58$$

Άσκηση 4 – Λύση

Η απόλυτη τιμή ενός ρητού αριθμού a εκφράζει την απόσταση του σημείου με τετμημένη a από την αρχή O του άξονα και συμβολίζεται με $|a|$. Η απόλυτη τιμή θετικού αριθμού, είναι ο ίδιος θετικός αριθμός. Η απόλυτη τιμή αρνητικού αριθμού, είναι ο αντίθετος του αριθμού που βρίσκεται μέσα στην απόλυτη τιμή. Συνεπώς, έχουμε:

α) Οι αριθμοί που έχουν απόλυτη τιμή 100 είναι οι 100 και -100 , αφού:

- $|100| = 100$
- $|-100| = -(-100) = 100$

β) Οι αριθμοί που έχουν απόλυτη τιμή 21,7 είναι οι 21,7 και $-21,7$ αφού:

- $|21,7| = 21,7$
- $|-21,7| = -(-21,7) = 21,7$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

γ) Ο αριθμός που έχει απόλυτη τιμή 0 είναι το 0, αφού $|0| = 0$

δ) Οι αριθμοί που έχουν απόλυτη τιμή 7,03 είναι οι 7,03 και $-7,03$, αφού:

- $|7,03| = 7,03$
- $|-7,03| = -(-7,03) = 7,03$

ε) Οι αριθμοί που έχουν απόλυτη τιμή 5,2 είναι οι 5,2 και $-5,2$, αφού:

- $|5,2| = 5,2$
- $|-5,2| = -(-5,2) = 5,2$

Άσκηση 5 - Λύση

- Για τον αριθμό 1 έχουμε:

Αντίθετος του 1: -1

Απόλυτη τιμή: $|1| = 1$

- Για τους αριθμούς που έχουν απόλυτη τιμή 2 έχουμε:

Οι αριθμοί που έχουν απόλυτη τιμή 2 είναι οι 2 και -2 , αφού:

- $|2| = 2$
- $|-2| = -(-2) = 2$

Αντίθετος του 2: -2

Αντίθετος του -2 : $-(-2) = 2$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

- Για τον αριθμό -19 έχουμε:

Αντίθετος του -19 : $-(-19) = 19$

Απόλυτη τιμή: $|-19| = -(-19) = 19$

- Για τον αριθμό που έχει αντίθετο το -8 έχουμε:

Αντίθετος του -8 : $-(-8) = 8$

Απόλυτη τιμή: $|8| = 8$

- Για τον αριθμό που έχει αντίθετο το 12 έχουμε:

Αντίθετος του 12 : -12

Απόλυτη τιμή: $|-12| = -(-12) = 12$

- Για τους αριθμούς που έχουν απόλυτη τιμή 7 έχουμε:

Οι αριθμοί που έχουν απόλυτη τιμή 7 είναι οι 7 και -7 , αφού:

- $|7| = 7$

- $|-7| = -(-7) = 7$

Αντίθετος του 7 : -7

Αντίθετος του -7 : $-(-7) = 7$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 6 – Λύση

Ο μεγαλύτερος από δύο θετικούς αριθμούς είναι εκείνος που έχει τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή, δηλαδή αυτός που βρίσκεται δεξιότερα του άλλου στον άξονα των αριθμών.

Ο μεγαλύτερος από δύο αρνητικούς αριθμούς είναι εκείνος που έχει τη μικρότερη απόλυτη τιμή και είναι πάλι εκείνος που βρίσκεται δεξιότερα του άλλου στον άξονα των αριθμών.

Συνεπώς, έχουμε:

α) $+41 > +38$

ε) $7 > -8$

β) $9 < 11$

στ) $0 > -3$

γ) $-3 < -2$

ζ) $0 < +4$

δ) $-9 > -16$

Άσκηση 7 – Λύση

Ο μεγαλύτερος από δύο θετικούς αριθμούς είναι εκείνος που έχει τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή, δηλαδή αυτός που βρίσκεται δεξιότερα του άλλου στον άξονα των αριθμών.

Ο μεγαλύτερος από δύο αρνητικούς αριθμούς είναι εκείνος που έχει τη μικρότερη απόλυτη τιμή και είναι πάλι εκείνος που βρίσκεται δεξιότερα του άλλου στον άξονα των αριθμών.

Συνεπώς, έχουμε:

α) $-3 > -81$

β) $-4 < 12$

γ) $0 > -11$

δ) $+31 > 0$

ε) $-5 = -|-5|$ αφού $|-5| = -(-5) = 5$ οπότε $-|-5| = -5$

στ) $-5 = -(+5)$

ζ) $|+7| = |-7|$ αφού $|7| = 7$ και $|-7| = -(-7) = 7$

η) $-(-8) > -8$ αφού $-(-8) = 8$

θ) $+3 > -(+4)$ αφού $-(+4) = -4$

ι) $0 > -|-4|$ αφού $|-4| = -(-4) = 4$ οπότε $-|-4| = -4$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 8 – Λύση

- α) Οι ακέραιοι αριθμοί οι οποίοι ικανοποιούν τη σχέση $-12 < \alpha < -9$, δηλαδή οι ακέραιοι αριθμοί που είναι μεγαλύτεροι από το -12 και μικρότεροι από το -9 είναι οι $-11, -10$.
- β) Οι ακέραιοι αριθμοί οι οποίοι ικανοποιούν τη σχέση $-6 < \alpha < -4$, δηλαδή ο ακέραιος αριθμός που είναι μεγαλύτερος από το -6 και μικρότερος από το -4 είναι ο -5 .
- γ) Οι ακέραιοι αριθμοί οι οποίοι ικανοποιούν τη σχέση $-2 < \alpha < 7$, δηλαδή οι ακέραιοι αριθμοί που είναι μεγαλύτεροι από το -2 και μικρότεροι από το 7 είναι οι ακόλουθοι:

$$-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 .$$

Άσκηση 9 – Λύση

- α) Η απόλυτη τιμή ενός ρητού αριθμού α εκφράζει την απόσταση του σημείου με τετμημένη α από την αρχή O του άξονα και συμβολίζεται με $|\alpha|$. Οπότε η απόσταση του σημείου A με τετμημένη -3 από την αρχή O του άξονα $x'x$ είναι:

$$|-3| = -(-3) = 3 .$$

- β) Η απόλυτη τιμή αρνητικού αριθμού, είναι ο αντίθετος του αριθμού που βρίσκεται μέσα στην απόλυτη τιμή, οπότε:

$$|-3| = -(-3) = 3$$

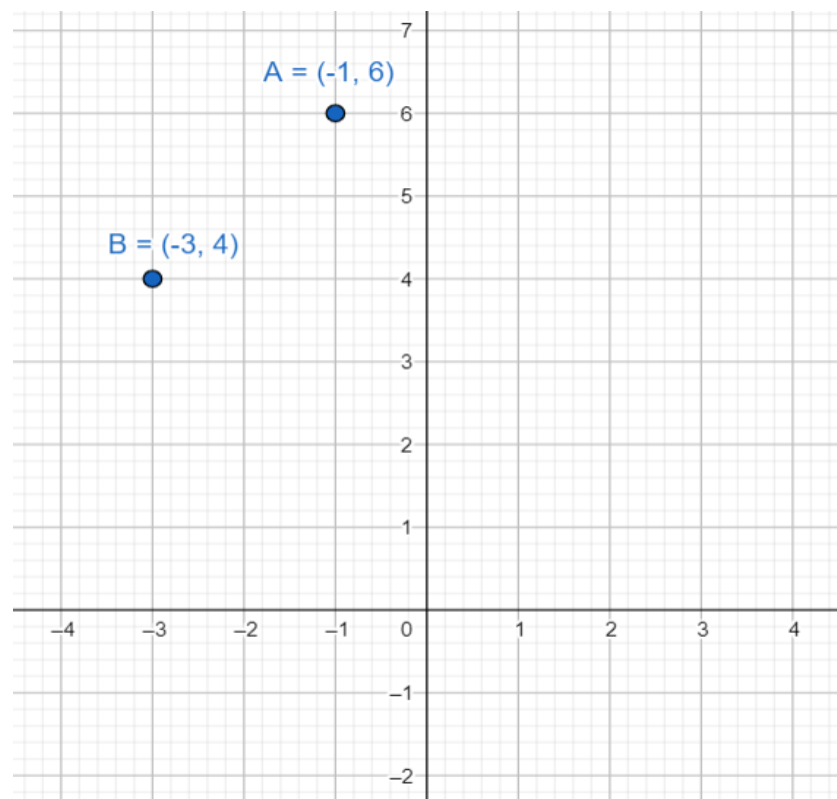
Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 10 - Λύση

Τοποθετούμε το σημείο $B(-3,4)$ στο σύστημα των αξόνων.

1^η περίπτωση:

Ένα σημείο, έστω A έχει από το B απόσταση 2 μονάδων πάνω και δεξιά, δηλαδή το σημείο A έχει συντεταγμένες $A(-1,6)$. Παρατηρούμε τα σημεία στο σχήμα που ακολουθεί:

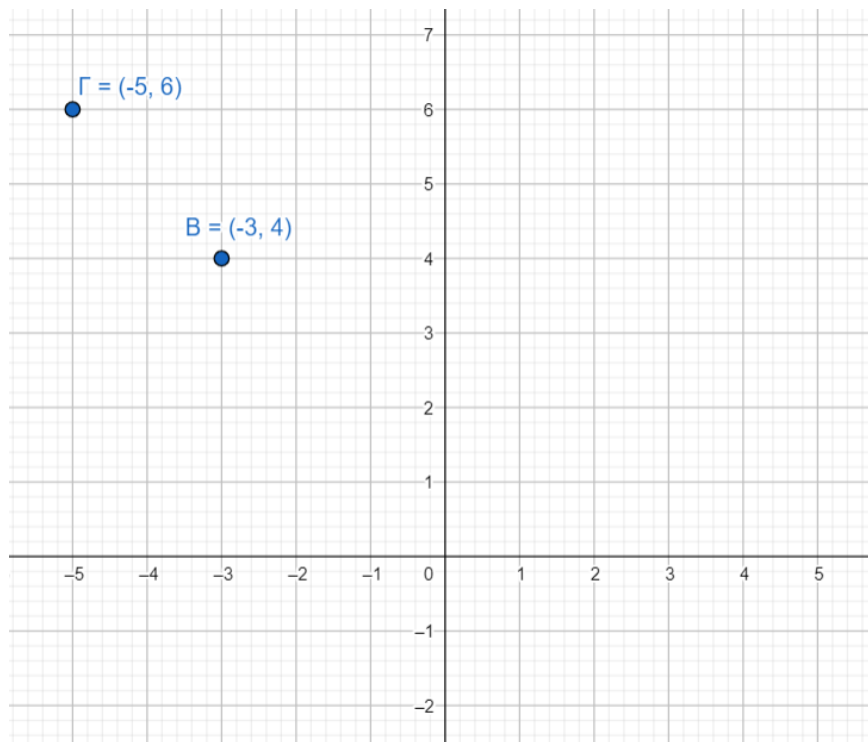


Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

2^η περίπτωση:

Ένα σημείο, έστω Γ έχει από το Β απόσταση 2 μονάδων πάνω και αριστερά, δηλαδή το σημείο Γ έχει συντεταγμένες $\Gamma(-5,6)$.

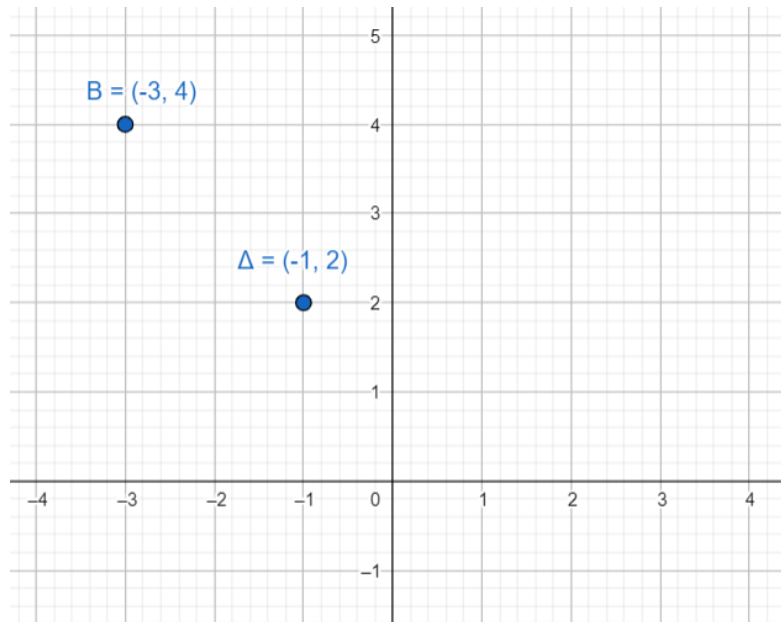
Παρατηρούμε τα σημεία στο σχήμα που ακολουθεί:



Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

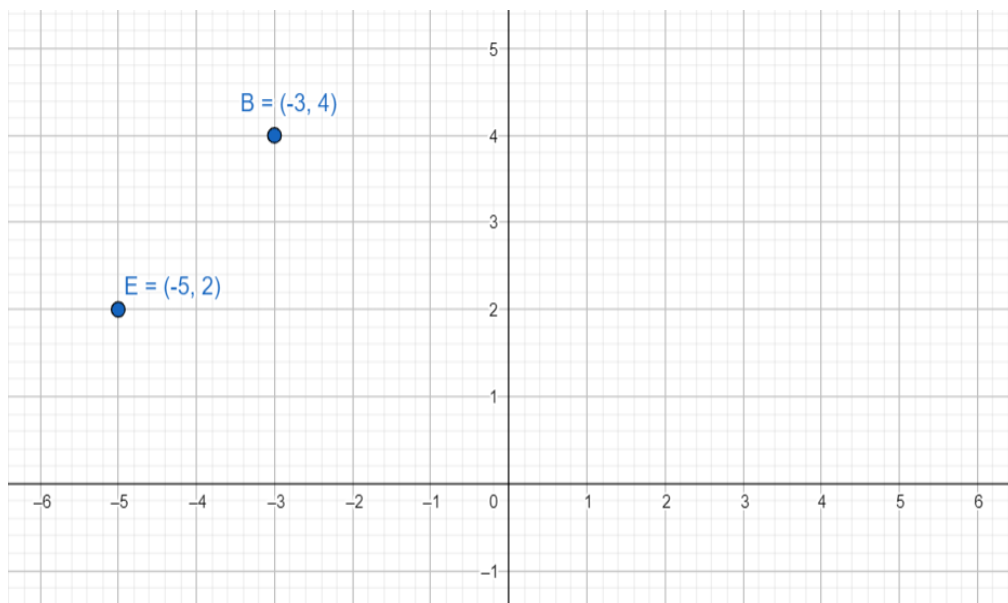
3^η περίπτωση:

Ένα σημείο, έστω Δ έχει από το Β απόσταση 2 μονάδων κάτω και δεξιά, δηλαδή το σημείο Δ έχει συντεταγμένες $\Delta(-1,2)$. Παρατηρούμε τα σημεία στο σχήμα που ακολουθεί:



4^η περίπτωση:

Ένα σημείο, έστω Ε έχει από το Β απόσταση 2 μονάδων κάτω και αριστερά, δηλαδή το σημείο Ε έχει συντεταγμένες $E(-5,2)$. Παρατηρούμε τα σημεία στο σχήμα που ακολουθεί:



Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

7.3. – 7.4. Πρόσθεση και Αφαίρεση ρητών αριθμών

Ερωτήσεις Κατανόησης

Ερώτηση Κατανόησης 1 – Απάντηση

α) Λάθος

Ας δώσουμε ένα αντιπαράδειγμα. Προσθέτοντας τους αριθμούς -3 και 1 το αποτέλεσμα είναι: $-3 + 1 = -2$. Όμως, $-2 < 1$, δηλαδή σε αυτή την περίπτωση το αποτέλεσμα είναι μικρότερο από τον ένα προσθετέο.

β) Λάθος

Ας δώσουμε ένα αντιπαράδειγμα. Προσθέτοντας τους αριθμούς -3 και 2 το αποτέλεσμα είναι: $-3 + 2 = -1$, δηλαδή το αποτέλεσμα είναι αρνητικός αριθμός ενώ οι προσθετέοι δεν είναι και οι δύο αρνητικοί.

γ) Σωστό

$$\alpha + \beta = 0$$

$$\alpha = -\beta$$

Αντίθετοι ονομάζονται δύο αριθμοί που είναι ετερόσημοι και έχουν την ίδια απόλυτη τιμή.

δ) Σωστό

Θετικοί ρητοί είναι οι ρητοί αριθμοί που είναι μεγαλύτεροι από το 0. Αν προσθέσουμε δύο αριθμούς μεγαλύτερους του 0, τότε το αποτέλεσμα θα είναι σίγουρα θετικός αριθμός.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

ε) Λάθος

Στους ρητούς αριθμούς η αφαίρεση μετατρέπεται σε πρόσθεση, οπότε το αποτέλεσμα μπορεί να δηλώνει και αύξηση και μείωση.

στ) Σωστό

$$x + (-4) = 2$$

$$x - 4 = 2$$

$$x = 2 + 4 = 6$$

ζ) Λάθος

$$|+4| + |4| = 4 + 4 = 8$$

Ερώτηση Κατανόησης 2 - Απάντηση

α) Σωστό

β) Λάθος

Ας δώσουμε ένα αντιπαράδειγμα. Αφαιρώντας τους αριθμούς -7 και -1 το αποτέλεσμα είναι: $-7 - (-1) = -7 + 1 = -6$, δηλαδή το αποτέλεσμα είναι αρνητικός αριθμός.

γ) Λάθος

Ας δώσουμε ένα αντιπαράδειγμα. Αφαιρώντας τους αριθμούς 7 και 9 το αποτέλεσμα είναι: $7 - 9 = -2$, δηλαδή το αποτέλεσμα είναι αρνητικός αριθμός ενώ οι αριθμοί είναι και οι δύο θετικοί.

δ) Σωστό

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Ερώτηση Κατανόησης 3 – Απάντηση

Ακολουθώντας την προτεραιότητα των πράξεων και γνωρίζοντας ότι:

- Για να προσθέσουμε δύο ομόσημους ρητούς αριθμούς, προσθέτουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο άθροισμα βάζουμε το πρόσημό τους.
- Για να προσθέσουμε δύο ετερόσημους ρητούς αριθμούς, αφαιρούμε από τη μεγαλύτερη τη μικρότερη απόλυτη τιμή και στη διαφορά βάζουμε το πρόσημο του ρητού με τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή.
- Για να αφαιρέσουμε από τον αριθμό α τον αριθμό β, προσθέτουμε στον α τον αντίθετο του β.

Έχουμε:

$$A = (-8) + (+6) - (-8) + (-6) - (+7) + (+3)$$

$$= -8 + 6 + 8 - 6 - 7 + 3$$

$$= -2 + 8 - 6 - 7 + 3 = 6 - 6 - 7 + 3 = -7 + 3 = -4$$

Ερώτηση Κατανόησης 4 – Απάντηση

Ακολουθώντας την προτεραιότητα των πράξεων και γνωρίζοντας ότι:

- Για να προσθέσουμε δύο ομόσημους ρητούς αριθμούς, προσθέτουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο άθροισμα βάζουμε το πρόσημό τους.
- Για να προσθέσουμε δύο ετερόσημους ρητούς αριθμούς, αφαιρούμε από τη μεγαλύτερη τη μικρότερη απόλυτη τιμή και στη διαφορά βάζουμε το πρόσημο του ρητού με τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή.
- Για να αφαιρέσουμε από τον αριθμό α τον αριθμό β, προσθέτουμε στον α τον αντίθετο του β.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Έχουμε:

$$A = (-8) + (+6) - (-4) + (-2) - (+7) + (+3)$$

$$= -8 + 6 + 4 - 2 - 7 + 3$$

$$= -2 + 4 - 2 - 7 + 3$$

$$= 2 - 2 - 7 + 3 = 0 - 7 + 3 = -7 + 3 = -4$$

Ερώτηση Κατανόησης 5 - Απάντηση

α)

$$\alpha + \beta = 0$$

$$\alpha = -\beta$$

Οι αριθμοί α , β είναι αντίθετοι, δηλαδή είναι δύο αριθμοί που είναι ετερόσημοι και έχουν την ίδια απόλυτη τιμή.

β)

$$\alpha + \beta = \alpha$$

$$\beta = \alpha - \alpha = 0$$

Ο αριθμός α είναι πραγματικός αριθμός και ο αριθμός β είναι 0.

γ)

- $\alpha + \beta = 0 \Rightarrow \alpha = -\beta$
- $\alpha + \beta = \alpha \Rightarrow \beta = \alpha - \alpha \Rightarrow \beta = 0$

Άρα, $\alpha = \beta = 0$.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Ερώτηση Κατανόησης 6 - Απάντηση

α) $(+1) + (+4) = 1 + 4 = 5^{\circ}\text{C}$

β) $(-1) - (+2) = -1 - 2 = -3^{\circ}\text{C}$

γ) $(-2) + (+5) = -2 + 5 = 3^{\circ}\text{C}$

δ) $(+5) - (+7) = +5 - 7 = -2^{\circ}\text{C}$

δ) $(-3) - (+3) = -3 - 3 = -6^{\circ}\text{C}$

Ερώτηση Κατανόησης 7 - Απάντηση

α) Λάθος

Ας δώσουμε ένα αντιπαράδειγμα. Προσθέτοντας τους αριθμούς -2 και -7 το αποτέλεσμα είναι: $(-2) + (-7) = -2 - 7 = -9$, δηλαδή το αποτέλεσμα είναι αρνητικός αριθμός που σημαίνει ελάττωση.

β) Λάθος

Ας δώσουμε ένα αντιπαράδειγμα. Προσθέτοντας τους αριθμούς -7 και 5 το αποτέλεσμα είναι: $(-7) + (+5) = -7 + 5 = -2$, δηλαδή το αποτέλεσμα είναι αρνητικός αριθμός ενώ οι προσθετέοι δεν είναι και οι δύο αρνητικοί.

γ) Σωστό

$$\alpha + \beta = 0$$

$$\alpha = -\beta$$

Αντίθετοι ονομάζονται δύο αριθμοί που είναι ετερόσημοι και έχουν την ίδια απόλυτη τιμή.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

δ) Λάθος

Θετικοί ρητοί είναι οι ρητοί αριθμοί που είναι μεγαλύτεροι από το 0. Αν προσθέσουμε δύο αριθμούς μεγαλύτερους του 0, τότε το αποτέλεσμα θα είναι σίγουρα θετικός αριθμός.

ε) Σωστό

Έστω ένας αριθμός a . Ο αντίθετος του είναι ο αριθμός $-a$. Προσθέτοντας τους δύο αυτούς αριθμούς έχουμε: $a + (-a) = a - a = 0$.

Ερώτηση Κατανόησης 8 – Απάντηση

- Για να προσθέσουμε δύο ομόσημους ρητούς αριθμούς, προσθέτουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο άθροισμα βάζουμε το πρόσημό τους.
- Για να προσθέσουμε δύο ετερόσημους ρητούς αριθμούς, αφαιρούμε από τη μεγαλύτερη τη μικρότερη απόλυτη τιμή και στη διαφορά βάζουμε το πρόσημο του ρητού με τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή.

Έχουμε:

1^η γραμμή του πίνακα:

- $(-5) + (+4) = -5 + 4 = -1$
- $(-5) + (-8) = -5 - 8 = -13$
- $(-5) + (-11) = -5 - 11 = -16$
- $(-5) + (+17) = -5 + 17 = 12$

2^η γραμμή του πίνακα:

- $(+9) + (+4) = 9 + 4 = 13$
- $(+9) + (-8) = 9 - 8 = 1$
- $(+9) + (-11) = 9 - 11 = -2$
- $(+9) + (+17) = 9 + 17 = 26$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

3^η γραμμή του πίνακα:

- $(-4) + (+4) = -4 + 4 = 0$
- $(-4) + (-8) = -4 - 8 = -12$
- $(-4) + (-11) = -4 - 11 = -15$
- $(-4) + (+17) = -4 + 17 = 13$

4^η γραμμή του πίνακα:

- $(-21) + (+4) = -21 + 4 = -17$
- $(-21) + (-8) = -21 - 8 = -29$
- $(-21) + (-11) = -21 - 11 = -32$
- $(-21) + (+17) = -21 + 17 = -4$

Ερώτηση Κατανόησης 9 - Απάντηση

α) Λάθος

Στους ρητούς αριθμούς η αφαίρεση μετατρέπεται σε πρόσθεση, οπότε το αποτέλεσμα μπορεί να δηλώνει και αύξηση και μείωση.

β) Λάθος

Ας δώσουμε ένα αντιπαράδειγμα. Αφαιρώντας τους αριθμούς 7 και 9 το αποτέλεσμα είναι: $7 - 9 = -2$, δηλαδή το αποτέλεσμα είναι αρνητικός αριθμός ενώ οι αριθμοί είναι και οι δύο θετικοί.

γ) Λάθος

Η αντιμεταθετική ιδιότητα ισχύει μόνο στην πρόσθεση: $\alpha + \beta = \beta + \alpha$.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

δ) Λάθος

$$\begin{aligned}6 - (+8) + (+5) + (-3) + (2) + (-1) \\&= 6 - 8 + 5 - 3 + 2 - 1 \\&= -2 + 5 - 3 + 2 - 1 \\&= 3 - 3 + 2 - 1 = 0 + 2 - 1 = 1\end{aligned}$$

ε) Σωστό

$$\begin{aligned}x + (-3) &= -2 \\x - 3 &= -2 \\x &= -2 + 3 = 1\end{aligned}$$

στ) Λάθος

$$\begin{aligned}x + (-2) &= +5 \\x - 2 &= +5 \\x &= 5 + 2 = 7\end{aligned}$$

και

$$\begin{aligned}x - (+7) &= -10 + (+5) \\x - 7 &= -10 + 5 \\x - 7 &= -5 \\x &= -5 + 7 = 2\end{aligned}$$

Άρα, οι δύο εξισώσεις δεν έχουν την ίδια λύση.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

ζ) Σωστό

$$x - (-2) = -8 + (+7) - (-4)$$

$$x + 2 = -8 + 7 + 4$$

$$x + 2 = 3$$

$$x = 3 - 2 = 1$$

Ερώτηση Κατανόησης 10 – Απάντηση

- Για να προσθέσουμε δύο ομόσημους ρητούς αριθμούς, προσθέτουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο άθροισμα βάζουμε το πρόσημό τους.
- Για να προσθέσουμε δύο ετερόσημους ρητούς αριθμούς, αφαιρούμε από τη μεγαλύτερη τη μικρότερη απόλυτη τιμή και στη διαφορά βάζουμε το πρόσημο του ρητού με τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή.
- Για να αφαιρέσουμε από τον αριθμό α τον αριθμό β , προσθέτουμε στον α τον αντίθετο του β .

Έχουμε:

- 1^η γραμμή του πίνακα:
 - $\alpha = +3$
 - $\alpha + \beta = -5$

$$\text{Άρα, } (+3) + \beta = -5 \quad \text{ή} \quad 3 + \beta = -5 \quad \text{ή} \quad \beta = -5 - 3 = -8$$

$$\text{Οπότε, } \alpha - \beta = (+3) - (-8) = 3 + 8 = 11.$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

- 2^η γραμμή του πίνακα:

- $\beta = -8$
- $\alpha + \beta = +10$

Άρα, $\alpha + (-8) = +10$ ή $\alpha - 8 = 10$ ή $\alpha = 10 + 8$ ή $\alpha = 18$

Οπότε, $\alpha - \beta = 18 - (-8) = 18 + 8 = 26$.

- 3^η γραμμή του πίνακα:

- $\alpha = -2$
- $\beta = -5$

Άρα,

$$\alpha + \beta = (-2) + (-5) = -2 - 5 = -7$$

$$\alpha - \beta = (-2) - (-5) = -2 + 5 = 3.$$

- 4^η γραμμή του πίνακα:

- $\alpha = -9$
- $\alpha + \beta = +6$

Άρα, $(-9) + \beta = 6$ ή $-9 + \beta = 6$ ή $\beta = 6 + 9$ ή $\beta = 15$

Οπότε, $\alpha - \beta = (-9) - (+15) = -9 - 15 = -24$.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Ερώτηση Κατανόησης 11 – Απάντηση

Αντίθετοι ονομάζονται δύο αριθμοί που είναι ετερόσημοι και έχουν την ίδια απόλυτη τιμή.

Δύο αριθμοί λέγονται αντίστροφοι όταν το γινόμενό τους ισούται με 1.

Η απόλυτη τιμή θετικού αριθμού, είναι ο ίδιος θετικός αριθμός. Η απόλυτη τιμή αρνητικού αριθμού, είναι ο αντίθετος του αριθμού που βρίσκεται μέσα στην απόλυτη τιμή.

Με βάση τα παραπάνω, ο πίνακας συμπληρώνεται ως εξής:

ΑΡΙΘΜΟΣ	ΑΝΤΙΘΕΤΟΣ	ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΟΣ	ΑΠΟΛΥΤΗ ΤΙΜΗ
-5	5	$-\frac{1}{5}$	5
$\frac{5}{7}$	$\frac{5}{7}$	$-\frac{5}{5}$	$\frac{5}{7}$
0,3	-0,3	$\frac{1}{0,3} = \frac{10}{3}$	0,3
$-\frac{1}{13}$	$\frac{1}{13}$	-13	$\frac{1}{13}$
-4 ή 4	4 ή -4	$-\frac{1}{4}$ ή $\frac{1}{4}$	4
$3\frac{2}{7} = 3 + \frac{2}{7} = \frac{21}{7}$	$-\frac{23}{7}$	$\frac{7}{23}$	$\frac{23}{7}$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Ερώτηση Κατανόησης 12 – Απάντηση

Μεγαλύτερος από δύο ρητούς αριθμούς είναι εκείνος που βρίσκεται δεξιότερα από τον άλλο πάνω στον άξονα. Δηλαδή, κάθε θετικός αριθμός είναι μεγαλύτερος από κάθε αρνητικό αριθμό. Το μηδέν είναι μικρότερο από κάθε θετικό αριθμό και μεγαλύτερο από κάθε αρνητικό αριθμό.

Ο μεγαλύτερος από δύο θετικούς αριθμούς είναι εκείνος που έχει τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή, δηλαδή αυτός που βρίσκεται δεξιότερα του άλλου στον άξονα των αριθμών.

Ο μεγαλύτερος από δύο αρνητικούς αριθμούς είναι εκείνος που έχει τη μικρότερη απόλυτη τιμή και είναι πάλι εκείνος που βρίσκεται δεξιότερα του άλλου στον άξονα των αριθμών.

α)

- $-4 - (-2) = -4 + 2 = -2$
- $4 + 2 = 6$

Επειδή $-2 < 6$, ισχύει τελικά ότι: $-4 - (-2) < 4 + 2$.

β)

- $\frac{2}{3} - 1 = \frac{2}{3} - \frac{3}{3} = -\frac{1}{3}$
- $1 - \frac{2}{3} = \frac{3}{3} - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

Επειδή $-\frac{1}{3} < \frac{1}{3}$, ισχύει τελικά ότι: $\frac{2}{3} - 1 < 1 - \frac{2}{3}$.

γ)

- $3 + 5 = 8$
- $5 + 3 = 8$

Επειδή $8 = 8$, ισχύει τελικά ότι: $3 + 5 = 5 + 3$.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

δ)

- $4 - 8 = -4$
- $8 - 4 = 4$

Επειδή $-4 < 4$, ισχύει τελικά ότι: $4 - 8 < 8 - 4$.

ε)

- $0,5 + (-0,5) = 0,5 - 0,5 = 0$
- $-0,5 + 0,5 = 0$

Επειδή $0 = 0$, ισχύει τελικά ότι: $0,5 + (-0,5) = -0,5 + 0,5$.

στ)

- $|-3| - (-3) = 3 + 3 = 6$
- 0

Επειδή $6 > 0$, ισχύει τελικά ότι: $|-3| - (-3) > 0$.

η)

- $|5| - |-8| = 5 + 8 = 13$
- $4 - 6 = -2$

Επειδή $13 > -2$, ισχύει τελικά ότι: $|5| - |-8| > 4 - 6$.

θ)

- $-1 + 9 = 8$
- $7 - (-2) = 7 + 2 = 9$

Επειδή $8 < 9$, ισχύει τελικά ότι: $-1 + 9 < 7 - (-2)$.**Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!**

ι)

- $-|-8| + 4 = -8 + 4 = -4$
- $3 - (-6) = 3 + 6 = 9$

Επειδή $-4 < 9$, ισχύει τελικά ότι: $-|-8| + 4 < 3 - (-6)$.

Ερώτηση Κατανόησης 13 – Απάντηση

α) Λάθος

Φυσικοί αριθμοί είναι οι θετικοί ακέραιοι.

β) Λάθος

Αντίθετοι ονομάζονται δύο αριθμοί που είναι ετερόσημοι και έχουν την ίδια απόλυτη τιμή.

γ) Λάθος

Το άθροισμα δύο αντίθετων αριθμών είναι 0.

δ) Λάθος

Οι αριθμοί με το ίδιο πρόσημο λέγονται ομόσημοι.

ε) Λάθος

Το άθροισμα δύο αντίθετων αριθμών είναι 0.

Δύο αριθμοί λέγονται αντίστροφοι όταν το γινόμενο τους ισούται με 1.

στ) Λάθος

Ας δώσουμε ένα αντιπαράδειγμα. Αφαιρώντας τους αριθμούς -2 και -7 το αποτέλεσμα είναι: $-2 - (-7) = -2 + 7 = 5$, δηλαδή το αποτέλεσμα είναι θετικός αριθμός.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

ζ) Σωστό

Θετικοί ρητοί είναι οι ρητοί αριθμοί που είναι μεγαλύτεροι από το 0. Αν προσθέσουμε δύο αριθμούς μεγαλύτερους του 0, τότε το αποτέλεσμα θα είναι σίγουρα θετικός αριθμός.

η) Λάθος

Ο μεγαλύτερος από δύο αρνητικούς αριθμούς είναι εκείνος που έχει τη μικρότερη απόλυτη τιμή και είναι πάλι εκείνος που βρίσκεται δεξιότερα του άλλου στον άξονα των αριθμών.

ι) Σωστό

Ο μεγαλύτερος από δύο θετικούς αριθμούς είναι εκείνος που έχει τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή, δηλαδή αυτός που βρίσκεται δεξιότερα του άλλου στον άξονα των αριθμών.

κ) Σωστό

$$-3 - (-2 + |-1|) = -3 - (-2 + 1) = -3 - (-1) = -3 + 1 = -2$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Ασκήσεις για Διδασκαλία**Άσκηση 1 - Λύση**

- i. $(+5) + (+7) = 5 + 7 = 12$
- ii. $(-8) + (-6) = -8 - 6 = -14$
- iii. $(+6) + (-4) = 6 - 4 = 2$
- iv. $(-9) + (+5) = -9 + 5 = -4$
- v. $(+15) + (-15) = 15 - 15 = 0$
- vi. $(-17) + 0 = -17 + 0 = -17$
- vii. $0 + (+15) = 0 + 15 = 15$
- viii. $13 + (-14) = 13 - 14 = -1$
- ix. $12 + (-16) = 12 - 16 = -4$

Άσκηση 2 - Λύση

- i. $(-6,35) + (-5,45) = -6,35 - 5,45 = -11,8$
- ii. $(+14,25) + (-9,46) = 14,25 - 9,46 = 4,79$
- iii. $(+8,66) + (-9,30) = 8,66 - 9,30 = -0,64$
- iv. $(+13,95) + (+0,64) = 13,95 + 0,64 = 14,59$
- v. $(-3,25) + (-2,75) = -3,25 - 2,75 = -6$
- vi. $(+8,45) + (-3,25) = 8,45 - 3,25 = 5,2$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 3 - Λύση

i.
$$\left(+\frac{3}{4}\right) + \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4} + \frac{2}{4} = \frac{5}{4}$$

ii. Μετατρέπουμε τους μεικτούς αριθμούς σε κλάσματα και έπειτα κάνουμε τη πρόσθεση.

Έχουμε:

$$\bullet 7\frac{1}{2} = 7 + \frac{1}{2} = \frac{14}{2} + \frac{1}{2} = \frac{15}{2}$$

$$\bullet 3\frac{1}{4} = 3 + \frac{1}{4} = \frac{12}{4} + \frac{1}{4} = \frac{13}{4}$$

Οπότε:

$$\left(+7\frac{1}{2}\right) + \left(-3\frac{1}{4}\right) = \left(+\frac{15}{2}\right) + \left(-\frac{13}{4}\right) = \frac{15}{2} - \frac{13}{4} = \frac{30}{4} - \frac{13}{4} = \frac{17}{4}$$

iii.
$$\left(-\frac{5}{8}\right) + \left(-\frac{3}{4}\right) = -\frac{5}{8} - \frac{3}{4} = -\frac{5}{8} - \frac{6}{8} = -\frac{11}{8}$$

iv. Μετατρέπουμε τους μεικτούς αριθμούς σε κλάσματα και έπειτα κάνουμε τη πρόσθεση.

Έχουμε:

$$\bullet 2\frac{1}{5} = 2 + \frac{1}{5} = \frac{10}{5} + \frac{1}{5} = \frac{11}{5}$$

$$\bullet 4\frac{1}{4} = 4 + \frac{1}{4} = \frac{16}{4} + \frac{1}{4} = \frac{17}{4}$$

Οπότε:

$$\left(-2\frac{1}{5}\right) + \left(-4\frac{1}{4}\right) = \left(-\frac{11}{5}\right) + \left(-\frac{17}{4}\right) = -\frac{11}{5} - \frac{17}{4} = -\frac{44}{20} - \frac{85}{20} = -\frac{129}{20}$$

v.
$$\left(+\frac{3}{5}\right) + \left(-\frac{5}{6}\right) = \frac{3}{5} - \frac{5}{6} = \frac{18}{30} - \frac{25}{30} = -\frac{7}{30}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

vi. Μετατρέπουμε τους μεικτούς αριθμούς σε κλάσματα και έπειτα κάνουμε τη πρόσθεση.

Έχουμε:

$$\bullet 5\frac{1}{3} = 5 + \frac{1}{3} = \frac{15}{3} + \frac{1}{3} = \frac{16}{3}$$

$$\bullet 7\frac{1}{2} = 7 + \frac{1}{2} = \frac{14}{2} + \frac{1}{2} = \frac{15}{2}$$

Οπότε:

$$\left(+5\frac{1}{3}\right) + \left(+7\frac{1}{2}\right) = \left(+\frac{16}{3}\right) + \left(+\frac{15}{2}\right) = \frac{16}{3} + \frac{15}{2} = \frac{32}{6} + \frac{45}{6} = \frac{77}{6}$$

vii. $\left(-\frac{7}{10}\right) + \left(+\frac{3}{4}\right) = -\frac{7}{10} + \frac{3}{4} = -\frac{14}{20} + \frac{15}{20} = \frac{1}{20}$

viii. Μετατρέπουμε τους μεικτούς αριθμούς σε κλάσματα και έπειτα κάνουμε τη πρόσθεση.

Έχουμε:

$$\bullet 8\frac{1}{2} = 8 + \frac{1}{2} = \frac{16}{2} + \frac{1}{2} = \frac{17}{2}$$

$$\bullet 5\frac{2}{3} = 5 + \frac{2}{3} = \frac{15}{3} + \frac{2}{3} = \frac{17}{3}$$

Οπότε:

$$\left(-8\frac{1}{2}\right) + \left(+5\frac{2}{3}\right) = \left(-\frac{17}{2}\right) + \left(+\frac{17}{3}\right) = -\frac{17}{2} + \frac{17}{3} = -\frac{51}{6} + \frac{34}{6} = -\frac{17}{6}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 4 - Λύση

Έχουμε $x = \alpha + \beta$ οπότε:

i. Για $\alpha = +3$ και $\beta = -12$ προκύπτει:

$$x = (+3) + (-12) = 3 - 12 = -9$$

ii. Για $\alpha = -9$ και $\beta = -64$ προκύπτει:

$$x = (-9) + (-64) = -9 - 64 = -73$$

iii. Για $\alpha = 0$ και $\beta = -17$ προκύπτει:

$$x = 0 + (-17) = 0 - 17 = -17$$

iv. Για $\alpha = +15$ και $\beta = 24$ προκύπτει:

$$x = (+15) + 24 = 15 + 24 = 39$$

Άσκηση 5 - Λύση

i. $(+4) + (-5) + (+8) + (-7) + (-8) + (-9)$

$$= 4 - 5 + 8 - 7 - 8 - 9$$

$$= -1 + 8 - 7 - 8 - 9$$

$$= 7 - 7 - 8 - 9 = 0 - 8 - 9 = -17$$

ii. $(+8) + (-12) + (+25) + (-70) + (+60) + (-10)$

$$= 8 - 12 + 25 - 70 + 60 - 10$$

$$= -4 + 25 - 70 + 60 - 10$$

$$= 21 - 70 + 60 - 10 = -49 + 60 - 10 = 11 - 10 = 1$$

iii. $(-15) + (-20) + (-30) + (+40) + (+65) + (-12)$

$$= -15 - 20 - 30 + 40 + 65 - 12 = -35 - 30 + 40 + 65 - 12$$

$$= -65 + 40 + 65 - 12 = -25 + 65 - 12 = 40 - 12 = 28$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

$$\begin{aligned} \text{iv. } & \left(-\frac{13}{4}\right) + \frac{2}{5} + \left(-5\frac{1}{6}\right) \\ &= -\frac{13}{4} + \frac{2}{5} + \left[-\left(5 + \frac{1}{6}\right)\right] \\ &= -\frac{13}{4} + \frac{2}{5} + \left[-\left(\frac{30}{6} + \frac{1}{6}\right)\right] \\ &= -\frac{13}{4} + \frac{2}{5} + \left(-\frac{31}{6}\right) = -\frac{13}{4} + \frac{2}{5} - \frac{31}{6} \\ &= -\frac{65}{20} + \frac{8}{20} - \frac{31}{6} = -\frac{57}{20} - \frac{31}{6} \\ &= -\frac{171}{60} - \frac{310}{60} = -\frac{481}{60} \end{aligned}$$

Άσκηση 6 - Λύση

Έχουμε $x = \alpha + \beta + \gamma + \delta$ οπότε:

i. Για $\alpha = -2$, $\beta = +8$, $\gamma = -7$ και δ προκύπτει:

$$\begin{aligned} x &= (-2) + (-8) + (-7) + \delta \\ &= -2 + 8 - 7 + \delta = 6 - 7 + \delta = -1 + \delta \end{aligned}$$

ii. Για $\alpha = +24$, $\beta = -3,5$, $\gamma = -4,25$ και $\delta = -5,60$ προκύπτει:

$$\begin{aligned} x &= (+24) + (-3,5) + (-4,25) + (-5,60) \\ &= 24 - 3,5 - 4,25 - 5,60 \\ &= 20,5 - 4,25 - 5,60 = 16,25 - 5,60 = 10,65 \end{aligned}$$

iii. Για $\alpha = -\frac{2}{3}$, $\beta = \frac{4}{5}$, $\gamma = -\frac{1}{2}$ και $\delta = \frac{3}{4}$ προκύπτει:

$$\begin{aligned} x &= \left(-\frac{2}{3}\right) + \left(\frac{4}{5}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{3}{4}\right) = -\frac{2}{3} + \frac{4}{5} - \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \\ &= -\frac{40}{60} + \frac{48}{60} - \frac{30}{60} + \frac{45}{60} = \frac{8}{60} - \frac{30}{60} + \frac{45}{60} = \frac{-22}{60} + \frac{45}{60} = \frac{23}{60} \end{aligned}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 7 - Λύση

- i. $[(+3) + (+7)] + [(-5) + (+8) + (-12)]$
 $= (3 + 7) + (-5 + 8 - 12)$
 $= 10 + (3 - 12)$
 $= 10 + (-9) = 10 - 9 = 1$
- ii. $[(-9) + (+10)] + (-11) + [(-17) + (-11) + (+35)]$
 $= (-9 + 10) - 11 + (-17 - 11 + 35)$
 $= 1 - 11 + (-28 + 35)$
 $= 1 - 11 + 7 = -10 + 7 = -3$
- iii. $[(+5) + (-7)] + [(-9) + (+14)] + [(-9) + (+18) + (-20)]$
 $= (5 - 7) + (-9 + 14) + (-9 + 18 - 20)$
 $= (-2) + (+5) + (9 - 20)$
 $= (-2) + (+5) + (-11) = 3 - 11 = -8$

Άσκηση 8 - Λύση

- i. $(+4) + (-9) + (-5) + (+8) + (+5) + (+4) + (-1)$
 $= 4 - 9 - 5 + 8 + 5 + 4 - 1$
 $= -5 + 5 + 8 + 5 + 4 - 1$
 $= -10 + 8 + 5 + 4 - 1$
 $= -2 + 5 + 4 - 1 = 3 + 4 - 1 = 7 - 1 = 6$
- ii. $(-2) + (-8) + (+6) + (-7) + (-4) + (+3) + (+9)$
 $= -2 - 8 + 6 - 7 - 4 + 3 + 9 = -10 + 6 - 7 - 4 + 3 + 9$
 $= -4 - 7 - 4 + 3 + 9 = -11 - 4 + 3 + 9 = -15 + 3 + 9 = -12 + 9 = -3$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

$$\begin{aligned} \text{iii. } & (+2,6) + (+4,5) + (-8,6) + (-5) + (+9,75) \\ & = 2,6 + 4,5 - 8,6 - 5 + 9,75 \\ & = 7,1 - 8,6 - 5 + 9,75 = -1,5 + 9,75 = 8,25 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{iv. } & \left(-\frac{13}{4}\right) + \frac{2}{5} + \left(-5\frac{1}{6}\right) + 4 \\ & = -\frac{13}{4} + \frac{2}{5} - 5\frac{1}{6} + 4 \\ & = -\frac{13}{4} + \frac{2}{5} - \left(5 + \frac{1}{6}\right) + 4 \\ & = -\frac{13}{4} + \frac{2}{5} - \left(\frac{30}{6} + \frac{1}{6}\right) + 4 \\ & = -\frac{13}{4} + \frac{2}{5} - \frac{31}{6} + 4 \\ & = -\frac{195}{60} + \frac{24}{60} - \frac{310}{60} + \frac{240}{60} \\ & = -\frac{171}{60} - \frac{310}{60} + \frac{240}{60} = -\frac{481}{60} + \frac{240}{60} = -\frac{241}{60} \end{aligned}$$

Άσκηση 9 - Λύση

- i. $(+5) - (+7) = 5 - 7 = -2$
- ii. $(-8) - (-6) = -8 + 6 = -2$
- iii. $(+6) - (-4) = 6 + 4 = 10$
- iv. $(-9) - (+5) = -9 - 5 = -14$
- v. $(+15) - (-15) = 15 + 15 = 30$
- vi. $(-17) - 0 = -17 - 0 = -17$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

- vii. $0 - (+15) = 0 - 15 = -15$
- viii. $13 - (-14) = 13 + 14 = 27$
- ix. $12 - (-16) = 12 + 16 = 28$

Άσκηση 10 - Λύση

- i. $(-6,35) - (-5,45) = -6,35 + 5,45 = -0,9$
- ii. $(+14,25) - (-9,46) = 14,25 + 9,46 = 23,71$
- iii. $(+8,66) - (-9,30) = 8,66 + 9,30 = 17,96$
- iv. $(+13,95) - (+0,64) = 13,95 - 0,64 = 13,31$
- v. $(-3,25) - (-2,75) = -3,25 + 2,75 = -0,5$
- vi. $(+8,45) - (-3,25) = 8,45 + 3,25 = 11,7$

Άσκηση 11 - Λύση

- i. $\left(+\frac{3}{4}\right) - \left(+\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{3}{4} - \frac{2}{4} = \frac{1}{4}$
- ii. Μετατρέπουμε τους μεικτούς αριθμούς σε κλάσματα και έπειτα κάνουμε τη πρόσθεση.

Έχουμε:

- $7\frac{1}{2} = 7 + \frac{1}{2} = \frac{14}{2} + \frac{1}{2} = \frac{15}{2}$
- $3\frac{1}{4} = 3 + \frac{1}{4} = \frac{12}{4} + \frac{1}{4} = \frac{13}{4}$

Οπότε:

$$\left(+7\frac{1}{2}\right) - \left(-3\frac{1}{4}\right) = \left(+\frac{15}{2}\right) - \left(-\frac{13}{4}\right) = \frac{15}{2} + \frac{13}{4} = \frac{30}{4} + \frac{13}{4} = \frac{43}{4}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

$$\text{iii. } \left(-\frac{5}{8}\right) - \left(-\frac{3}{4}\right) = -\frac{5}{8} + \frac{3}{4} = -\frac{5}{8} + \frac{6}{8} = \frac{1}{8}$$

iv. Μετατρέπουμε τους μεικτούς αριθμούς σε κλάσματα και έπειτα κάνουμε τη πρόσθεση.

Έχουμε:

- $2\frac{1}{5} = 2 + \frac{1}{5} = \frac{10}{5} + \frac{1}{5} = \frac{11}{5}$
- $4\frac{1}{4} = 4 + \frac{1}{4} = \frac{16}{4} + \frac{1}{4} = \frac{17}{4}$

Οπότε:

$$\left(-2\frac{1}{5}\right) - \left(-4\frac{1}{4}\right) = \left(-\frac{11}{5}\right) - \left(-\frac{17}{4}\right) = -\frac{11}{5} + \frac{17}{4} = -\frac{44}{20} + \frac{85}{20} = \frac{41}{20}$$

$$\text{v. } \left(+\frac{3}{5}\right) - \left(-\frac{5}{6}\right) = \frac{3}{5} + \frac{5}{6} = \frac{18}{30} + \frac{25}{30} = \frac{43}{30}$$

vi. Μετατρέπουμε τους μεικτούς αριθμούς σε κλάσματα και έπειτα κάνουμε τη πρόσθεση.

Έχουμε:

- $5\frac{1}{3} = 5 + \frac{1}{3} = \frac{15}{3} + \frac{1}{3} = \frac{16}{3}$
- $7\frac{1}{2} = 7 + \frac{1}{2} = \frac{14}{2} + \frac{1}{2} = \frac{15}{2}$

Οπότε:

$$\left(+5\frac{1}{3}\right) - \left(+7\frac{1}{2}\right) = \left(+\frac{16}{3}\right) - \left(+\frac{15}{2}\right) = \frac{16}{3} - \frac{15}{2} = \frac{32}{6} - \frac{45}{6} = -\frac{13}{6}$$

$$\text{vii. } \left(-\frac{7}{10}\right) - \left(+\frac{3}{4}\right) = -\frac{7}{10} - \frac{3}{4} = -\frac{14}{20} - \frac{15}{20} = -\frac{29}{20}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

viii. Μετατρέπουμε τους μεικτούς αριθμούς σε κλάσματα και έπειτα κάνουμε τη πρόσθεση.

Έχουμε:

$$\bullet \quad 8\frac{1}{2} = 8 + \frac{1}{2} = \frac{16}{2} + \frac{1}{2} = \frac{17}{2}$$

$$\bullet \quad 5\frac{2}{3} = 5 + \frac{2}{3} = \frac{15}{3} + \frac{2}{3} = \frac{17}{3}$$

Οπότε:

$$\left(-8\frac{1}{2}\right) - \left(+5\frac{2}{3}\right) = \left(-\frac{17}{2}\right) - \left(+\frac{17}{3}\right) = -\frac{17}{2} - \frac{17}{3} = -\frac{51}{6} - \frac{34}{6} = -\frac{85}{6}$$

Άσκηση 12 - Λύση

Έχουμε $x = \alpha - \beta$ οπότε:

i. Για $\alpha = +3$ και $\beta = -12$ προκύπτει:

$$x = (+3) - (-12) = 3 + 12 = 15$$

ii. Για $\alpha = -9$ και $\beta = -64$ προκύπτει:

$$x = (-9) - (-64) = -9 + 64 = 55$$

iii. Για $\alpha = 0$ και $\beta = -17$ προκύπτει:

$$x = 0 - (-17) = 0 + 17 = 17$$

iv. Για $\alpha = +15$ και $\beta = 24$ προκύπτει:

$$x = (+15) - 24 = 15 - 24 = -9$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 13 - Λύση

$$\begin{aligned} \text{i.} \quad & (+4) + (-5) - (+8) + (-7) - (-8) + (-9) \\ & = 4 - 5 - 8 - 7 + 8 - 9 \\ & = -1 - 8 - 7 + 8 - 9 \\ & = -9 - 7 + 8 - 9 \\ & = -16 + 8 - 9 = -8 - 9 = -17 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii.} \quad & (+8) - (-12) + (+25) - (-70) + (+60) - (-10) \\ & = 8 + 12 + 25 + 70 + 60 + 10 \\ & = 20 + 25 + 70 + 60 + 10 \\ & = 45 + 70 + 60 + 10 \\ & = 115 + 60 + 10 = 175 + 10 = 185 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{iii.} \quad & (-15) + (-20) - (-30) + (+40) - (+65) + (-12) \\ & = -15 - 20 + 30 + 40 - 65 - 12 \\ & = -35 + 30 + 40 - 65 - 12 \\ & = -5 + 40 - 65 - 12 \\ & = 35 - 65 - 12 = -30 - 12 = -42 \end{aligned}$$

Άσκηση 14 - Λύση

Έχουμε $x = \alpha - \beta + \gamma - \delta$ οπότε:

$$\begin{aligned} \text{i.} \quad & \text{Για } \alpha = -2, \beta = +8, \gamma = -7 \text{ και } \delta = -24 \text{ προκύπτει:} \\ & x = (-2) - (-8) + (-7) - (-24) \\ & = -2 - 8 - 7 + 24 \\ & = -10 - 7 + 24 = -17 + 24 = 7 \end{aligned}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

ii. Για $\alpha = +24$, $\beta = -3,5$, $\gamma = -4,25$ και $\delta = -5,60$ προκύπτει:

$$x = (+24) - (-3,5) + (-4,25) - (-5,60)$$

$$= 24 + 3,5 - 4,25 + 5,60$$

$$= 27,5 - 4,25 + 5,60 = 23,25 + 5,60 = 28,85$$

iii. Για $\alpha = -\frac{2}{3}$, $\beta = \frac{4}{5}$, $\gamma = -\frac{1}{2}$ και $\delta = \frac{3}{4}$ προκύπτει:

$$x = \left(-\frac{2}{3}\right) - \left(\frac{4}{5}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right) - \left(\frac{3}{4}\right)$$

$$= -\frac{2}{3} - \frac{4}{5} - \frac{1}{2} - \frac{3}{4}$$

$$= -\frac{40}{60} - \frac{48}{60} - \frac{30}{60} - \frac{45}{60}$$

$$= -\frac{88}{60} - \frac{30}{60} - \frac{45}{60} = -\frac{118}{60} - \frac{45}{60} = -\frac{163}{60}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Ασκήσεις για Μελέτη**Άσκηση 1 - Λύση**

- i. $(+4) + (-12) + (+2) + (-4) + (-7) + (-19)$
 $= 4 - 12 + 2 - 4 - 7 - 19$
 $= -8 + 2 - 4 - 7 - 19$
 $= -6 - 4 - 7 - 19$
 $= -10 - 7 - 19 = -17 - 19 = -36$
- ii. $(+18) + (-11) + (+21) + (-74) + (+67) + (-13)$
 $= 18 - 11 + 21 - 74 + 67 - 13$
 $= 7 + 21 - 74 + 67 - 13$
 $= 28 - 74 + 67 - 13 = -46 + 67 - 13 = 21 - 13 = 8$
- iii. $(-13) + (-27) + (-33) + (+45) + (+66) + (-13)$
 $= -13 - 27 - 33 + 45 + 66 - 13$
 $= -73 + 45 + 66 - 13$
 $= -28 + 66 - 13 = 38 - 13 = 25$
- iv. $\left(-\frac{13}{5}\right) + \frac{7}{5} + \left(-5\frac{1}{9}\right)$
 $= -\frac{13}{5} + \frac{7}{5} - 5\frac{1}{9}$
 $= -\frac{13}{5} + \frac{7}{5} - \left(5 + \frac{1}{9}\right)$
 $= -\frac{13}{5} + \frac{7}{5} - \left(\frac{45}{9} + \frac{1}{9}\right) = -\frac{13}{5} + \frac{7}{5} - \frac{46}{9}$
 $= -\frac{6}{5} - \frac{46}{9} = -\frac{54}{45} - \frac{230}{45} = -\frac{284}{45}$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 2 - Λύση

α) Η εμπορική κατάσταση του εμπόρου θα είναι:

$$7.500 - 450 - 1.245 - 565 + 85 + 795 + 925 \text{ ευρώ}$$

β)

$$7.500 - 450 - 1.245 - 565 + 85 + 795 + 925$$

$$= 7.050 - 1.245 - 565 + 85 + 795 + 925$$

$$= 5.805 - 565 + 85 + 795 + 925$$

$$= 5.240 + 85 + 795 + 925$$

$$= 5.325 + 795 + 925 = 6.120 + 925 = 7.045 \text{ ευρώ}$$

Το πρόσημο του αποτελέσματος είναι «+», (εδώ παραλείπεται).

Το θετικό πρόσημο σημαίνει ότι: ο έμπορος αφού δώσει αυτά που χρωστάει σε διάφορους και αφού λάβει τα χρήματα που το χρωστούν θα έχει στο ταμείο του 7.045 ευρώ.

Άσκηση 3 - Λύση

Το τελικό ύψος του αεροπλάνου θα είναι:

$$+2.100 - 1.200 + 760 - 600 = 900 + 760 - 600 = 1.660 - 600 = 1.060 \text{ μέτρα}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 4 - Λύση

- i. $100 + (-4 + 25 - 37)$
 $= 100 + (21 - 37)$
 $= 100 + (-16) = 84$
- ii. $(-4 + 12) + (-7 + 3 - 6)$
 $= (+8) + (-4 - 6)$
 $= (+8) + (-10) = 8 - 10 = -2$
- iii. $-5 + (7 - 38 + 12)$
 $= -5 + (-31 + 12)$
 $= -5 + (-19) = -5 - 19 = -24$
- iv. $(2 - 4 + 8) + (-9 - 7 + 10)$
 $= (-2 + 8) + (-16 + 10)$
 $= (+6) + (-6) = 6 - 6 = 0$

Άσκηση 5 - Λύση

- i. $x + (+3) = -13$
 $x + 3 = -13$
 $x = -13 - 3 = -16$
- ii. $(-5) - x = +3$
 $-5 - x = 3$
 $-x = 3 + 5$
 $-x = 8$
 $x = \frac{8}{-1} = -8$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

$$\begin{aligned} \text{iii.} \quad 3 - x &= +3\frac{1}{2} \\ 3 - x &= 3 + \frac{1}{2} \\ 3 - x &= \frac{6}{2} + \frac{1}{2} \\ 3 - x &= \frac{7}{2} \\ -x &= \frac{7}{2} - 3 \\ -x &= \frac{7}{2} - 3 \\ -x &= \frac{7}{2} - \frac{6}{2} = \frac{1}{2} \\ x &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

Άσκηση 6 - Λύση

Ο έμπορος θα έχει στο τέλος της ημέρας:

$$\begin{aligned} &1.200 + 430 - 50 + 158 + 420 - 245 + 475 \\ &= 1.630 - 50 + 158 + 420 - 245 + 475 \\ &= 1.580 + 158 + 420 - 245 + 475 \\ &= 1.738 + 420 - 245 + 475 \\ &= 2.158 - 245 + 475 = 1.913 + 475 = 2.388 \end{aligned}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 7 - Λύση

α)

1^{ος} τρόπος: Ακολουθούμε την προτεραιότητα των πράξεων, δηλαδή κάνουμε πράξεις μέσα στις παρενθέσεις και έπειτα εκτελούμε προσθέσεις και αφαιρέσεις από αριστερά προς δεξιά.

Έχουμε:

$$11 - (12 - 2) + (10 - 5) - (8 + 5)$$

$$= 11 - 10 + 5 - 13$$

$$= 1 + 5 - 13 = 6 - 13 = -7$$

2^{ος} τρόπος: Διαχωρίζουμε θετικούς και αρνητικούς και βρίσκουμε τα αποτελέσματα.

Έχουμε:

$$11 - (12 - 2) + (10 - 5) - (8 + 5)$$

$$= 11 - 10 + 5 - 13$$

$$= 11 + 5 - 10 - 13 = 16 - 23 = -7$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Σολωμού 29 Αθήνα τηλ: 210 38 22 157 info@arnos.gr www.arnos.gr

β)

1^{ος} τρόπος: Ακολουθούμε την προτεραιότητα των πράξεων, δηλαδή κάνουμε πράξεις μέσα στις παρενθέσεις και έπειτα εκτελούμε προσθέσεις και αφαιρέσεις από αριστερά προς δεξιά.

Έχουμε:

$$\begin{aligned} & -(13,7 - 2,6) + 14,8 - (-8,7 + 5) \\ &= -11,1 + 14,8 - (-3,7) \\ &= -11,1 + 14,8 + 3,7 = 3,7 + 3,7 = 7,4 \end{aligned}$$

2^{ος} τρόπος: Διαχωρίζουμε θετικούς και αρνητικούς και βρίσκουμε τα αποτελέσματα.

Έχουμε:

$$\begin{aligned} & -(13,7 - 2,6) + 14,8 - (-8,7 + 5) \\ &= -11,1 + 14,8 - (-3,7) \\ &= -11,1 + 14,8 + 3,7 = -11,1 + 18,5 = 7,4 \end{aligned}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Σολωμού 29 Αθήνα τηλ: 210 38 22 157 info@arnos.gr www.arnos.gr

β)

1^{ος} τρόπος: Ακολουθούμε την προτεραιότητα των πράξεων, δηλαδή κάνουμε πράξεις μέσα στις παρενθέσεις και έπειτα εκτελούμε προσθέσεις και αφαιρέσεις από αριστερά προς δεξιά.

Έχουμε:

$$\begin{aligned} & \left(-\frac{13}{5}\right) + \frac{7}{5} + \left(-5\frac{1}{9}\right) + 3,2 \\ &= -\frac{13}{5} + \frac{7}{5} - 5\frac{1}{9} + 3,2 \\ &= -\frac{13}{5} + \frac{7}{5} - \left(5 + \frac{1}{9}\right) + 3,2 \\ &= -\frac{13}{5} + \frac{7}{5} - \left(\frac{45}{9} + \frac{1}{9}\right) + 3,2 \\ &= -\frac{13}{5} + \frac{7}{5} - \frac{46}{9} + 3,2 \\ &= -\frac{6}{5} - \frac{46}{9} + 3,2 = -\frac{54}{45} - \frac{230}{45} + 3,2 \\ &= -\frac{285}{45} + \frac{144}{45} = -\frac{140}{45} = -\frac{28}{9} \end{aligned}$$

2^{ος} τρόπος: Διαχωρίζουμε θετικούς και αρνητικούς και βρίσκουμε τα αποτελέσματα.

Έχουμε:

$$\begin{aligned} & \left(-\frac{13}{5}\right) + \frac{7}{5} + \left(-5\frac{1}{9}\right) + 3,2 \\ &= -\frac{13}{5} + \frac{7}{5} - 5\frac{1}{9} + 3,2 \end{aligned}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

$$\begin{aligned} &= -\frac{13}{5} + \frac{7}{5} - \left(5 + \frac{1}{9}\right) + 3,2 \\ &= -\frac{13}{5} + \frac{7}{5} - \left(\frac{45}{9} + \frac{1}{9}\right) + 3,2 \\ &= -\frac{13}{5} + \frac{7}{5} - \frac{46}{9} + 3,2 \\ &= -\frac{13}{5} - \frac{46}{9} + \frac{7}{5} + 3,2 \\ &= -\frac{117}{45} - \frac{230}{45} + \frac{7}{5} + \frac{16}{5} \\ &= -\frac{347}{45} + \frac{23}{5} = -\frac{347}{45} + \frac{207}{45} \\ &= -\frac{140}{45} = -\frac{28}{9} \end{aligned}$$

Άσκηση 8 - Λύση

- 1^η στήλη:

$$x + y + z = 0$$

$$3,5 + (-1,5) + z = 0$$

$$3,5 - 1,5 + z = 0$$

$$2 + z = 0$$

$$z = -2$$

Άρα,

$$x - y - z = 3,5 - (-1,5) - (-2) = 3,5 + 1,5 + 2 = 5 + 2 = 7$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

- 2^η στήλη:

$$x - y - z = 0$$

$$x - 4,3 - (-2,3) = 0$$

$$x - 4,3 + 2,3 = 0$$

$$x - 2 = 0$$

$$x = 2$$

$$\text{Άρα: } x + y + z = 2 + 4,3 + (-2,3) = 2 + 4,3 - 2,3 = 6,3 - 2,3 = 4$$

- 3^η στήλη:

$$x + y + z = 0$$

$$1,89 + y + 3,11 = 0,92$$

$$y = 0,22 - 1,89 - 3,11$$

$$y = -1,67 - 3,11$$

$$y = -4,78$$

$$\text{Άρα: } x - y - z = 1,89 - (-4,78) - 3,11 = 1,89 + 4,78 - 3,11 = 6,67 - 3,11 = 3,56$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

- 4^η στήλη:

$$x + y + z = \frac{1}{2}$$

$$-\frac{1}{4} - \frac{1}{4} + z = \frac{1}{2}$$

$$-\frac{2}{4} + z = \frac{1}{2}$$

$$z = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$\text{Άρα: } x - y - z = -\frac{1}{4} - \left(-\frac{1}{4}\right) - 1 = -\frac{1}{4} + \frac{1}{4} - 1 = 0 - 1 = -1$$

Άσκηση 9 - Λύση

- 1^η γραμμή

$$\alpha - \beta = 7 - 3 = 4$$

$$\beta - \alpha = 3 - 7 = -4$$

- 2^η γραμμή

$$\blacksquare \alpha = 2\frac{3}{4} = 2 + \frac{3}{4} = \frac{8}{4} + \frac{3}{4} = \frac{11}{4}$$

$$\blacksquare \beta = 3\frac{1}{4} = 3 + \frac{1}{4} = \frac{12}{4} + \frac{1}{4} = \frac{13}{4}$$

$$\alpha - \beta = \frac{11}{4} - \frac{13}{4} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$\beta - \alpha = \frac{13}{4} - \frac{11}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

- 3^η γραμμή

$$\alpha - \beta = -5,55 - (-2,45) = -5,55 + 2,45 = -3,1$$

$$\beta - \alpha = -2,45 - (-5,55) = -2,45 + 5,55 = 3,1$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

- 4^η γραμμή

$$\alpha - \beta = 3 - (-2,1) = 3 + 2,1 = 5,1$$

$$\beta - \alpha = -2,1 - 3 = -5,1$$

Παρατηρούμε ότι ο αριθμός $\alpha - \beta$ είναι αντίθετος του $\beta - \alpha$.

Δηλαδή, $\alpha - \beta = -(\beta - \alpha)$ αφού:

$$(\alpha - \beta) + (\beta - \alpha) = \alpha - \beta + \beta - \alpha = \alpha - \alpha + \beta - \beta = 0 + 0 = 0.$$

Άσκηση 10 - Λύση

α)

$$\alpha = (+5,6) + (+8,7) + (-3,2) + (-6,9) + (+3,2) + (-7,4)$$

$$= 5,6 + 8,7 - 3,2 - 6,9 + 3,2 - 7,4$$

$$= 14,3 - 3,2 - 6,9 + 3,2 - 7,4$$

$$= 11,1 - 6,9 + 3,2 - 7,4$$

$$= 4,2 + 3,2 - 7,4 = 7,4 - 7,4 = 0$$

β)

$$\beta = (-1,8) + (+4,8) + (+9,7) + (-4,8) + (-3,4) + (+1,5)$$

$$= -1,8 + 4,8 + 9,7 - 4,8 - 3,4 + 1,5$$

$$= 3 + 9,7 - 4,8 - 3,4 + 1,5 = 12,7 - 4,8 - 3,4 + 1,5$$

$$= 7,9 - 3,4 + 1,5 = 4,5 + 1,5 = 6$$

Έχουμε $\alpha - \beta = 0 - 6 = -6$ δηλαδή το $\alpha = 0$ απέχει 6 μονάδες αριστερά του β .

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Επίσης, $|α| = 0$ και $|β| = |6| = 6$, δηλαδή το $β = 6$ έχει μεγαλύτερη απόλυτη τιμή αφού $6 > 0$.

Τέλος, $β - α = 6 - 0 = 6$ που είναι διαφορετικό αποτέλεσμα από το $α - β = -6$.

Συμπεραίνουμε ότι οι αριθμοί $α - β$ και $β - α$ είναι αντίθετοι, καθώς:

$$(α - β) + (β - α) = -6 + 6 = 0.$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Σολωμού 29 Αθήνα τηλ: 210 38 22 157 info@arnos.gr www.arnos.gr

7.5. Πολλαπλασιασμός ρητών αριθμών

Ερωτήσεις Κατανόησης

Ερώτηση Κατανόησης 1 – Απάντηση

- α) Το γινόμενο ενός θετικού και ενός αρνητικού ρητού είναι αρνητικός ρητός.
β) Το γινόμενο ενός αρνητικού και ενός αρνητικού ρητού είναι θετικός ρητός.
γ) Οι ρητοί αριθμοί α και β λέγονται αντίστροφοι, όταν είναι διάφοροι του μηδενός και το γινόμενό τους είναι ίσο με τη μονάδα.

Ερώτηση Κατανόησης 2 – Απάντηση

- α) Σωστό

Ο «εαυτός» του αριθμού είναι ομόσημος με τον ίδιο τον αριθμό. Για να πολλαπλασιάσουμε δύο ομόσημους αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε το πρόσημο "+".

- β) Σωστό

Για οποιοδήποτε αριθμό α ισχύει: $\alpha \cdot 0 = 0 \cdot \alpha = 0$.

- γ) Λάθος

$$x * (-3) = 3 \text{ \u0391\u03c1\u03b1 } x = \frac{3}{-3} = -1$$

- δ) Σωστό

Σύμφωνα με την αντιμεταθετική ιδιότητα μπορούμε να αλλάξουμε τη σειρά των παραγόντων ενός γινομένου.

Έξυπνα και εύκολα η Προετοιμασία!

ε) Σωστό

Η επιμεριστική ιδιότητα ισχύει ως προς την πρόσθεση και είναι:

$$\alpha * (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma .$$

στ) Λάθος

Δύο αριθμοί α και β λέγονται αντίστροφοι , όταν είναι διάφοροι του μηδενός και το γινόμενό τους ισούται με το 1. Ο καθένας από τους α και β είναι αντίστροφος του άλλου.

ζ) Λάθος

Αν $\alpha + \beta = 0$ προκύπτει $\alpha = -\beta$. Έχουμε: $\alpha \cdot \beta = (-\beta) \cdot \beta = -(\beta \cdot \beta) = -\beta^2$.

Όμως $\beta \neq 0$, οπότε $\beta^2 > 0$, άρα $-\beta^2 < 0$. Τελικά, $\alpha \cdot \beta < 0$.

Ερώτηση Κατανόησης 3 - Απάντηση

α) Έστω δύο αριθμοί α και β με $\beta \neq 0$. Αν $\frac{\alpha}{\beta} = 1$ τότε προκύπτει $\alpha = \beta$.

β) Έστω δύο αριθμοί α και β με $\beta \neq 0$. Αν $\frac{\alpha}{\beta} = -1$ τότε προκύπτει $\alpha = -\beta$, δηλαδή οι αριθμοί α και β είναι αντίθετοι.

γ) Έστω δύο αριθμοί α και β με $\beta \neq 0$. Αν $\frac{\alpha}{\beta} = 0$ τότε προκύπτει $\alpha = 0$.

Ερώτηση Κατανόησης 4 - Απάντηση

- $(-2) \cdot 3 = -6$
- $2 \cdot (-3) = -6$
- $(-1) \cdot 2 \cdot 3 = -6$
- $(-1) \cdot \frac{12}{2} = -6$
- $1 \cdot \left(-\frac{12}{2}\right) = -6$
- $(-1) \cdot \frac{24}{4} = -6$
- $1 \cdot \left(-\frac{24}{4}\right) = -6$
- $\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{60}{5} = -6$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Ερώτηση Κατανόησης 5 - Απάντηση

- $-7x = 28$ άρα $x = \frac{28}{-7} = -4$
- $-4x = -16$ άρα $x = \frac{-16}{-4} = 4$
- $x * (-2) = -32$ άρα $x = \frac{-32}{-2} = 16$
- $-3x = 15$ άρα $x = \frac{15}{-3} = -5$
- $4x = 32 * 2$ άρα $4x = 64$ δηλαδή $x = \frac{64}{4} = 16$
- $5x = 25$ άρα $x = \frac{25}{5} = 5$

Ερώτηση Κατανόησης 6 - Απάντηση

α) Σωστό

Έστω ότι προσθέτουμε τους αριθμούς α και β . Οι α και β λέγονται προσθετέοι και το αποτέλεσμα της πρόσθεσης λέγεται άθροισμα.

β) Λάθος

Ο πρώτος αριθμός του πολλαπλασιασμού λέγεται πρώτος παράγοντας του γινομένου.

γ) Λάθος

Το αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού ονομάζεται γινόμενο.

δ) Σωστό

Έστω ότι αφαιρούμε τους αριθμούς α και β . Ο πρώτος αριθμός της αφαίρεσης, δηλαδή ο αριθμός α , λέγεται μειωτέος και ο δεύτερος αριθμός της αφαίρεσης, δηλαδή ο αριθμός β , λέγεται αφαιρετέος.

ε) Σωστό

Έστω ότι αφαιρούμε τους αριθμούς α και β . Το αποτέλεσμα της αφαίρεσης λέγεται διαφορά.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Ερώτηση Κατανόησης 7 – Απάντηση

α) Μια ισότητα η οποία περιέχει αριθμούς και έναν άγνωστο ονομάζεται εξίσωση.

β) Το αποτέλεσμα της αφαίρεσης λέγεται διαφορά.

γ) Αδύνατη λέγεται η εξίσωση, η οποία δεν έχει καμία λύση.

δ) Στο $12-8=4$ ο δεύτερος αριθμός λέγεται αφαιρετέος.

ε) Ο πρώτος αριθμός της αφαίρεσης ονομάζεται μειωτέος.

στ) Το αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού λέγεται γινόμενο.

ζ) Το πηλίκο είναι το αποτέλεσμα της διαίρεσης.

η) Το γινόμενο είναι το αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού.

θ) Στο $24 \cdot 8 = 3$ οι δύο πρώτοι αριθμοί ονομάζονται παράγοντες του γινομένου.

ι) Οι αριθμοί που προστίθενται ονομάζονται προσθετέοι.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Ασκήσεις για Διδασκαλία**Άσκηση 1 – Λύση**

- Για να πολλαπλασιάσουμε δύο ομόσημους αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε το πρόσημο "+".
- Για να πολλαπλασιάσουμε δύο ετερόσημους αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε το πρόσημο "-".

Έχουμε, λοιπόν,

- $(+5) \cdot (+7) = +(5 \cdot 7) = +35$
- $(-8) \cdot (+9) = -(8 \cdot 9) = -72$
- $(+10) \cdot (-4) = -(10 \cdot 4) = -40$
- $(-3,5) \cdot (-0,6) = +(3,5 \cdot 0,6) = +2,1$
- $(+1,4) \cdot (+2,3) = +(1,4 \cdot 2,3) = +3,22$
- $(-0,7) \cdot (+0,8) = -(0,7 \cdot 0,8) = -0,56$

Άσκηση 2 – Λύση

- Για να πολλαπλασιάσουμε δύο ομόσημους αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε το πρόσημο "+".
- Για να πολλαπλασιάσουμε δύο ετερόσημους αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε το πρόσημο "-".

Έχουμε, λοιπόν,

- $\left(+\frac{5}{3}\right) \cdot \left(+\frac{3}{5}\right) = +\left(\frac{5}{3} \cdot \frac{3}{5}\right) = +\frac{15}{15} = +1$
- $\left(-\frac{8}{5}\right) \cdot \left(+\frac{9}{5}\right) = -\left(\frac{8}{5} \cdot \frac{9}{5}\right) = -\frac{72}{25}$
- $\left(+\frac{10}{3}\right) \cdot (-4) = -\left(\frac{10}{3} \cdot 4\right) = -\frac{40}{3}$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

$$\begin{aligned}\text{iv.} \quad & \left(-\frac{7}{2}\right) \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) = +\left(\frac{7}{2} \cdot \frac{3}{5}\right) = +\frac{21}{10} \\ \text{v.} \quad & \left(+\frac{7}{5}\right) \cdot \left(+\frac{23}{10}\right) = +\left(\frac{7}{5} \cdot \frac{23}{10}\right) = +\frac{161}{50} \\ \text{vi.} \quad & \left(-\frac{7}{10}\right) \cdot \left(+\frac{4}{5}\right) = -\left(\frac{7}{10} \cdot \frac{4}{5}\right) = -\frac{28}{50} = -\frac{14}{25}\end{aligned}$$

Άσκηση 3 - Λύση

$$\begin{aligned}\text{i.} \quad & (+2) \cdot (-3) - (+5) \cdot (-8) + (-9) \cdot (-6) - 3 \cdot (-10) \\ & = (-2 \cdot 3) - (-5 \cdot 8) + (+9 \cdot 6) - (-3 \cdot 10) \\ & = (-12) - (-40) + (+54) - (-30) \\ & = -12 + 40 + 54 + 30 \\ & = 28 + 54 + 30 = 82 + 30 = 112\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{ii.} \quad & (+5) \cdot (-2) + (-9) \cdot (-1) - (+8) \cdot (-3) - (-7) \cdot 4 \\ & = (-5 \cdot 2) + (+9 \cdot 1) - (-8 \cdot 3) - (-7 \cdot 4) \\ & = (-10) + (+9) - (-24) - (-28) \\ & = -10 + 9 + 24 + 28 \\ & = -1 + 24 + 28 = 23 + 28 = 51\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{iii.} \quad & \left(+\frac{5}{3}\right) \cdot \left(+\frac{3}{5}\right) + \left(-\frac{7}{2}\right) \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) - \left(-\frac{7}{10}\right) \cdot \left(+\frac{4}{5}\right) = \\ & = \left(+\frac{5}{3} \cdot \frac{3}{5}\right) + \left(+\frac{7}{2} \cdot \frac{3}{5}\right) - \left(-\frac{7}{10} \cdot \frac{10}{5}\right) \\ & = \left(+\frac{15}{15}\right) + \left(+\frac{21}{10}\right) - \left(-\frac{70}{50}\right) \\ & = (+1) + \frac{21}{10} + \frac{7}{5} \\ & = \frac{10}{10} + \frac{21}{10} + \frac{14}{10} = \frac{31}{10} + \frac{14}{10} = \frac{45}{10} = \frac{9}{2}\end{aligned}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 4 – Λύση

- Για να υπολογίσουμε ένα γινόμενο πολλών παραγόντων (που κανένας δεν είναι μηδέν), πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε:
 - Το πρόσημο +, αν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι άρτιο (ζυγό).
 - Το πρόσημο -, αν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι περιττό (μονό).

- Αν τουλάχιστον ένας παράγοντας είναι μηδέν, τότε και το γινόμενο είναι ίσο με μηδέν.

i. Αφού το πλήθος των αρνητικών παραγόντων του γινομένου

$(+3) \cdot (-5) \cdot (-6) \cdot (+4) \cdot (-7)$ είναι 3, δηλαδή περιττός αριθμός, το γινόμενο θα έχει πρόσημο «-».

Έτσι, λοιπόν, έχουμε:

$$(+3) \cdot (-5) \cdot (-6) \cdot (+4) \cdot (-7) = -(3 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 7) = -2.520$$

ii. Αφού το πλήθος των αρνητικών παραγόντων του γινομένου

$(-6) \cdot (-2) \cdot (-5) \cdot (+1) \cdot (-10)$ είναι 4, δηλαδή άρτιος αριθμός, το γινόμενο θα έχει πρόσημο «+».

Έτσι, λοιπόν, έχουμε:

$$(-6) \cdot (-2) \cdot (-5) \cdot (+1) \cdot (-10) = +(6 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 10) = +600$$

iii. Αφού το πλήθος των αρνητικών παραγόντων του γινομένου

$\left(-\frac{5}{3}\right) \cdot \left(+\frac{3}{5}\right) \cdot \left(+\frac{7}{2}\right) \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(+\frac{7}{10}\right) \cdot \left(-\frac{4}{5}\right)$ είναι 3, δηλαδή περιττός αριθμός, το γινόμενο θα έχει πρόσημο «-».

Έτσι, λοιπόν, έχουμε:

$$\begin{aligned} \left(-\frac{5}{3}\right) \cdot \left(+\frac{3}{5}\right) \cdot \left(+\frac{7}{2}\right) \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(+\frac{7}{10}\right) \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) &= -\left(\frac{5}{3} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{7}{2} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{7}{10} \cdot \frac{4}{5}\right) = \\ &= -\frac{8.820}{7.500} = -\frac{147}{125} \end{aligned}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 5 – Λύση

- Για να υπολογίσουμε ένα γινόμενο πολλών παραγόντων (που κανένας δεν είναι μηδέν), πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε:
 - Το πρόσημο +, αν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι άρτιο (ζυγό).
 - Το πρόσημο -, αν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι περιττό (μονό).
- Αν τουλάχιστον ένας παράγοντας είναι μηδέν, τότε και το γινόμενο είναι ίσο με μηδέν.

Με βάση την προτεραιότητα των πράξεων έχουμε:

$$\begin{aligned} \text{i.} \quad & (+2) \cdot (-3) \cdot (-5) - (+1) \cdot (-7) \cdot (+2) + (-2) \cdot (-4) \cdot (+6) \\ & = (+2 \cdot 3 \cdot 5) - (-1 \cdot 7 \cdot 2) + (+2 \cdot 4 \cdot 6) \\ & = (+30) - (-14) + (+48) \\ & = 30 + 14 + 48 = 92 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii.} \quad & (-5) \cdot (-1) \cdot (+10) - (+2) \cdot (-3) \cdot (-1) \cdot (+5) \\ & = (+5 \cdot 1 \cdot 10) - (+2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 5) \\ & = (+50) - (+30) = 50 - 30 = 20 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{iii.} \quad & \left(-\frac{5}{6}\right) \cdot \left(+\frac{4}{5}\right) + \left(+\frac{7}{8}\right) \cdot \left(-\frac{9}{5}\right) - \left(+\frac{9}{10}\right) \cdot \left(-\frac{4}{9}\right) = \\ & = \left(-\frac{5}{6} \cdot \frac{4}{5}\right) + \left(-\frac{7}{8} \cdot \frac{9}{5}\right) - \left(-\frac{9}{10} \cdot \frac{4}{9}\right) \\ & = \left(-\frac{20}{30}\right) + \left(-\frac{63}{40}\right) - \left(-\frac{36}{90}\right) = -\frac{20}{30} - \frac{63}{40} + \frac{36}{90} \\ & = -\frac{80}{120} - \frac{189}{120} + \frac{36}{90} = -\frac{269}{120} + \frac{36}{90} = -\frac{807}{360} + \frac{144}{360} = -\frac{663}{360} = -\frac{221}{120} \end{aligned}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 6 – Λύση

- Για να υπολογίσουμε ένα γινόμενο πολλών παραγόντων (που κανένας δεν είναι μηδέν), πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε:
 - Το πρόσημο +, αν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι άρτιο (ζυγό).
 - Το πρόσημο -, αν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι περιττό (μονό).
- Αν τουλάχιστον ένας παράγοντας είναι μηδέν, τότε και το γινόμενο είναι ίσο με μηδέν.

Με βάση την προτεραιότητα των πράξεων έχουμε:

- i. $[(-4) \cdot (+9) \cdot (-2)] \cdot (-7) = (+4 \cdot 9 \cdot 2) \cdot (-7)$
 $= (+72) \cdot (-7) = -(72 \cdot 7) = -504$
- ii. $[(-5) \cdot (+7) \cdot (-10)] \cdot [(-1) \cdot (+2) \cdot (-8)]$
 $= (+5 \cdot 7 \cdot 10) \cdot (+1 \cdot 2 \cdot 8)$
 $= (+350) \cdot (+16) = +(350 \cdot 16) = +5.600$
- iii. $[2 \cdot (-8) \cdot (+3)] \cdot [(-5) \cdot (-1) \cdot (+4)] \cdot [(+4) \cdot (+1) \cdot (-10)]$
 $= (-2 \cdot 8 \cdot 3) \cdot (+5 \cdot 1 \cdot 4) \cdot (-4 \cdot 1 \cdot 10)$
 $= (-48) \cdot (+20) \cdot (-40) = +(48 \cdot 20 \cdot 40) = +38.400$

Άσκηση 7 – Λύση

- i. $(-4 + 6 + 6 - 5) \cdot (+3 - 8) = (2 + 6 - 5) \cdot (-5)$
 $= (8 - 5) \cdot (-5) = 3 \cdot (-5) = -(3 \cdot 5) = -15$
- ii. $(-6 + 8 - 4 - 12) \cdot (5 - 9) = (2 - 4 - 12) \cdot (5 - 9)$
 $= (-2 - 12) \cdot (5 - 9) = (-14) \cdot (-4) = +(14 \cdot 4) = +56$
- iii. $(-2 + 5) \cdot (4 - 8) \cdot (3 - 11) = (+3)(-4)(-8) = +(3 \cdot 4 \cdot 8) = +96$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 8 – Λύση

- Για να πολλαπλασιάσουμε δύο ομόσημους αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε το πρόσημο "+".
- Για να πολλαπλασιάσουμε δύο ετερόσημους αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε το πρόσημο "-".

Έχουμε, λοιπόν,

- $(+30) \cdot (+5) = +(30 \cdot 5) = +150$
- $(-20) \cdot (-4) = +(20 \cdot 4) = +80$
- $(-32) \cdot (+8) = -(32 \cdot 8) = -256$
- $(+45) \cdot (-9) = -(45 \cdot 9) = -405$
- $(-75) \cdot (+6) = -(75 \cdot 6) = -450$
- $(+87) \cdot (-3) = -(87 \cdot 3) = -261$
- $(+4,5) \cdot (-0,9) = -(4,5 \cdot 0,9) = -4,05$
- $(-8,75) \cdot (+0,25) = -(8,75 \cdot 0,25) = -2,1875$
- $(-1,25) \cdot (+0,25) = -(1,25 \cdot 0,25) = -0,3125$

Άσκηση 9 – Λύση

- Για να πολλαπλασιάσουμε δύο ομόσημους αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε το πρόσημο "+".
- Για να πολλαπλασιάσουμε δύο ετερόσημους αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε το πρόσημο "-".

Έχουμε, λοιπόν,

- $\alpha \cdot \beta = (-216) \cdot 18 = -(216 \cdot 18) = -3.888$
- $\alpha \cdot \beta = 248 \cdot (-12) = -(248 \cdot 12) = -2.976$
- $\alpha \cdot \beta = (-350) \cdot (-25) = +(350 \cdot 25) = +8.750$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

- iv. $\alpha \cdot \beta = 12,6 \cdot (-1,8) = -(12,6 \cdot 1,8) = -22,68$
v. $\alpha \cdot \beta = (-5,64) \cdot 0,6 = -(5,64 \cdot 0,6) = -3,384$
vi. $\alpha \cdot \beta = 29,6 \cdot (-0,4) = -(29,6 \cdot 0,4) = -11,84$

Άσκηση 10 - Λύση

- Για να πολλαπλασιάσουμε δύο ομόσημους αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε το πρόσημο "+".
- Για να πολλαπλασιάσουμε δύο ετερόσημους αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε το πρόσημο "-".

Έχουμε, λοιπόν,

- i. $\left(-\frac{5}{6}\right) \cdot \left(+\frac{4}{5}\right) = -\left(\frac{5 \cdot 4}{6 \cdot 5}\right) = -\frac{20}{30} = -\frac{2}{3}$
ii. $\left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{7}{8}\right) = +\left(\frac{3 \cdot 7}{5 \cdot 8}\right) = +\frac{21}{40}$
iii. $\left(+\frac{15}{9}\right) \cdot \left(-\frac{6}{13}\right) = -\left(\frac{15 \cdot 6}{9 \cdot 13}\right) = -\frac{90}{117} = -\frac{10}{13}$
iv. $\left(+\frac{6}{7}\right) \cdot \left(+\frac{14}{5}\right) = +\left(\frac{6 \cdot 14}{7 \cdot 5}\right) = +\frac{84}{35}$

Άσκηση 11 - Λύση

- Για να υπολογίσουμε ένα γινόμενο πολλών παραγόντων (που κανένας δεν είναι μηδέν), πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε:
 - Το πρόσημο +, αν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι άρτιο (ζυγό).
 - Το πρόσημο -, αν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι περιττό (μονό).
- Αν τουλάχιστον ένας παράγοντας είναι μηδέν, τότε και το γινόμενο είναι ίσο με μηδέν.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Με βάση την προτεραιότητα των πράξεων έχουμε:

$$\begin{aligned} \text{i.} \quad & [(-24) \cdot (+3)] - [(-18) \cdot (-6)] + [(+36) \cdot (-9)] \\ & = (-24 \cdot 3) - (+18 \cdot 6) + (-36 \cdot 9) \\ & = (-72) - (+108) + (-324) \\ & = -72 - 108 - 324 = -504 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii.} \quad & [(+5) \cdot (-4)] - [(-375) \cdot (-25)] + (-4 + 12 - 7) \\ & = (-5 \cdot 4) - (+375 \cdot 25) + (8 - 7) \\ & = (-20) - (+1.875) + (-1) \\ & = -20 - 1.875 - 1 = -1.896 \end{aligned}$$

Άσκηση 12 - Λύση

Με βάση την προτεραιότητα των πράξεων έχουμε:

$$\begin{aligned} \text{i.} \quad & (-8 + 12 - 24 + 2 - 10) \cdot (+2) = (4 - 24 + 2 - 10) \cdot (+2) \\ & = (-20 + 2 - 10) \cdot (+2) = (-18 - 10) \cdot (+2) \\ & = (-28) \cdot (+2) = -(28 \cdot 2) = -56 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii.} \quad & (-24 + 15 - 27 + 18 - 30) \cdot (-3) = (-9 - 27 + 18 - 30) \cdot (-3) \\ & = (-36 + 18 - 30) \cdot (-3) = (-18 - 30) \cdot (-3) \\ & = (-48) \cdot (-3) = +(48 \cdot 3) = +144 \end{aligned}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Ασκήσεις για Μελέτη**Άσκηση 1 - Λύση**

- Για να υπολογίσουμε ένα γινόμενο πολλών παραγόντων (που κανένας δεν είναι μηδέν), πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε:
 - Το πρόσημο +, αν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι άρτιο (ζυγό).
 - Το πρόσημο -, αν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι περιττό (μονό).
- Αν τουλάχιστον ένας παράγοντας είναι μηδέν, τότε και το γινόμενο είναι ίσο με μηδέν.

α) Αφού το πλήθος των αρνητικών παραγόντων του γινομένου

$(+3) \cdot (+4) \cdot (+2)$ είναι 0, δηλαδή άρτιος αριθμός, το γινόμενο θα έχει πρόσημο «+».

Έτσι, λοιπόν, έχουμε:

$$(+3) \cdot (+4) \cdot (+2) = +(3 \cdot 4 \cdot 2) = +24$$

β) Αφού το πλήθος των αρνητικών παραγόντων του γινομένου

$(-3) \cdot (+4) \cdot (+2)$ είναι 1, δηλαδή περιττός αριθμός, το γινόμενο θα έχει πρόσημο «-».

Έτσι, λοιπόν, έχουμε:

$$(-3) \cdot (+4) \cdot (+2) = -(3 \cdot 4 \cdot 2) = -24$$

γ) Αφού το πλήθος των αρνητικών παραγόντων του γινομένου

$(-3) \cdot (+4) \cdot (-2)$ είναι 2, δηλαδή άρτιος αριθμός, το γινόμενο θα έχει πρόσημο «+».

Έτσι, λοιπόν, έχουμε:

$$(-3) \cdot (+4) \cdot (-2) = +(3 \cdot 4 \cdot 2) = +24$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

δ) Αφού το πλήθος των αρνητικών παραγόντων του γινομένου

$(-3) \cdot (+4) \cdot (+2)$ είναι 1, δηλαδή περιττός αριθμός, το γινόμενο θα έχει πρόσημο «-».

Έτσι, λοιπόν, έχουμε: $(-3) \cdot (-4) \cdot (-2) = -(3 \cdot 4 \cdot 2) = -24$

Άσκηση 2 – Λύση

α)

$$4x + 3 = -3 - 2x$$

$$4x + 2x = -3 - 3$$

$$6x = -6 \text{ άρα } x = -\frac{6}{6} = -1$$

β)

$$3z + 8 = 6z - 10$$

$$3z - 6z = -10 - 8$$

$$-3z = -18 \text{ άρα } z = \frac{-18}{-3} = 6$$

Άσκηση 3 – Λύση

- Για να πολλαπλασιάσουμε δύο ομόσημους αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε το πρόσημο “+” .
- Για να πολλαπλασιάσουμε δύο ετερόσημους αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε το πρόσημο “-” .

Έχουμε, λοιπόν,

i. $(+3) \cdot (+6) = +(3 \cdot 6) = +18$

ii. $(-4) \cdot (+7) = -(4 \cdot 7) = -28$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

- iii. $(+12) \cdot (-4) = -(12 \cdot 4) = -48$
- iv. $(-3,9) \cdot (-0,3) = +(3,9 \cdot 0,3) = +1,17$
- v. $(+1,4) \cdot (+2,3) = +(1,4 \cdot 2,3) = +3,22$
- vi. $(-0,7) \cdot (+0,4) = -(0,7 \cdot 0,4) = -0,28$

Άσκηση 4 - Λύση

- Για να πολλαπλασιάσουμε δύο ομόσημους αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε το πρόσημο "+".
- Για να πολλαπλασιάσουμε δύο ετερόσημους αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε το πρόσημο "-".

Έχουμε, λοιπόν,

- i. $\left(+\frac{5}{4}\right) \cdot \left(+\frac{4}{5}\right) = +\left(\frac{5 \cdot 4}{4 \cdot 5}\right) = +\frac{20}{20} = +1$
- ii. $\left(-\frac{8}{6}\right) \cdot \left(+\frac{8}{5}\right) = -\left(\frac{8 \cdot 8}{6 \cdot 5}\right) = -\frac{64}{30} = -\frac{32}{15}$
- iii. $\left(+\frac{10}{8}\right) \cdot (-4) = -\left(\frac{10 \cdot 4}{8}\right) = -\frac{40}{8} = -5$
- iv. $\left(-\frac{7}{3}\right) \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) = +\left(\frac{7 \cdot 3}{3 \cdot 5}\right) = +\frac{21}{15} = +\frac{7}{5}$
- v. $\left(+\frac{9}{5}\right) \cdot \left(+\frac{28}{10}\right) = +\left(\frac{9 \cdot 28}{5 \cdot 10}\right) = +\frac{252}{50} = +\frac{126}{25}$
- vi. $\left(-\frac{9}{10}\right) \cdot \left(+\frac{4}{8}\right) = -\left(\frac{9 \cdot 4}{10 \cdot 8}\right) = -\frac{36}{80} = -\frac{9}{20}$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 5 – Λύση

- Για να υπολογίσουμε ένα γινόμενο πολλών παραγόντων (που κανένας δεν είναι μηδέν), πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε:
 - Το πρόσημο +, αν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι άρτιο (ζυγό).
 - Το πρόσημο -, αν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι περιττό (μονό).
- Αν τουλάχιστον ένας παράγοντας είναι μηδέν, τότε και το γινόμενο είναι ίσο με μηδέν.

Με βάση την προτεραιότητα των πράξεων έχουμε:

$$\begin{aligned} \text{i.} \quad & (+2) \cdot (-4) - (+6) \cdot (-9) + (-12) \cdot (-3) - 3 \cdot (-11) \\ & = (-2 \cdot 4) - (-6 \cdot 9) + (+12 \cdot 3) - (-3 \cdot 11) \\ & = (-8) - (-54) + (+36) - (-33) \\ & = -8 + 54 + 36 + 33 = 46 + 36 + 33 \\ & = 82 + 33 = 115 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii.} \quad & (+6) \cdot (-4) + (-7) \cdot (-3) - (+8) \cdot (-5) - (-10) \cdot 4 \\ & = (-6 \cdot 4) + (+7 \cdot 3) - (-8 \cdot 5) - (-10 \cdot 4) \\ & = (-24) + (+21) - (-40) - (-40) \\ & = -24 + 21 + 40 + 40 = -3 + 40 + 40 \\ & = 37 + 40 = 77 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{iii.} \quad & \left(+\frac{5}{4}\right) \cdot \left(+\frac{9}{5}\right) + \left(-\frac{9}{2}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) - \left(-\frac{17}{10}\right) \cdot \left(+\frac{4}{7}\right) = \\ & = \left(+\frac{5}{4} \cdot \frac{9}{5}\right) + \left(+\frac{9}{2} \cdot \frac{3}{4}\right) - \left(-\frac{17}{10} \cdot \frac{4}{7}\right) \\ & = \left(+\frac{45}{20}\right) + \left(+\frac{27}{8}\right) - \left(-\frac{68}{70}\right) = \frac{45}{20} + \frac{27}{8} + \frac{68}{70} \\ & = \frac{90}{40} + \frac{135}{40} + \frac{68}{70} = \frac{225}{40} + \frac{68}{70} \\ & = \frac{1.575}{280} + \frac{272}{280} = \frac{1.847}{280} \end{aligned}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 6 – Λύση

- Για να υπολογίσουμε ένα γινόμενο πολλών παραγόντων (που κανένας δεν είναι μηδέν), πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε:
 - Το πρόσημο +, αν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι άρτιο (ζυγό).
 - Το πρόσημο -, αν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι περιττό (μονό).
- Αν τουλάχιστον ένας παράγοντας είναι μηδέν, τότε και το γινόμενο είναι ίσο με μηδέν.

i. Αφού το πλήθος των αρνητικών παραγόντων του γινομένου

$(+3) \cdot (-4) \cdot (-5) \cdot (+9) \cdot (-12)$ είναι 3, δηλαδή περιττός αριθμός, το γινόμενο θα έχει πρόσημο «-».

Έτσι, λοιπόν, έχουμε:

$$(+3) \cdot (-4) \cdot (-5) \cdot (+9) \cdot (-12) = -(3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 12) = -6.480$$

ii. Αφού το πλήθος των αρνητικών παραγόντων του γινομένου

$(-5) \cdot (-6) \cdot (-3) \cdot (+4) \cdot (-13)$ είναι 4, δηλαδή άρτιος αριθμός, το γινόμενο θα έχει πρόσημο «+».

Έτσι, λοιπόν, έχουμε:

$$(-5) \cdot (-6) \cdot (-3) \cdot (+4) \cdot (-13) = +(5 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 13) = +4.680$$

iii. Αφού το πλήθος των αρνητικών παραγόντων του γινομένου

$\left(-\frac{5}{3}\right) \cdot \left(+\frac{3}{5}\right) \cdot \left(+\frac{7}{2}\right) \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(+\frac{7}{10}\right) \cdot \left(-\frac{4}{5}\right)$ είναι 3, δηλαδή περιττός αριθμός, το γινόμενο θα έχει πρόσημο «-».

Έτσι, λοιπόν, έχουμε:

$$\begin{aligned} & \left(-\frac{5}{3}\right) \cdot \left(+\frac{3}{5}\right) \cdot \left(+\frac{7}{2}\right) \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(+\frac{7}{10}\right) \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) = \\ & = -\left(\frac{5}{3} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{7}{2} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{7}{10} \cdot \frac{4}{5}\right) = -\frac{8.820}{7.500} = -\frac{147}{125} \end{aligned}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 7 – Λύση

- Για να υπολογίσουμε ένα γινόμενο πολλών παραγόντων (που κανένας δεν είναι μηδέν), πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε:
 - Το πρόσημο +, αν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι άρτιο (ζυγό).
 - Το πρόσημο -, αν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι περιττό (μονό).
- Αν τουλάχιστον ένας παράγοντας είναι μηδέν, τότε και το γινόμενο είναι ίσο με μηδέν.

Με βάση την προτεραιότητα των πράξεων έχουμε:

- i.
$$\begin{aligned} & [(-3) \cdot (+2) \cdot (-5)] \cdot (-6) \\ & = (+3 \cdot 2 \cdot 5) \cdot (-6) \\ & = (+30) \cdot (-6) = -(30 \cdot 6) = -180 \end{aligned}$$
- ii.
$$\begin{aligned} & [(-8) \cdot (+7) \cdot (-9)] \cdot [(-4) \cdot (+3) \cdot (-18)] \\ & = (+8 \cdot 7 \cdot 9) \cdot (+4 \cdot 3 \cdot 18) \\ & = (+504) \cdot (+216) = +(504 \cdot 216) = +108.864 \end{aligned}$$
- iii.
$$\begin{aligned} & [2 \cdot (-3) \cdot (+6)] \cdot [(-4) \cdot (-1) \cdot (+6)] \cdot [(+5) \cdot (+1) \cdot (-7)] \\ & = (-2 \cdot 3 \cdot 6) \cdot (+4 \cdot 1 \cdot 6) \cdot (-5 \cdot 1 \cdot 7) \\ & = (-36) \cdot (+24) \cdot (-35) = +(36 \cdot 24 \cdot 35) = +30.240 \end{aligned}$$

Άσκηση 8 – Λύση

- i.
$$(-4 + 7 + 3 - 6) \cdot (+4 - 9) = (3 + 3 - 6) \cdot (-5) = (6 - 6) \cdot (-5) = 0 \cdot (-5) = 0$$
- ii.
$$\begin{aligned} & (-7 + 12 - 6 - 9) \cdot (8 - 3) = (5 - 6 - 9) \cdot (+5) \\ & = (-1 - 9) \cdot (+5) = (-10) \cdot (+5) = -(10 \cdot 5) = -50 \end{aligned}$$
- iii.
$$(-2 + 6) \cdot (5 - 9) \cdot (6 - 11) = 4 \cdot (-4) \cdot (-5) = +(4 \cdot 4 \cdot 5) = +80$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 9 – Λύση

- Για να πολλαπλασιάσουμε δύο ομόσημους αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε το πρόσημο "+".
- Για να πολλαπλασιάσουμε δύο ετερόσημους αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε το πρόσημο "-".

Έχουμε, λοιπόν,

- $(+32) \cdot (+6) = +(32 \cdot 6) = +192$
- $(-23) \cdot (-5) = +(23 \cdot 5) = +115$
- $(-31) \cdot (+4) = -(31 \cdot 4) = -124$
- $(+42) \cdot (-6) = -(42 \cdot 6) = -252$
- $(-72) \cdot (+3) = -(72 \cdot 3) = -216$
- $(+82) \cdot (-5) = -(82 \cdot 5) = -410$
- $(+4,4) \cdot (-0,6) = -(4,4 \cdot 0,6) = -2,64$
- $(-8,75) \cdot (+0,50) = -(8,75 \cdot 0,50) = -4,375$
- $(-1,25) \cdot (+0,75) = -(1,25 \cdot 0,75) = -0,9375$

Άσκηση 10 – Λύση

- Για να πολλαπλασιάσουμε δύο ομόσημους αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε το πρόσημο "+".
- Για να πολλαπλασιάσουμε δύο ετερόσημους αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε το πρόσημο "-".

Έχουμε, λοιπόν,

- $\alpha \cdot \beta = (-204) \cdot 13 = -(204 \cdot 13) = -2.652$
- $\alpha \cdot \beta = 244 \cdot (-15) = -(244 \cdot 15) = -3.660$
- $\alpha \cdot \beta = (-356) \cdot (-22) = +(356 \cdot 22) = +7.832$
- $\alpha \cdot \beta = 12,3 \cdot (-1,9) = -(12,3 \cdot 1,9) = -23,37$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

v. $\alpha \cdot \beta = (-5,62) \cdot 0,9 = -(5,62 \cdot 0,9) = -5,058$

vi. $\alpha \cdot \beta = 29,7 \cdot (-0,3) = -(29,7 \cdot 0,3) = -8,91$

Άσκηση 11 - Λύση

- Για να πολλαπλασιάσουμε δύο ομόσημους αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε το πρόσημο "+".
- Για να πολλαπλασιάσουμε δύο ετερόσημους αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε το πρόσημο "-".

Έχουμε, λοιπόν,

i. $\left(-\frac{5}{6}\right) \cdot \left(+\frac{3}{5}\right) = -\left(\frac{5 \cdot 3}{6 \cdot 5}\right) = -\frac{15}{30} = -\frac{1}{2}$

ii. $\left(-\frac{3}{7}\right) \cdot \left(-\frac{8}{8}\right) = +\left(\frac{3 \cdot 8}{7 \cdot 8}\right) = +\frac{24}{56} = +\frac{3}{7}$

iii. $\left(+\frac{13}{9}\right) \cdot \left(-\frac{7}{13}\right) = -\left(\frac{13 \cdot 7}{9 \cdot 13}\right) = -\frac{91}{117} = -\frac{7}{9}$

iv. $\left(+\frac{6}{7}\right) \cdot \left(+\frac{17}{5}\right) = +\left(\frac{6 \cdot 17}{7 \cdot 5}\right) = +\frac{102}{35}$

Άσκηση 12 - Λύση

- Για να υπολογίσουμε ένα γινόμενο πολλών παραγόντων (που κανένας δεν είναι μηδέν), πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε:
 - Το πρόσημο +, αν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι άρτιο (ζυγό).
 - Το πρόσημο -, αν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι περιττό (μονό).
- Αν τουλάχιστον ένας παράγοντας είναι μηδέν, τότε και το γινόμενο είναι ίσο με μηδέν.

Με βάση την προτεραιότητα των πράξεων έχουμε:

i.
$$\begin{aligned} & [(-22) \cdot (+4)] - [(-15) \cdot (-3)] + [(+30) \cdot (-2)] \\ & = (-22 \cdot 4) - (+15 \cdot 3) + (-30 \cdot 2) = (-88) - (+45) + (-60) \\ & = -88 - 45 - 60 = -193 \end{aligned}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

$$\begin{aligned} \text{ii.} \quad & [(+6) \cdot (-7)] - [(-310) \div (-20)] + (-4 + 14 - 5) \\ & = (-6 \cdot 7) - \left(\frac{-310}{-20}\right) + (10 - 5) = (-42) - \left(+\frac{31}{2}\right) + (+5) \\ & = -42 - \frac{31}{2} + 5 = -\frac{84}{2} - \frac{31}{2} + \frac{10}{2} = -\frac{115}{2} + \frac{10}{2} = -\frac{105}{2} \end{aligned}$$

Άσκηση 13 - Λύση

Με βάση την προτεραιότητα των πράξεων έχουμε:

$$\begin{aligned} \text{i.} \quad & (-8 + 9 - 27 + 6 - 14) \cdot (+5) = (1 - 27 + 6 - 14) \cdot (+5) \\ & = (-26 + 6 - 14) \cdot (+5) = (-20 - 14) \cdot (+5) \\ & = (-34) \cdot (+5) = -(34 \cdot 5) = -170 \\ \\ \text{ii.} \quad & (-27 + 13 - 29 + 12 - 33) \cdot (-2) = (-14 - 29 + 12 - 33) \cdot (-2) \\ & = (-43 + 12 - 33) \cdot (-2) = (-31 - 33) \cdot (-2) \\ & = (-64) \cdot (-2) = +(64 \cdot 2) = +128 \end{aligned}$$

Άσκηση 14 - Λύση

Δύο αριθμοί α και β λέγονται αντίστροφοι, όταν είναι διάφοροι του μηδενός και το γινόμενο τους ισούται με το 1. Ο καθένας από τους α και β είναι αντίστροφος του άλλου.

A)

$$2 \cdot (-2) = -(2 \cdot 2) = -4 \neq 1$$

Επομένως, οι αριθμοί 2 και -2 δεν είναι αντίστροφοι.

B)

$$5 \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{6} \neq 1$$

Επομένως, οι αριθμοί 5 και $\frac{5}{6}$ δεν είναι αντίστροφοι.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

$$\Gamma) \frac{5}{6} \cdot \frac{6}{5} = 1$$

Επομένως, οι αριθμοί $\frac{5}{6}$ και $\frac{6}{5}$ είναι αντίστροφοι.

Δ) Σύμφωνα με τον ορισμό δύο αριθμοί α και β λέγονται **αντίστροφοι** όταν είναι διάφοροι του μηδενός και το γινόμενό τους να ισούται με το 1. Στους αριθμούς του ερωτήματος αυτού παρατηρούμε ότι ο ένας αριθμός είναι 0.

Επομένως, οι αριθμοί 0 και -4 δεν είναι αντίστροφοι.

Άσκηση 15 - Λύση

Με βάση την προτεραιότητα των πράξεων έχουμε:

$$\begin{aligned} \text{i.} \quad & [(+5) \cdot (-12) - (-20) \cdot (+6)] \div (-4) \\ & = [- (5 \cdot 12) - (- (20 \cdot 6))] \div (-4) \\ & = [-60 - (-120)] \div (-4) \\ & = (-60 + 120) \div (-4) = 60 \div (-4) = \frac{60}{-4} = -15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii.} \quad & [(-6) \cdot 7 \cdot (-15) \cdot 8] \div (-15) \\ & = [+ (6 \cdot 7 \cdot 15 \cdot 8)] \div (-15) \\ & = +5.040 \div (-15) = \frac{+5.040}{-15} = -336 \end{aligned}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

7.6. Διαίρεση ρητών αριθμών

Ερωτήσεις Κατανόησης

Ερώτηση 1 – Απάντηση

- α. Το πηλίκο ενός θετικού και ενός αρνητικού ρητού είναι αρνητικός ρητός.
- β. Το πηλίκο ενός αρνητικού και ενός αρνητικού ρητού είναι θετικός ρητός.
- γ. Οι ρητοί αριθμοί α και β λέγονται αντίστροφοι, όταν είναι διάφοροι του μηδενός και το γινόμενό τους είναι ίσο με τη μονάδα.

Ερώτηση 2 – Απάντηση

α. Σωστό

Έστω ένας αριθμός $\alpha \neq 0$. Η διαίρεση με τον εαυτό του, δηλαδή το κλάσμα $\frac{\alpha}{\alpha}$ δίνει αποτέλεσμα την μονάδα.

β. Λάθος

Διαίρεση με διαιρέτη το 0 δεν ορίζεται.

γ. Λάθος

$$x : (-3) = 3$$

$$\frac{x}{-3} = 3$$

$$x = 3 \cdot (-3) = -9$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

δ. Λάθος

Στην διαίρεση δεν ισχύει η αντιμεταθετική ιδιότητα.

ε. Λάθος

Στην διαίρεση δεν ισχύει η επιμεριστική ιδιότητα ως προς την πρόσθεση.

στ. Λάθος

Δύο αριθμοί α και β λέγονται αντίστροφοι, όταν είναι διάφοροι του μηδενός και το γινόμενό τους ισούται με το 1. Ο καθένας από τους α και β είναι αντίστροφος του άλλου.

ζ) Λάθος

Αν $\alpha + \beta = 0$ προκύπτει $\alpha = -\beta$. Επειδή, $\beta \neq 0$ ισχύει:

$$\alpha : \beta = \frac{\alpha}{\beta} = \frac{-\beta}{\beta} = -1. \text{ Όμως, } -1 < 0. \text{ Τελικά } \alpha : \beta < 0.$$

Ερώτηση 3 - Απάντηση

α) Έστω δύο αριθμοί α και β με $\beta \neq 0$. Αν $\frac{\alpha}{\beta} = 1$ τότε προκύπτει $\alpha = \beta$.

β) Έστω δύο αριθμοί α και β με $\beta \neq 0$. Αν $\frac{\alpha}{\beta} = -1$ τότε προκύπτει $\alpha = -\beta$, δηλαδή οι αριθμοί α και β είναι αντίθετοι.

γ) Έστω δύο αριθμοί α και β με $\beta \neq 0$. Αν $\frac{\alpha}{\beta} = 0$ τότε προκύπτει $\alpha = 0$.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Ερώτηση 4 - Απάντηση

- $\frac{12}{-2} = -6$
- $\frac{-30}{5} = -6$
- $\frac{-24}{4} = -6$
- $\frac{-60}{10} = -6$

Ερώτηση 5 - Απάντηση

- $x : \left(-\frac{1}{7}\right) = 28$

$$-\left(x : \frac{1}{7}\right) = 28$$

$$-(x \cdot 7) = 28 \text{ άρα } 7x = -28 \text{ δηλαδή } x = -\frac{28}{7} = -4$$

- $x : (-4) = -4$

$$-(x : 4) = -4$$

$$x : 4 = 4 \text{ άρα } x \cdot \frac{1}{4} = 4 \text{ δηλαδή } x = 4 \cdot 4 = 16$$

- $x : (-2) = -32$

$$-(x : 2) = -32$$

$$x : 2 = 32 \text{ άρα } x \cdot \frac{1}{2} = 32 \text{ δηλαδή } x = 32 \cdot 2 = 64$$

- $x : (-3) = 5$

$$-(x : 3) = 5 \text{ άρα } x : 3 = -5 \text{ δηλαδή } x \cdot \frac{1}{3} = -5$$

$$\text{Οπότε } x = -(3 \cdot 5) = -15$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

- $x:4 = -2 * 2$

$$x:4 = -4$$

$$x \cdot \frac{1}{4} = -4 \quad \text{άρα } x = -(4 \cdot 4) = -16$$

- $x:5 = 3$

$$x \cdot \frac{1}{5} = 3 \quad \text{άρα } x = 3 \cdot 5 = 15$$

Ερώτηση 6 - Απάντηση

α) Λάθος

Το πρόσημο του πηλίκου δύο αρνητικών ρητών είναι «+».

β) Λάθος

Οι αντίστροφοι αριθμοί είναι ομόσημοι.

γ) Λάθος

Αν $\alpha : \beta = 5$, τότε οι αριθμοί α και β είναι πάντοτε θετικοί.

Για παράδειγμα αν $\alpha = -25$ και $\beta = -5$ προκύπτει $\frac{-25}{-5} = 5$.

δ) Σωστό

Αν $\alpha : \beta = -3$, τότε οι αριθμοί α και β είναι ετερόσημοι, διότι

$(+):(-) = -$ και $(-):(+) = -$.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Ερώτηση 7 - Απάντηση

α) Το πηλίκο ομόσημων αριθμών έχει πρόσημο θετικό.

β) Το αποτέλεσμα της διαίρεσης λέγεται πηλίκο.

γ) Αν $\alpha > 0$ και $\beta < 0$, τότε $\frac{\alpha}{\beta} < 0$.

δ) Ισχύει ότι: $\frac{\alpha}{\beta} = \alpha * \frac{1}{\beta}$.

ε) Αν το β είναι διάφορο του 0, τότε η εξίσωση $\beta x = \alpha$ έχει μοναδική λύση την

$$X = \frac{\alpha}{\beta}.$$

στ) Διαίρεση με διαιρέτη το 0 δεν ορίζεται.

Ασκήσεις για Διδασκαλία**Άσκηση 1 - Λύση**

- Για να διαιρέσουμε δύο ομόσημους αριθμούς, διαιρούμε τις απόλυτες τιμές τους και στο αποτέλεσμα, που ονομάζεται πηλίκο της διαίρεσης, βάζουμε το πρόσημο «+».
- Για να διαιρέσουμε δύο ετερόσημους αριθμούς, διαιρούμε τις απόλυτες τιμές τους και στο αποτέλεσμα βάζουμε το πρόσημο «-».

Έχουμε, λοιπόν,

- $(+49) : (+7) = +(49 : 7) = +7$
- $(-81) : (+9) = -(81 : 9) = -9$
- $(+12) : (-4) = -(12 : 4) = -3$
- $(-3,6) : (-0,6) = +(3,6 : 0,6) = +6$
- $(+6,9) : (+2,3) = +(6,9 : 2,3) = +3$
- $(-3,2) : (+0,8) = -(3,2 : 0,8) = -4$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 2 – Λύση

- Για να διαιρέσουμε δύο ομόσημους αριθμούς, διαιρούμε τις απόλυτες τιμές τους και στο αποτέλεσμα, που ονομάζεται πηλίκο της διαίρεσης, βάζουμε το πρόσημο «+».
- Για να διαιρέσουμε δύο ετερόσημους αριθμούς, διαιρούμε τις απόλυτες τιμές τους και στο αποτέλεσμα βάζουμε το πρόσημο «-».

Έχουμε, λοιπόν,

$$\begin{aligned} \text{i.} & \quad \left(+\frac{5}{3}\right) : \left(+\frac{3}{5}\right) = +\left(\frac{5}{3} : \frac{3}{5}\right) = +\left(\frac{5}{3} \cdot \frac{5}{3}\right) = +\frac{25}{9} \\ \text{ii.} & \quad \left(-\frac{8}{5}\right) : \left(+\frac{9}{5}\right) = -\left(\frac{8}{5} : \frac{9}{5}\right) = -\left(\frac{8}{5} \cdot \frac{5}{9}\right) = -\frac{40}{45} = -\frac{8}{9} \\ \text{iii.} & \quad \left(+\frac{10}{3}\right) : (-4) = -\left(\frac{10}{3} : 4\right) = -\left(\frac{10}{3} \cdot \frac{1}{4}\right) = -\frac{10}{12} = -\frac{5}{6} \\ \text{iv.} & \quad \left(-\frac{7}{2}\right) : \left(-\frac{3}{5}\right) = +\left(\frac{7}{2} : \frac{3}{5}\right) = +\left(\frac{7}{2} \cdot \frac{5}{3}\right) = +\frac{35}{6} \\ \text{v.} & \quad \left(+\frac{7}{5}\right) : \left(+\frac{23}{10}\right) = +\left(\frac{7}{5} : \frac{23}{10}\right) = +\left(\frac{7}{5} \cdot \frac{10}{23}\right) = +\frac{70}{115} = +\frac{14}{23} \\ \text{vi.} & \quad \left(-\frac{7}{10}\right) : \left(+\frac{4}{5}\right) = -\left(\frac{7}{10} : \frac{4}{5}\right) = -\left(\frac{7}{10} \cdot \frac{5}{4}\right) = -\frac{35}{40} = -\frac{7}{8} \end{aligned}$$

Άσκηση 3 – Λύση

- Για να διαιρέσουμε δύο ομόσημους αριθμούς, διαιρούμε τις απόλυτες τιμές τους και στο αποτέλεσμα, που ονομάζεται πηλίκο της διαίρεσης, βάζουμε το πρόσημο «+».
- Για να διαιρέσουμε δύο ετερόσημους αριθμούς, διαιρούμε τις απόλυτες τιμές τους και στο αποτέλεσμα βάζουμε το πρόσημο «-».

Έχουμε, λοιπόν,

$$\begin{aligned} \text{i.} & \quad (+30) \div (+5) = +(30 \div 5) = +6 \\ \text{ii.} & \quad (-20) \div (-4) = +(20 \div 4) = +5 \\ \text{iii.} & \quad (-32) \div (+8) = -(32 \div 8) = -4 \\ \text{iv.} & \quad (+45) \div (-9) = -(45 \div 9) = -5 \\ \text{v.} & \quad (-75) \div (+6) = -(75 \div 6) = -12,5 \\ \text{vi.} & \quad (+87) \div (-3) = -(87 \div 3) = -29 \\ \text{vii.} & \quad (+4,5) \div (-0,9) = -(4,5 \div 0,9) = -5 \\ \text{viii.} & \quad (-8,75) \div (+0,25) = -(8,75 \div 0,25) = -35 \\ \text{ix.} & \quad (-1,25) \div (+0,25) = -(1,25 \div 0,25) = -5 \end{aligned}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 4 - Λύση

Με βάση την προτεραιότητα των πράξεων έχουμε:

$$\begin{aligned} \text{i.} \quad & (-4 + 6 + 6 - 5) : (+3 - 6) \\ & = (2 + 6 - 5) : (-3) \\ & = (8 - 5) : (-3) = 3 : (-3) = -(3 : 3) = -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii.} \quad & (-6 + 8 - 4 - 12) : (5 - 12) \\ & = (2 - 4 - 12) : (-7) \\ & = (-2 - 12) : (-7) \\ & = (-14) : (-7) = +(14 : 7) = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{iii.} \quad & [(-2 + 5) \cdot (4 - 8)] : (3 - 11) \\ & = [3 \cdot (-4)] : (-8) \\ & = (-12) : (-8) = -(12 : 8) = -1,5 \end{aligned}$$

Άσκηση 5 - Λύση

Με βάση την προτεραιότητα των πράξεων έχουμε:

$$\begin{aligned} \text{i.} \quad & [(-3) \cdot (+2) \cdot (-5)] : (-6) \\ & = [+(3 \cdot 2 \cdot 5)] : (-6) = (+30) : (-6) = -(30 : 6) = -5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii.} \quad & [(-8) \cdot (+7) \cdot (-9)] : [(-4) \cdot (+3) \cdot (-18)] \\ & = [+(8 \cdot 7 \cdot 9)] : [+(4 \cdot 3 \cdot 18)] = (+504) : (+216) = +\frac{504}{216} = \frac{7}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{iii.} \quad & [2 \cdot (-3) \cdot (+6)] : (3 \cdot 2) = [-(2 \cdot 3 \cdot 6)] : 6 \\ & = (-36) : 6 = -(36 : 6) = -6 \end{aligned}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 6 - Λύση

- Για να διαιρέσουμε δύο ομόσημους αριθμούς, διαιρούμε τις απόλυτες τιμές τους και στο αποτέλεσμα, που ονομάζεται πηλίκο της διαίρεσης, βάζουμε το πρόσημο «+» .
- Για να διαιρέσουμε δύο ετερόσημους αριθμούς, διαιρούμε τις απόλυτες τιμές τους και στο αποτέλεσμα βάζουμε το πρόσημο «-».

Έχουμε, λοιπόν,

$$\text{i.} \quad \alpha : \beta = (-216) : 18 = -(216 : 18) = -12$$

$$\text{ii.} \quad \alpha : \beta = 248 : (-12) = -(248 : 12) = -\frac{248}{12} = -\frac{63}{3}$$

$$\text{iii.} \quad \alpha : \beta = (-350) : (-25) = +(350 : 25) = +14$$

$$\text{iv.} \quad \alpha : \beta = 12,6 : (-1,8) = -(12,6 : 1,8) = -7$$

$$\text{v.} \quad \alpha : \beta = (-5,64) : 0,6 = -(5,64 : 0,6) = -9,4$$

$$\text{vi.} \quad \alpha : \beta = 29,6 : (-0,4) = -(29,6 : 0,4) = -74$$

Άσκηση 7 - Λύση

- Για να διαιρέσουμε δύο ομόσημους αριθμούς, διαιρούμε τις απόλυτες τιμές τους και στο αποτέλεσμα, που ονομάζεται πηλίκο της διαίρεσης, βάζουμε το πρόσημο «+» .
- Για να διαιρέσουμε δύο ετερόσημους αριθμούς, διαιρούμε τις απόλυτες τιμές τους και στο αποτέλεσμα βάζουμε το πρόσημο «-».

Έχουμε, λοιπόν,

$$\text{i.} \quad \left(-\frac{5}{6}\right) : \left(+\frac{4}{5}\right) = -\left(\frac{5}{6} : \frac{4}{5}\right) = -\left(\frac{5}{6} \cdot \frac{5}{4}\right) = -\frac{25}{24}$$

$$\text{ii.} \quad \left(-\frac{3}{5}\right) : \left(-\frac{7}{8}\right) = +\left(\frac{3}{5} : \frac{7}{8}\right) = +\left(\frac{3}{5} \cdot \frac{8}{7}\right) = +\frac{24}{35}$$

$$\text{iii.} \quad \left(+\frac{15}{9}\right) : \left(-\frac{6}{13}\right) = -\left(\frac{15}{9} : \frac{6}{13}\right) = -\left(\frac{15}{9} \cdot \frac{13}{6}\right) = -\frac{195}{54}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 8 – Λύση

Με βάση την προτεραιότητα των πράξεων έχουμε:

$$\begin{aligned} \text{i.} \quad & [(-24) : (+3)] - [(-18) : (-6)] + [(+36) : (-9)] \\ & = [-(24 : 3)] - [+(18 : 6)] + [-(36 : 9)] \\ & = (-8) - (+3) + (-4) = -8 - 3 - 4 = -11 - 4 = -15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii.} \quad & [(+52) : (-4)] - [(-375) : (-25)] + (-4 + 12 - 7) \\ & = [-(52 : 4)] - [+(375 : 25)] + (8 - 7) \\ & = -13 - 15 - 1 \\ & = -29 \end{aligned}$$

Άσκηση 9 – Λύση

Με βάση την προτεραιότητα των πράξεων έχουμε:

$$\begin{aligned} \text{i.} \quad & (-8 + 12 - 24 + 2 - 10) : (+2) \\ & = (4 - 24 + 2 - 10) : (+2) \\ & = (-20 + 2 - 10) : (+2) \\ & = (-18 - 10) : (+2) \\ & = (-28) : (+2) = -(28 : 2) = -14 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii.} \quad & (-24 + 15 - 27 + 18 - 30) : (-3) \\ & = (-9 - 27 + 18 - 30) : (-3) \\ & = (-36 + 18 - 30) : (-3) \\ & = (-18 - 30) : (-3) = (-48) : (-3) = -(48 : 3) = -16 \end{aligned}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 10 - Λύση

Με βάση την προτεραιότητα των πράξεων έχουμε:

- i.
$$\begin{aligned} & [(+5) \cdot (-12) - (-20) \cdot (+6)] \div (-4) \\ & = [-5 \cdot 12 - (-20 \cdot 6)] \div (-4) = [-60 - (-120)] \div (-4) \\ & = (-60 + 120) \div (-4) = 60 \div (-4) = -(60 \div 4) = -15 \end{aligned}$$
- ii.
$$\begin{aligned} & [(-6) \cdot 7 \cdot (-15) \cdot 8] \div (-15) = +(6 \cdot 7 \cdot 15 \cdot 8) \div (-15) \\ & = (+5.040) \div (-15) = -(5.040 \div 15) = -336 \end{aligned}$$

Άσκηση 11 - Λύση

- Για να διαιρέσουμε δύο ομόσημους αριθμούς, διαιρούμε τις απόλυτες τιμές τους και στο αποτέλεσμα, που ονομάζεται πηλίκο της διαίρεσης, βάζουμε το πρόσημο «+» .
- Για να διαιρέσουμε δύο ετερόσημους αριθμούς, διαιρούμε τις απόλυτες τιμές τους και στο αποτέλεσμα βάζουμε το πρόσημο «-».

Με βάση αυτούς τους κανόνες συμπληρώνουμε τον πίνακα ως εξής:

:	-3	-2	-1	0	1	2	3
-3	1	$\frac{3}{2}$	3		-3	$-\frac{3}{2}$	-1
-2	$\frac{2}{3}$	1	2		-2	-1	$-\frac{2}{3}$
-1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1		-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$
0	0	0	0		0	0	0
1	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{2}$	-1		1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$
2	$-\frac{2}{3}$	-1	-2		2	1	$\frac{2}{3}$
3	-1	$-\frac{3}{2}$	-3		3	$\frac{3}{2}$	1

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 12 - Λύση

a.

- $(+3) : (+2) = +(3 : 2) = +\frac{3}{2} = 1,5$
- $(+4) : (+1) = +(4 : 1) = +4$

Όμως, $1,5 < 4$.Τελικά, $(+3) : (+2) < (+4) : (+1)$.

b.

- $(+15) : (-3) = -(15 : 3) = -5$
- $(-24) : (+8) = -(24 : 8) = -3$

Όμως, $-5 < -3$.Τελικά, $(+15) : (-3) < (-24) : (+8)$.

c.

- $(+2) : (-1) = -(2 : 1) = -2$
- $(-2) : (+1) = -(2 : 1) = -2$

Όμως, $-2 = -2$.Τελικά, $(+2) : (-1) = (-2) : (+1)$.

d.

- $(-49) : (-7) = +(49 : 7) = +7$
- $(+56) : (+8) = +(56 : 8) = +7$

Όμως, $+7 = +7$.Τελικά, $(-49) : (-7) = (+56) : (+8)$.**Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!**

e.

- $(+5) : (+6) = +(5 : 6) = +\frac{5}{6}$
- $(+6) : (+5) = +(6 : 5) = +\frac{6}{5}$

Όμως, $\frac{5}{6} = \frac{25}{30}$ και $\frac{6}{5} = \frac{36}{30}$.

Οπότε, $\frac{25}{30} < \frac{36}{30}$, δηλαδή $\frac{5}{6} < \frac{6}{5}$.

Τελικά, $(+5) : (+6) < (+6) : (+5)$.

f.

- $(-5) : (-6) = +(5 : 6) = +\frac{5}{6}$
- $(-6) : (-5) = +(6 : 5) = +\frac{6}{5}$

Όμως, $\frac{5}{6} = \frac{25}{30}$ και $\frac{6}{5} = \frac{36}{30}$.

Οπότε, $\frac{25}{30} < \frac{36}{30}$, δηλαδή $\frac{5}{6} < \frac{6}{5}$.

Τελικά, $(-5) : (-6) < (-6) : (-5)$.

g.

- $(-8) : (-2) = +(8 : 2) = +4$
- $(-10) : (+2) = -(10 : 2) = -5$

Όμως, $4 > -5$.

Τελικά, $(-8) : (-2) > (-10) : (+2)$.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

h.

$$\bullet (+1,6) \cdot (-8) = -(1,6 \cdot 8) = -12,8$$

$$\bullet (+0,9) : (-3) = -(0,9 : 3) = -0,3$$

Όμως, $-12,8 < -0,3$.

Τελικά, $(+1,6) \cdot (-8) < (+0,9) : (-3)$.

Άσκηση 13 - Λύση

Αντικαθιστούμε στις παραστάσεις Α και Β τις τιμές $\alpha = +3$, $\beta = -1$, $\gamma = -5$ και με βάση την προτεραιότητα των πράξεων έχουμε:

$$A = [(\alpha + \beta) - 3\beta] : \alpha\gamma$$

$$= [(+3 + (-1)) - 3 \cdot (-1)] : (+3) \cdot (-5)$$

$$= [(3 - 1) - (-3 \cdot 1)] : (+3) \cdot (-5)$$

$$= [2 - (-3)] : (+3) \cdot (-5) = (2 + 3) : (+3) \cdot (-5)$$

$$= 5 : (+3) \cdot (-5) = (+5 : 3) \cdot (-5) = \frac{5}{3} \cdot (-5) = -\left(\frac{5}{3} \cdot 5\right) = -\frac{25}{3}$$

$$B = 3\alpha + 1 + (-\beta + \alpha\beta\gamma) : 4$$

$$= 3 \cdot (+3) + 1 + \left(-(-1) + ((+3) \cdot (-1) \cdot (-5))\right) : 4$$

$$= +(3 \cdot 3) + 1 + \left(1 + (+3 \cdot 1 \cdot 5)\right) : 4$$

$$= 9 + 1 + (1 + (+15)) : 4 = 10 + (1 + 15) : 4$$

$$= 10 + 16 : 4 = 10 + 4 = 14$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 14 - Λύση

- a. Κάνοντας αντικατάσταση στο κλάσμα για $x = -1$ έχουμε:

$$A = \frac{2x + 4}{x} = \frac{2 \cdot (-1) + 4}{-1} = \frac{-(2 \cdot 1) + 4}{-1} = \frac{-2 + 4}{-1} = \frac{2}{-1} = -2$$

- b. Κάνοντας αντικατάσταση στο κλάσμα για $x = -2$ έχουμε:

$$A = \frac{2x + 4}{x} = \frac{2 \cdot (-2) + 4}{-2} = \frac{-(2 \cdot 2) + 4}{-2} = \frac{-4 + 4}{-2} = \frac{0}{-2} = 0$$

- c. Επειδή διαίρεση με το 0 δεν ορίζεται, δεν μπορούμε να υπολογίσουμε την τιμή του κλάσματος για $x = 0$, καθώς αν δοκιμάσουμε να κάνουμε αντικατάσταση το $x = 0$, προκύπτει 0 στον παρονομαστή.

- d. Κάνοντας αντικατάσταση στο κλάσμα για $x = \frac{1}{2}$ έχουμε:

$$A = \frac{2x + 4}{x} = \frac{2 \cdot \frac{1}{2} + 4}{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{2}{2} + 4}{\frac{1}{2}} = \frac{1 + 4}{\frac{1}{2}} = \frac{5}{\frac{1}{2}} = \frac{5}{1} = \frac{5 \cdot 2}{1 \cdot 1} = \frac{10}{1} = 10$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Ασκήσεις για Μελέτη

Άσκηση 1 - Λύση

- Για να διαιρέσουμε δύο ομόσημους αριθμούς, διαιρούμε τις απόλυτες τιμές τους και στο αποτέλεσμα, που ονομάζεται πηλίκο της διαίρεσης, βάζουμε το πρόσημο «+» .
- Για να διαιρέσουμε δύο ετερόσημους αριθμούς, διαιρούμε τις απόλυτες τιμές τους και στο αποτέλεσμα βάζουμε το πρόσημο «-».

Έχουμε, λοιπόν,

- $(+36) : (+6) = +(36 : 6) = +6$
- $(-72) : (+8) = -(72 : 8) = -9$
- $(+15) : (-5) = -(15 : 5) = -3$
- $(-5,4) : (-0,6) = +(5,4 : 0,6) = +9$
- $(+11,5) : (+2,3) = +(11,5 : 2,3) = +5$
- $(-8,8) : (+0,8) = -(8,8 : 0,8) = -11$

Άσκηση 2 - Λύση

- Για να διαιρέσουμε δύο ομόσημους αριθμούς, διαιρούμε τις απόλυτες τιμές τους και στο αποτέλεσμα, που ονομάζεται πηλίκο της διαίρεσης, βάζουμε το πρόσημο «+» .
- Για να διαιρέσουμε δύο ετερόσημους αριθμούς, διαιρούμε τις απόλυτες τιμές τους και στο αποτέλεσμα βάζουμε το πρόσημο «-».

Έχουμε, λοιπόν,

- $\left(+\frac{5}{3}\right) : \left(+\frac{4}{7}\right) = +\left(\frac{5}{3} : \frac{4}{7}\right) = +\left(\frac{5 \cdot 7}{3 \cdot 4}\right) = +\frac{55}{12}$
- $\left(-\frac{8}{5}\right) : \left(+\frac{6}{11}\right) = -\left(\frac{8}{5} : \frac{6}{11}\right) = -\left(\frac{8 \cdot 11}{5 \cdot 6}\right) = -\frac{88}{30} = -\frac{44}{15}$
- $\left(+\frac{10}{3}\right) : (-3) = -\left(\frac{10}{3} : 3\right) = -\left(\frac{10 \cdot 1}{3 \cdot 3}\right) = -\frac{10}{9}$
- $\left(-\frac{7}{2}\right) : \left(-\frac{3}{7}\right) = +\left(\frac{7}{2} : \frac{3}{7}\right) = +\left(\frac{7 \cdot 7}{2 \cdot 3}\right) = +\frac{49}{6}$
- $\left(+\frac{7}{5}\right) : \left(+\frac{13}{10}\right) = +\left(\frac{7}{5} : \frac{13}{10}\right) = +\left(\frac{7 \cdot 10}{5 \cdot 13}\right) = +\frac{70}{65} = +\frac{14}{13}$
- $\left(-\frac{7}{10}\right) : \left(+\frac{14}{5}\right) = -\left(\frac{7}{10} : \frac{14}{5}\right) = -\left(\frac{7 \cdot 5}{10 \cdot 14}\right) = -\frac{35}{140} = -\frac{1}{4}$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 3 – Λύση

- Για να διαιρέσουμε δύο ομόσημους αριθμούς, διαιρούμε τις απόλυτες τιμές τους και στο αποτέλεσμα, που ονομάζεται πηλίκο της διαίρεσης, βάζουμε το πρόσημο «+» .
- Για να διαιρέσουμε δύο ετερόσημους αριθμούς, διαιρούμε τις απόλυτες τιμές τους και στο αποτέλεσμα βάζουμε το πρόσημο «-».

Έχουμε, λοιπόν,

- $(+35) \div (+5) = +(35 \div 5) = +7$
- $(-28) \div (-4) = +(28 \div 4) = +7$
- $(-72) \div (+8) = -(72 \div 8) = -9$
- $(+54) \div (-9) = -(54 \div 9) = -6$
- $(-72) \div (+6) = -(72 \div 6) = -12$
- $(+96) \div (-3) = -(96 \div 3) = -32$
- $(+4,5) \div (-0,9) = -(4,5 \div 0,9) = -5$
- $(-8,75) \div (+0,25) = -(8,75 \div 0,25) = -35$
- $(-1,25) \div (+0,25) = -(1,25 \div 0,25) = -5$

Άσκηση 4 – Λύση

Με βάση την προτεραιότητα των πράξεων έχουμε:

- $(-4 + 7 + 5 - 5) : (+3 - 9) = (3 + 5 - 5) : (-6)$
 $= (8 - 5) : (-6) = 3 : (-6) = -(3 : 6) = -\frac{3}{6} = -\frac{1}{2}$
- $(-6 + 8 - 2 - 14) : (5 - 19) = (2 - 2 - 14) : (-14)$
 $= (0 - 14) : (-14) = (-14) : (-14) = +(14 : 14) = 1$
- $[(-2 + 2) \cdot (4 - 72)] : (3 - 111)$
 $= [0 \cdot (-68)] : (-108) = 0 : (-108) = 0$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 5 – Λύση

Με βάση την προτεραιότητα των πράξεων έχουμε:

$$\begin{aligned} \text{i.} \quad & [(-3) \cdot (+2) \cdot (-5)] : (-12) = [(+3 \cdot 2 \cdot 5)] : (-12) \\ & = (+30) : (-12) = -(30 : 12) = -\frac{30}{12} = -\frac{5}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii.} \quad & [(-8) \cdot (+21) \cdot (-3)] : [(-2) \cdot (+3) \cdot (-36)] \\ & = [(+8 \cdot 21 \cdot 3)] : [(+2 \cdot 3 \cdot 36)] \\ & = (+504) : (+216) = +\frac{504}{216} = \frac{7}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{iii.} \quad & [2 \cdot (-6) \cdot (+3)] : (3 \cdot 2) = [-(2 \cdot 6 \cdot 3)] : 6 \\ & = (-36) : 6 = -(36 : 6) = -6 \end{aligned}$$

Άσκηση 6 – Λύση

- Για να διαιρέσουμε δύο ομόσημους αριθμούς, διαιρούμε τις απόλυτες τιμές τους και στο αποτέλεσμα, που ονομάζεται πηλίκο της διαίρεσης, βάζουμε το πρόσημο «+» .
- Για να διαιρέσουμε δύο ετερόσημους αριθμούς, διαιρούμε τις απόλυτες τιμές τους και στο αποτέλεσμα βάζουμε το πρόσημο «-».

Έχουμε, λοιπόν,

- i. $\alpha : \beta = (-36) : 6 = -(36 : 6) = -6$
- ii. $\alpha : \beta = 144 : (-12) = -(144 : 12) = -12$
- iii. $\alpha : \beta = (-250) : (-25) = +(250 : 25) = +10$
- iv. $\alpha : \beta = 12,6 : 1,8 = 7$
- v. $\alpha : \beta = (-3,60) : 0,6 = -(3,60 : 0,6) = -6$
- vi. $\alpha : \beta = 20,4 : (-0,4) = -(20,4 : 0,4) = -51$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 7 – Λύση

- Για να διαιρέσουμε δύο ομόσημους αριθμούς, διαιρούμε τις απόλυτες τιμές τους και στο αποτέλεσμα, που ονομάζεται πηλίκο της διαίρεσης, βάζουμε το πρόσημο «+» .
- Για να διαιρέσουμε δύο ετερόσημους αριθμούς, διαιρούμε τις απόλυτες τιμές τους και στο αποτέλεσμα βάζουμε το πρόσημο «-».

Έχουμε, λοιπόν,

$$A) \left(-\frac{5}{6}\right) : \left(+\frac{4}{7}\right) = -\left(\frac{5}{6} : \frac{4}{7}\right) = -\left(\frac{5 \cdot 7}{6 \cdot 4}\right) = -\frac{35}{24}$$

$$B) \left(-\frac{3}{5}\right) : \left(-\frac{7}{3}\right) = +\left(\frac{3}{5} : \frac{7}{3}\right) = +\left(\frac{3 \cdot 3}{5 \cdot 7}\right) = +\frac{9}{35}$$

$$Γ) \left(+\frac{15}{9}\right) : \left(-\frac{7}{12}\right) = -\left(\frac{15}{9} : \frac{7}{12}\right) = -\left(\frac{15 \cdot 12}{9 \cdot 7}\right) = -\frac{20}{7}$$

$$Δ) \left(+\frac{6}{7}\right) : \left(+\frac{12}{7}\right) = +\left(\frac{6}{7} : \frac{12}{7}\right) = +\left(\frac{6 \cdot 7}{7 \cdot 12}\right) = +\frac{42}{84} = +\frac{1}{2}$$

Άσκηση 8 – Λύση

Με βάση την προτεραιότητα των πράξεων έχουμε:

$$\begin{aligned} \text{i.} \quad & [(-30) : (+3)] - [(-60) : (-6)] + [(+54) : (-9)] \\ & = [-(30 : 3)] - [+(60 : 6)] + [-(54 : 9)] \\ & = (-10) - (+10) + (-6) \\ & = -10 - 10 - 6 = -20 - 6 = -26 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii.} \quad & [(+40) : (-4)] - [(-350) : (-25)] + (-4 + 12 - 7) \\ & = [-(40 : 4)] - [+(350 : 25)] + (8 - 7) \\ & = -10 - 14 - 1 = -24 - 1 = -25 \end{aligned}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 9 – Λύση

Με βάση την προτεραιότητα των πράξεων έχουμε:

$$\begin{aligned} \text{i.} \quad & (-8 + 122 - 24 + 0 - 12) : (+2) \\ & = (114 - 24 + 0 - 12) : (+2) \\ & = (90 + 0 - 12) : (+2) = (90 - 12) : (+2) \\ & = 78 : (+2) = +(78 : 2) = 39 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii.} \quad & (-24 + 150 - 27 + 18 - 30) : (-5) \\ & = (126 - 27 + 18 - 30) : (-5) \\ & = (99 + 18 - 30) : (-5) \\ & = (117 - 30) : (-5) = 87 : (-5) = -(87 : 5) = -\frac{87}{5} \end{aligned}$$

Άσκηση 10 – Λύση

Με βάση την προτεραιότητα των πράξεων έχουμε:

$$\begin{aligned} \text{i.} \quad & [(+5) \cdot (-12) - (-24) \cdot (+6)] \div (-2) \\ & = [-(5 \cdot 12) - (-24 \cdot 6)] \div (-2) \\ & = [-60 - (-144)] \div (-2) \\ & = (-60 + 144) \div (-2) = 84 \div (-2) \\ & = -(84 \div 2) = -48 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii.} \quad & [(-6) \cdot 7 \cdot (-15) \cdot 8] \div (-3 \cdot 5) \\ & = +(6 \cdot 7 \cdot 15 \cdot 8) \div (-15) \\ & = (+5.040) \div (-15) = -(5.040 \div 15) \\ & = -336 \end{aligned}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 11 - Λύση

a.

- $(+3) : (+3) = +(3 : 3) = +1$
- $(+4) : (+4) = +(4 : 4) = +1$

Όμως, $1 = 1$.Τελικά, $(+3) : (+3) = (+4) : (+4)$.

b.

- $(+15) : (-5) = -(15 : 5) = -3$
- $(-24) : (+8) = -(24 : 8) = -3$

Όμως, $-3 = -3$.Τελικά, $(+15) : (-5) = (-24) : (+8)$.

c.

- $(+2) : (-1) = -(2 : 1) = -2$
- $(-2) : (+2) = -(2 : 2) = -1$

Όμως, $-2 < -1$.Τελικά, $(+2) : (-1) < (-2) : (+2)$.

d.

- $(-56) : (-7) = +(56 : 7) = +8$
- $(+49) : (+8) = +(49 : 8) = +6,125$

Όμως, $8 > 6,125$.Τελικά, $(-56) : (-7) > (+49) : (+6,125)$.**Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!**

e.

- $(+5) : (+9) = +(5 : 9) = +\frac{5}{9}$
- $(+6) : (+8) = +(6 : 8) = +\frac{6}{8} = +\frac{3}{4}$

Όμως, $\frac{5}{9} = \frac{20}{36}$ και $\frac{3}{4} = \frac{27}{36}$.

Οπότε, $\frac{20}{36} < \frac{27}{36}$, δηλαδή $\frac{5}{9} < \frac{3}{4}$.

Τελικά, $(+5) : (+9) < (+6) : (+8)$.

f.

- $(-5) : (-6) = +(5 : 6) = +\frac{5}{6}$
- $(-6) : (-5) = +(6 : 5) = +\frac{6}{5}$

Όμως, $\frac{5}{6} = \frac{25}{30}$ και $\frac{6}{5} = \frac{36}{30}$.

Οπότε, $\frac{25}{30} < \frac{36}{30}$, δηλαδή $\frac{5}{6} < \frac{6}{5}$.

Τελικά, $(-5) : (-6) < (-6) : (-5)$.

g.

- $(-8) : (-4) = +(8 : 4) = +2$
- $(-10) : (+5) = -(10 : 5) = -2$

Όμως, $2 > -2$.

Τελικά, $(-8) : (-4) > (-10) : (+5)$.

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

h.

- $(+1,6) \cdot (-16) = -(1,6 \cdot 16) = -25,6$
- $(+0,9) : (-9) = -(0,9 : 9) = -0,1$

Όμως, $-25,6 < -0,1$.Τελικά, $(+1,6) \cdot (-16) < (+0,9) : (-9)$.**Άσκηση 12 - Λύση**

Αντικαθιστούμε στις παραστάσεις Α και Β τις τιμές $\alpha = +4$, $\beta = -2$, $\gamma = -6$ και με βάση την προτεραιότητα των πράξεων έχουμε:

$$\begin{aligned} A &= [(\alpha - \beta) - 3\beta] : \alpha\gamma^2 \\ &= [(+4 - (-2)) - 3 \cdot (-2)] : (+4) \cdot (-6)^2 \\ &= [(4 + 2) - (-3 \cdot 2)] : (+4) \cdot (+36) \\ &= [6 - (-6)] : (+4) \cdot (+36) = (6 + 6) : (+4) \cdot (+36) \\ &= 12 : (+4) \cdot (+36) = (+12 : 4) \cdot (+36) = (+3) \cdot (+36) \\ &= +(3 \cdot 36) = +108 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= 3\alpha + 1 + (-\beta - \alpha\beta\gamma) : 4 \\ &= 3 \cdot (+4) + 1 + \left(-(-2) - ((+4) \cdot (-2) \cdot (-6)) \right) : 4 \\ &= +(3 \cdot 4) + 1 + \left(2 - (+4 \cdot 2 \cdot 6) \right) : 4 \\ &= 12 + 1 + (2 - (+48)) : 4 = 13 + (2 - 48) : 4 = 13 + (-46) : 4 \\ &= 13 + (-(46 : 4)) = 13 + \left(-\frac{46}{4} \right) = \frac{52}{4} - \frac{46}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

Άσκηση 14 - Λύση

a. Κάνοντας αντικατάσταση στο κλάσμα για $x = -3$ έχουμε:

$$A = \frac{2 \cdot x \cdot 44}{x + 1} = \frac{2 \cdot (-3) \cdot 44}{-3 + 1} = \frac{-(2 \cdot 3 \cdot 44)}{-2} = \frac{-264}{-2} = +132$$

b. Κάνοντας αντικατάσταση στο κλάσμα για $x = -4$ έχουμε:

$$A = \frac{2 \cdot x \cdot 44}{x + 1} = \frac{2 \cdot (-4) \cdot 44}{-4 + 1} = \frac{-(2 \cdot 4 \cdot 44)}{-3} = \frac{-352}{-3} = +\frac{352}{3}$$

c. Κάνοντας αντικατάσταση στο κλάσμα για $x = 0$ έχουμε:

$$A = \frac{2 \cdot x \cdot 44}{x + 1} = \frac{2 \cdot 0 \cdot 44}{0 + 1} = \frac{0}{1} = 0$$

d. Κάνοντας αντικατάσταση στο κλάσμα για $x = \frac{1}{3}$ έχουμε:

$$A = \frac{2 \cdot x \cdot 44}{x + 1} = \frac{2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 44}{\frac{1}{3} + 1} = \frac{2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 44}{\frac{1}{3} + \frac{3}{3}} = \frac{\frac{88}{3}}{\frac{4}{3}} = \frac{88 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{264}{12} = 22$$

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!



Αξίες για μια ζωή!

- ✓ Εξυπνάδα
- ✓ Κριτική Σκέψη
- ✓ Αυτοπεποίθηση



Βρες τον Καθηγητή σου! στο arnos.gr

Ο Καθηγητής - Δάσκαλος arnos.gr:

- ★ **Διδάσκει** μεθοδικά και οργανωμένα με το Τετράδιο Σπουδής.
- ★ **Καθοδηγεί** το Μαθητή να μαθαίνει βήμα - βήμα.
- ★ Οδηγεί στην **Αυτομάθηση**.
- ★ **Υλοποιεί** τους στόχους του μαθήματος.
- ★ **Πιστοποιεί** με διαγωνίσματα την πρόοδο του Μαθητή.

Γιατί επιλέγω Τετράδιο Σπουδής;

- ★ Είναι απαραίτητο διδακτικό εργαλείο βασισμένο στους στόχους του μαθήματος και τον τρόπο Υλοποίησής του.
- ★ Σε αυτό βρίσκεται το υλικό Διδασκαλίας για τον Καθηγητή και Μελέτης για το Μαθητή.
- ★ Το Τετράδιο Σπουδής σε συνδυασμό με το course οδηγούν το **Μαθητή** στην **Αυτομάθηση**.
- ★ Είναι το Φροντιστηριακό Εγχειρίδιο πραγματοποίησης της **online διδασκαλίας με φυσικό τρόπο**.
- ★ Με αυτό **ενημερώνονται** άμεσα **οι γονείς** και **ελέγχουν την πρόοδο** του παιδιού τους.

Τετράδια Σπουδής για:

Γυμνάσιο

Μαθηματικά



Αρχαία



Γλώσσα



Φυσικά



13-15
ετών

