

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο

## 1.5. Αξιοσημείωτες ταυτότητες

## Ερωτήσεις Κατανόησης

1. Να χαρακτηρίσετε με Σ, εάν είναι σωστή, ή Λ, εάν είναι λανθασμένη, κάθε μία από τις ακόλουθες προτάσεις:

α) Η παράσταση  $3x = 3x$  είναι ταυτότητα. Σ Λ

β) Ισχύει ότι:  $(3x + 5)^2 = 9x^2 + 18x + 25$  Σ Λ

γ) Ισχύει ότι:  $(x + 5)^3 = x^3 + 125$  Σ Λ

δ) Ισχύει ότι:  $(-x - 2) \cdot (-x - 2) = x^2 - 4$  Σ Λ

ε) Η ισότητα  $x + y = 0$  είναι ταυτότητα. Σ Λ

2. Να αναπτύξετε τις ακόλουθες ταυτότητες:

α)  $(x - y)^2 = \dots\dots\dots$

β)  $(3x - 4y)^2 = \dots\dots\dots$

γ)  $(4t + 2y^5)^2 = \dots\dots\dots$

δ)  $(3x + 2y)^2 = \dots\dots\dots$

3. Να αναπτύξετε τις ακόλουθες ταυτότητες:

α)  $(x - y) \cdot (x + y) = \dots\dots\dots$

β)  $(3x + 2y) \cdot (3x - 2y) = \dots\dots\dots$

γ)  $(x - y) \cdot (-x - y) = \dots\dots\dots$

4. Να αναπτύξετε τις ακόλουθες ταυτότητες:

α)  $(x - y)^3 = \dots\dots\dots$

β)  $(\alpha + 2b)^2 = \dots\dots\dots$

γ)  $(3x - y^2)^3 = \dots\dots\dots$

δ)  $(2\alpha - b)^3 = \dots\dots\dots$

ε)  $(x + 2y^2)^3 = \dots\dots\dots$

στ)  $(x^2 + 4y^3)^2 = \dots\dots\dots$

### Εφαρμογές - Ασκήσεις

1. Να αναπτύξετε τις ακόλουθες ταυτότητες:

α)  $\left(5 \cdot \alpha - \frac{2}{3} \cdot y\right)^3 = \dots\dots\dots$

β)  $\left(3 \cdot \alpha^3 + \frac{1}{2} \cdot y\right)^2 = \dots\dots\dots$

γ)  $(-2 \cdot \alpha - 1)^3 = \dots\dots\dots$

δ)  $\left(3 \cdot \alpha^3 + \frac{1}{2} \cdot y\right) \cdot \left(3 \cdot \alpha^3 - \frac{1}{2} \cdot y\right) = \dots\dots\dots$

2. Εάν  $x = 2 + \sqrt{3}$  και  $y = 2 - \sqrt{3}$ , να υπολογίσετε τις ακόλουθες παραστάσεις:

α)  $x \cdot y$     β)  $x^2 - y^2$     γ)  $x^2 + y^2$     δ)  $x^3 + y^3$

3. α) Να αποδείξετε ότι:  $\left(\frac{x+3}{2}\right)^2 - \left(\frac{x-3}{2}\right)^2 = 3x$

β) Να λύσετε την εξίσωση:  $\left(\frac{x+3}{2}\right)^2 - \left(\frac{x-3}{2}\right)^2 = 12$

4. α) Να αποδείξετε την ταυτότητα:  $x^3 - \frac{1}{x^3} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3 \cdot \left(x - \frac{1}{x}\right)$

β) Εάν  $x - \frac{1}{x} = 8$ , να βρείτε το αριθμό:  $K = x^3 - \frac{1}{x^3}$