

Μαζί μας η Εκπαίδευση γίνεται παιχνίδι



Μαθηματικά

Τετράδιο Σπουδής

α τεύχος

Α'

Γυμνασίου

 **ΑΡΝΟΣ**
Online Education



ΠΥΘΑΓΟΡΑΣ Ο ΣΑΜΙΟΣ
580-496 ΠΧ

★ **100%** ★
ΕΠΙΤΥΧΙΑ
Μέθοδος
ΑΡΝΟΣ

Τετράδιο Σπουδής - Γιατί;

Το Τετράδιο Σπουδής ΑΡΝΟΣ είναι βασισμένο στη Μέθοδο ΑΡΝΟΣ, ένα σύστημα μάθησης με Στόχους – Υλοποίηση – Πιστοποίηση.

Βοηθάει το μαθητή να οικοδομήσει τη σκέψη του βήμα-βήμα, απλά και κατανοητά. Είναι Φροντιστηριακό Εγχειρίδιο βάσει του οποίου γίνεται η διδασκαλία στο online μάθημα με «φυσικό» τρόπο. Ο δάσκαλος γράφει και υπογραμμίζει παράλληλα με το μαθητή.

Το Τετράδιο Σπουδής αποτελείται από:

- ★ Οπτικοποιημένη Θεωρία με ροή & συνέχεια
- ★ Ασκήσεις για Διδασκαλία και Εξάσκηση
- ★ Συνδυαστικές και Επαναληπτικές Ασκήσεις
- ★ Θέματα Προσομοίωσης Εξετάσεων

Πιστοποίηση Γνώσεων

Σε προγραμματισμένες ημερομηνίες διεξάγονται online ή/και δια ζώσης **Επαναληπτικά Τεστ Αξιολόγησης** στα οποία ο μαθητής πιστοποιεί και επαληθεύει τις γνώσεις του.

Για τους Γονείς

Πώς ο γονέας μπορεί να έχει εικόνα και εποπτεία στην πρόοδο του παιδιού του;

Το Τετράδιο Σπουδής είναι σχεδιασμένο με τέτοιον τρόπο για τη βήμα – βήμα εξάσκηση του μαθητή, μεταβαίνοντας με ασφάλεια από τα πιο απλά στα πιο σύνθετα. Επίσης, είναι ένας φυσικός τρόπος ο Γονέας να ελέγχει την πρόοδο του παιδιού του.

Πώς γίνεται η εποπτεία από το γονέα;

Σε κάθε μάθημα ελέγχει την ορθότητα των λύσεων, την κατανόηση και τη συμμετοχή του παιδιού στα μαθήματα.

Διδασκαλία στον ΑΡΝΟ σημαίνει:

- ★ Απεριόριστη μελέτη με video lessons
- ★ Αυτομάθηση στο App Arnos Learn
- ★ Coaching εξατομικευμένο
- ★ Μοτίβα Μάθησης και Εξάσκησης
- ★ Κάθε Απορία για εμάς είναι Πρόκληση!

★ Μέθοδος ΑΡΝΟΣ

Η **Μέθοδος ΑΡΝΟΣ** οδηγεί κάθε μαθητή, ανεξαρτήτως γνώσεων ή επιπέδου, να μελετά από το επίπεδο όπου αισθάνεται άνετα, ώστε να διαμορφώσει γερές βάσεις για μάθηση.

Live Διδασκαλία Το online μάθημα γίνεται με φυσικό τρόπο, γιατί συνδυάζει την Τεχνολογία, το Πνεύμα, την Οργάνωση και την Εμπειρία.

Τετράδιο Σπουδής Είναι ο οδηγός για τη διδασκαλία του μαθήματος, την εξάσκηση του μαθητή και την πραγματοποίηση της online διδασκαλίας με Λόγο, Εικόνα και Παρατήρηση.

Καθηγητής Είναι ο σκηνοθέτης της διδακτικής πράξης, ο οποίος δρα σε ένα οργανωμένο εκπαιδευτικό οικοσύστημα με Στόχους, Μαθησιακό Πλάνο και Ευθύνη.

«Μέθοδος ΑΡΝΟΣ... το καταστάλαγμα μιας πορείας 35 ετών με εκπαιδευτικές και εκδοτικές επιτυχίες, με ταξίδια πολιτισμού, συμμετοχή σε Διεθνείς Εκθέσεις και αποτυχίες... μα, κυρίως, η παρακαταθήκη του ζευγολάτη πατέρα - Αρνού.»

Γιάννης Π. Κρόκος



Μαθηματικά Α΄ Γυμνασίου – 1^ο Τετράδιο Σπουδής

Απαγορεύεται η αναδημοσίευση και γενικά η ολική, μερική ή περιληπτική αναπαραγωγή και μετάδοση έστω και μιας σελίδας του παρόντος βιβλίου κατά παράφραση ή διασκευή με οποιονδήποτε τρόπο (μηχανικό, ηλεκτρονικό, φωτοτυπικό κ.λπ. – Ν. 2121/93, άρθρο 51).

Η απαγόρευση αυτή ισχύει και για τις δημόσιες υπηρεσίες, βιβλιοθήκες, οργανισμούς κ.λπ. (άρθρο 18). Οι παραβάτες διώκονται (άρθρο 13) και τους επιβάλλονται κατάσχεση, αστικές και ποινικές κυρώσεις σύμφωνα με το νόμο (άρθρο 64-66).

Συντακτική Ομάδα Κέντρου ΑΡΝΟΣ

Διευθυντής σειράς: Ιωάννης Π. Κρόκος
Συνεργάστηκαν: Μαρία Παππά
Παναγιώτης Τσελίφης
Βασίλειος Κ. Τσιλιβής

ΑΡΝΟΣ ONLINE EDUCATION

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Μέρος Α΄: Αριθμητική - Άλγεβρα

1^ο Κεφάλαιο: Φυσικοί αριθμοί

1.1. Φυσικοί αριθμοί – Διάταξη φυσικών αριθμών - Στρογγυλοποίηση.....	4
1.2. Πρόσθεση – αφαίρεση και πολλαπλασιασμός φυσικών αριθμών	16
1.3. Δυνάμεις φυσικών αριθμών	36
1.4. Ευκλείδεια Διαίρεση - Διαιρετότητα.....	48
1.5. Χαρακτήρες Διαιρετότητας – Μ.Κ.Δ – Ε.Κ.Π Ανάλυση αριθμού σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.....	59

2^ο Κεφάλαιο: Κλάσματα

2.1. Η έννοια του κλάσματος	73
2.2. Ισοδύναμα κλάσματα	83
2.3. Σύγκριση κλασμάτων.....	98
2.4. Πρόσθεση και Αφαίρεση κλασμάτων	109
2.5. Πολλαπλασιασμός κλασμάτων.....	117
2.6. Διαίρεση κλασμάτων.....	124

Κεφάλαιο 1 : Φυσικοί Αριθμοί

1.1. Φυσικοί αριθμοί - Διάταξη - Στρογγυλοποίηση

Στόχοι διδακτικής ενότητας

- ✓ Τι είναι οι φυσικοί αριθμοί; Ποιοι φυσικοί είναι οι ζυγοί και ποιοι οι μονοί ;
- ✓ Πως αντιστοιχίζουμε τους φυσικούς αριθμούς με σημεία του άξονα;
- ✓ Πως γίνεται η σύγκριση των φυσικών αριθμών;
- ✓ Τι είναι η στρογγυλοποίηση φυσικών αριθμών ; Πώς στρογγυλοποιούμε φυσικούς αριθμούς;

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Σύντομη Θεωρία

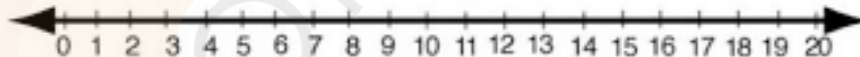
Φυσικοί αριθμοί – Άρτιοι και περιττοί

- Οι αριθμοί 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 98, 99, 100 1999, 2000, 2001, ... ονομάζονται **φυσικοί αριθμοί**.
- Οι φυσικοί αριθμοί χωρίζονται σε δύο κατηγορίες: τους **άρτιους** ή **ζυγούς** και τους **περιττούς** ή **μονούς**.
- **Άρτιοι** λέγονται οι φυσικοί αριθμοί που διαιρούνται με το **2** και **περιττοί** εκείνοι που δεν διαιρούνται με το **2**.

Σύγκριση – διάταξη φυσικών αριθμών

Η δυνατότητα αυτή υπάρχει γιατί η αξία ενός ψηφίου καθορίζεται μόνο από τη θέση που κατέχει, δηλαδή τη δεκαδική τάξη του (μονάδες, δεκάδες, εκατοντάδες, χιλιάδες, δεκάδες χιλιάδες, εκατοντάδες χιλιάδες, ...).

- Χρησιμοποιούμε τα παρακάτω σύμβολα:
το = που σημαίνει "**ίσος με**",
το < που σημαίνει "**μικρότερος από**" και
το > που σημαίνει "**μεγαλύτερος από**".
- Μπορούμε **πάντα** να συγκρίνουμε δύο φυσικούς αριθμούς μεταξύ τους. Επομένως έχουμε τη δυνατότητα να **διατάξουμε** τους φυσικούς αριθμούς **από το μικρότερο προς το μεγαλύτερο**, δηλαδή με **αύξουσα** σειρά μεγέθους.



Για παράδειγμα:

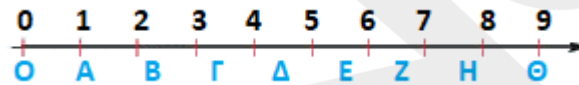
$$0 < 1 < 2 < 3 < \dots < 10 < 11 < 12 < \dots < 20 < \dots < 297 < \dots < 1000 < \dots$$

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Τοποθέτηση των φυσικών πάνω στον άξονα

- Η δυνατότητα αυτή, της διάταξης των φυσικών αριθμών, επιτρέπει να τους τοποθετήσουμε πάνω σε μια ευθεία γραμμή με τον παρακάτω τρόπο:

Διαλέγουμε αυθαίρετα ένα σημείο **Ο** της ευθείας, που το λέμε **αρχή**, για να παραστήσουμε τον αριθμό **0**. Μετά δεξιά από το σημείο **Ο** διαλέγουμε ένα άλλο σημείο **Α**, που παριστάνει τον αριθμό **1**. Τότε, με μονάδα μέτρησης το **ΟΑ**, βρίσκουμε τα σημεία που παριστάνουν τους αριθμούς: **2, 3, 4, 5, ...**



Στρογγυλοποίηση

- Πολλές φορές αντικαθιστούμε ένα φυσικό αριθμό με μια προσέγγισή του, δηλαδή κάποιο άλλο λίγο μικρότερο ή λίγο μεγαλύτερο του. Τη διαδικασία αυτή την ονομάζουμε **στρογγυλοποίηση**.
- Για να στρογγυλοποιήσουμε ένα φυσικό αριθμό:
 - Προσδιορίζουμε τη τάξη στην οποία θα γίνει η στρογγυλοποίηση.
 - Εξετάζουμε το ψηφίο της αμέσως μικρότερης τάξης.
 - Αν αυτό είναι **μικρότερο** του **5** (δηλαδή **0, 1, 2, 3 ή 4**), το ψηφίο αυτό και όλα τα ψηφία των μικρότερων τάξεων **μηδενίζονται**.
 - Αν είναι **μεγαλύτερο ή ίσο** του **5** (δηλαδή **5, 6, 7, 8 ή 9**), το ψηφίο αυτό και όλα τα ψηφία των μικρότερων τάξεων μηδενίζονται και το ψηφίο της τάξης στρογγυλοποίησης **αυξάνεται κατά 1**.

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Ερωτήσεις Κατανόησης

1. Να χαρακτηρίσετε ως σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ) τις παρακάτω προτάσεις:
- i) Το 2στον αριθμό 1.274.395 εκφράζει το ψηφίο των εκατοντάδων.
 - ii) Το 6 στον αριθμό 3.456 εκφράζει το ψηφίο των μονάδων.
 - iii) Δέκα χιλιάδες είναι μία δεκάδα χιλιάδα.
 - iv) Στον αριθμό 6.905 το 0 εκφράζει το ψηφίο των δεκάδων.
 - v) Δεν υπάρχει φυσικός αριθμός μεταξύ του 4 και του 7.
 - vi) Υπάρχει ένας φυσικός αριθμός ανάμεσα στο 3 και 4.
 - vii) Σε οκτώ μέρες από σήμερα που είναι Πέμπτη θα είναι Παρασκευή.
 - viii) Ανάμεσα στους αριθμούς 23 και 26 υπάρχει ένας άρτιος και ένας περιττός φυσικός αριθμός.
 - ix) Περιττοί λέγονται οι αριθμοί που διαιρούνται με το 2.
 - x) Ο αριθμός 22 είναι άρτιος.
 - xi) Ο αριθμός 33 είναι άρτιος.
 - xii) Ο αριθμός 30.203 σε φυσική γλώσσα διαβάζεται τριάντα χιλιάδες διακόσια τρία.
 - xiii) Ισχύει $34.123 < 34.113$.
 - xiv) Ισχύει $304 > 208$.
 - xv) Δεν μπορούμε να τοποθετήσουμε άρτιους και περιττούς αριθμούς στον ίδιο άξονα.
 - xvi) Δεν μπορούμε να στρογγυλοποιήσουμε έναν αριθμό τηλεφώνου.

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

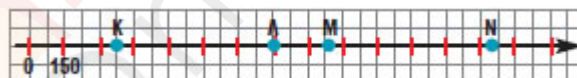
2. Συμπλήρωσε το κενό στις παρακάτω προτάσεις:

- i) Ποιος φυσικός αριθμός έχει μόνο επόμενο; _____
- ii) Ο επόμενος αριθμός του 1.999 είναι ο _____
- iii) Ο προηγούμενος αριθμός του 899 είναι ο _____
- iv) Γράψε με ψηφία τον αριθμό «χίλια τριάντα» _____
- v) Ο μεθεπόμενος αριθμός του 7.887 είναι ο _____
- vi) Ο αριθμός 3.455 αν στρογγυλοποιηθεί στην πλησιέστερη δεκάδα γίνεται _____
- vii) Ο αριθμός 101.234 αν στρογγυλοποιηθεί στην πλησιέστερη εκατοντάδα γίνεται _____
- viii) Ο αριθμός 9.999 αν στρογγυλοποιηθεί στην πλησιέστερη δεκάδα γίνεται _____

3. Συμπλήρωσε το κενό με τα σύμβολα $<$, $>$, $=$:

- i) 4.567 4.566
- ii) 0203 203
- iii) 90.876 86.945
- iv) 88 89
- v) 901 ... 9.001

4. Απαντήστε με σωστό (Σ) ή λάθος (Λ) στις επόμενες ερωτήσεις που αφορούν το παρακάτω σχήμα:



- i) Το σημείο Κ αντιστοιχεί στον αριθμό 370.
- ii) Στο σημείο Λ αντιστοιχεί ο αριθμός 1.050.
- iii) Στο σημείο Ν αντιστοιχεί ο αριθμός 1.875.
- iv) Στο σημείο Μ αντιστοιχεί ο αριθμός 1.200.

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Ασκήσεις για Διδασκαλία

1. Γράψε με ψηφία τους αριθμούς που δίνονται στη φυσική γλώσσα:
 - i) Τριακόσια πέντε
 - ii) Επτακόσια πενήντα δύο
 - iii) Είκοσι χιλιάδες δέκα τέσσερα
 - iv) Εννιακόσια πέντε
2. Γράψε σε φυσική γλώσσα τους αριθμούς :
 - i) 35.679
 - ii) 403.788
 - iii) 904
 - iv) 99
 - v) 1.000.405
3. Γράψε όλους τους άρτιους που βρίσκονται ανάμεσα στο 20 και στο 90.
4. Γράψε όλους τους περιττούς που βρίσκονται ανάμεσα στο 10 και στο 90.
5. Τοποθέτησε σε αύξουσα σειρά τους φυσικούς : 3.478, 3.456, 2.345, 5.678, 4.909.
6. Τοποθέτησε σε φθίνουσα σειρά τους φυσικούς : 5.667, 10.000, 9.886, 7.789.

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

7. Να τοποθετήσετε τους αριθμούς 9, 25, 33, 46, 89 σε άξονα με κατάλληλη μονάδα.

8. Να γράψετε όλους τους διψήφιους αριθμούς των οποίων το ψηφίο των δεκάδων είναι περιττό και μεγαλύτερο κατά 4 από το ψηφίο των μονάδων.

9. Ο Γιώργος διάβασε σήμερα σε ένα λογοτεχνικό βιβλίο από τη σελίδα 123 μέχρι τη σελίδα 221. Πόσες σελίδες διάβασε;

10. Πόσοι αριθμοί βρίσκονται ανάμεσα στο μικρότερο και στο μεγαλύτερο τριψήφιο αριθμό;

11. Πόσοι αριθμοί βρίσκονται ανάμεσα στο μικρότερο και στο μεγαλύτερο διψήφιο αριθμό;

12. Πόσοι αριθμοί βρίσκονται ανάμεσα στο μικρότερο και στο μεγαλύτερο τετραψήφιο αριθμό;

13. Στρογγυλοποίησε στην πλησιέστερη εκατοντάδα τους αριθμούς:
234, 1.567, 1.009, 824.

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

14. Στρογγυλοποίησε τον αριθμό 9.789.991 στις πλησιέστερες:

- i) δεκάδες
- ii) εκατοντάδες
- iii) χιλιάδες
- iv) δεκάδες χιλιάδες
- v) εκατοντάδες χιλιάδες

15. Να στρογγυλοποιηθούν στη πλησιέστερη δεκάδα τους αριθμούς που επιτρέπεται να στρογγυλοποιηθούν :

- i) Ταχύτητα : $245 \frac{km}{h}$
- ii) Αριθμός ταυτότητας : ZMI 8770
- iii) Βάρος: 78 kg
- iv) Απόσταση: 789 Km
- v) Ύψος οροσειράς: 2.765 m
- vi) Αριθμός τηλεφώνου : 2106845678
- vii) ΑΦΜ: 078979787

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Ασκήσεις για Μελέτη

1. Γράψε με ψηφία τους αριθμούς που δίνονται στη φυσική γλώσσα:
 - i) Τριακόσια επτά
 - ii) πεντακόσια πενήντα δύο
 - iii) δέκα χιλιάδες δέκα επτά
 - iv) Οκτακόσια τρία

2. Γράψε σε φυσική γλώσσα τους αριθμούς :
 - i) 16.776
 - ii) 501.418
 - iii) 84
 - iv) 909
 - v) 2.001.401

3. Γράψε όλους τους άρτιους που βρίσκονται ανάμεσα στο 10 και στο 100.

4. Γράψε όλους τους περιττούς που βρίσκονται ανάμεσα στο 30 και στο 90.

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

5. Α. Να γράψετε σε φυσική γλώσσα τους αριθμούς:

12,517, 2.453, 1.821, 59.870, 507.532, 2.234.709.

Β. Να βρείτε πόσες δεκάδες, εκατοντάδες, χιλιάδες και δεκάδες χιλιάδες έχουν οι παραπάνω αριθμοί.

6. Τοποθέτησε σε αύξουσα σειρά τους φυσικούς : 2.458, 4.256, 3.143, 5.577, 4.207.

7. Τοποθέτησε σε φθίνουσα σειρά τους φυσικούς : 7.667, 11.000, 19.585, 17.719.

8. Να τοποθετήσετε το κατάλληλο σύμβολο (>, =, <) στα παρακάτω ζεύγη αριθμών:

24 .. 42

417 .. 0417

5.234 .. 5.324

9.020 .. 9.002

5.568 .. 5.659

8.948 .. 89.480

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

9. Α. Να γράψετε όλους τους φυσικούς αριθμούς που προκύπτουν με το συνδυασμό των ψηφίων 6, 7, 8. Κάθε αριθμός θα πρέπει να έχει μόνο τα τρία παραπάνω ψηφία από μία φορά.
Β. Να διαχωρίσετε τους αριθμούς που προέκυψαν σε άρτιους και περιττούς.
Γ. Να διατάξετε τους αριθμούς αυτούς σε φθίνουσα σειρά.
10. Να τοποθετήσετε τους αριθμούς 19, 45, 63, 46, 99 σε άξονα με κατάλληλη μονάδα.
11. Να γράψετε όλους τους διψήφιους αριθμούς των οποίων το ψηφίο των δεκάδων είναι περιττό και μεγαλύτερο κατά 5 από το ψηφίο των μονάδων.
12. Η Μαρία διάβασε σήμερα από τη σελίδα 23 μέχρι τη σελίδα 235. Πόσες σελίδες διάβασε;
13. Πόσοι αριθμοί βρίσκονται ανάμεσα στο μικρότερο και στο μεγαλύτερο πενταψήφιο αριθμό;

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!



Αξίες για μια ζωή!

- ✓ Εξυπνάδα
- ✓ Κριτική Σκέψη
- ✓ Αυτοπεποίθηση



Βρες τον Καθηγητή σου!
στο arnos.gr

Ο Καθηγητής - Δάσκαλος arnos.gr:

- ★ **Διδάσκει** μεθοδικά και οργανωμένα με το Τετράδιο Σπουδής.
- ★ **Καθοδηγεί** το Μαθητή να μαθαίνει βήμα - βήμα.
- ★ Οδηγεί στην **Αυτομάθηση**.
- ★ **Υλοποιεί** τους στόχους του μαθήματος.
- ★ **Πιστοποιεί** με διαγωνίσματα την πρόοδο του Μαθητή.

Γιατί επιλέγω Τετράδιο Σπουδής;

- ★ Είναι απαραίτητο διδακτικό εργαλείο βασισμένο στους στόχους του μαθήματος και τον τρόπο Υλοποίησής του.
- ★ Σε αυτό βρίσκεται το υλικό Διδασκαλίας για τον Καθηγητή και Μελέτης για το Μαθητή.
- ★ Το Τετράδιο Σπουδής σε συνδυασμό με το course οδηγούν το **Μαθητή** στην **Αυτομάθηση**.
- ★ Είναι το Φροντιστηριακό Εγχειρίδιο πραγματοποίησης της **online διδασκαλίας με φυσικό τρόπο**.
- ★ Με αυτό **ενημερώνονται** άμεσα **οι γονείς** και **ελέγχουν την πρόοδο** του παιδιού τους.

Τετράδια Σπουδής για:

Γυμνάσιο

Μαθηματικά



Αρχαία



Γλώσσα



Φυσικά



13-15
ετών

