

Μαζί μας η Εκπαίδευση γίνεται παιχνίδι



# Μαθηματικά

## Τετράδιο Σπουδής

### Α τεύχος

Ε'  
Δημοτικού

 **ΑΡΝΟΣ**  
Online Education



2 4 5  
6 8 7  
0 1 3 9

★ 100% ★  
ΕΠΙΤΥΧΙΑ  
Μέθοδος  
ΑΡΝΟΣ

## Τετράδιο Σπουδής - Γιατί;

Το Τετράδιο Σπουδής ΑΡΝΟΣ είναι βασισμένο στη Μέθοδο ΑΡΝΟΣ, ένα σύστημα μάθησης με Στόχους – Υλοποίηση – Πιστοποίηση.

Βοηθάει το μαθητή να οικοδομήσει τη σκέψη του βήμα-βήμα, απλά και κατανοητά. Είναι Φροντιστηριακό Εγχειρίδιο βάσει του οποίου γίνεται η διδασκαλία στο online μάθημα με «φυσικό» τρόπο. Ο δάσκαλος γράφει και υπογραμμίζει παράλληλα με το μαθητή.

Το Τετράδιο Σπουδής αποτελείται από:

- ★ Οπτικοποιημένη Θεωρία με ροή & συνέχεια
- ★ Ασκήσεις για Διδασκαλία και Εξάσκηση
- ★ Συνδυαστικές και Επαναληπτικές Ασκήσεις
- ★ Θέματα Προσομοίωσης Εξετάσεων

### Πιστοποίηση Γνώσεων

Σε προγραμματισμένες ημερομηνίες διεξάγονται online ή/και δια ζώσης **Επαναληπτικά Τεστ Αξιολόγησης** στα οποία ο μαθητής πιστοποιεί και επαληθεύει τις γνώσεις του.

## Για τους Γονείς

### Πώς ο γονέας μπορεί να έχει εικόνα και εποπτεία στην πρόοδο του παιδιού του;

Το Τετράδιο Σπουδής είναι σχεδιασμένο με τέτοιον τρόπο για τη βήμα – βήμα εξάσκηση του μαθητή, μεταβαίνοντας με ασφάλεια από τα πιο απλά στα πιο σύνθετα. Επίσης, είναι ένας φυσικός τρόπος ο Γονέας να ελέγχει την πρόοδο του παιδιού του.

### Πώς γίνεται η εποπτεία από το γονέα;

Σε κάθε μάθημα ελέγχει την ορθότητα των λύσεων, την κατανόηση και τη συμμετοχή του παιδιού στα μαθήματα.

### Διδασκαλία στον ΑΡΝΟ σημαίνει:

- ★ Απεριόριστη μελέτη με video lessons
- ★ Αυτομάθηση στο App Arnos Learn
- ★ Coaching εξατομικευμένο
- ★ Μοτίβα Μάθησης και Εξάσκησης
- ★ Κάθε Απορία για εμάς είναι Πρόκληση!

## ★ Μέθοδος ΑΡΝΟΣ

Η **Μέθοδος ΑΡΝΟΣ** οδηγεί κάθε μαθητή, ανεξαρτήτως γνώσεων ή επιπέδου, να μελετά από το επίπεδο όπου αισθάνεται άνετα, ώστε να διαμορφώσει γερές βάσεις για μάθηση.

**Live Διδασκαλία** Το online μάθημα γίνεται με φυσικό τρόπο, γιατί συνδυάζει την Τεχνολογία, το Πνεύμα, την Οργάνωση και την Εμπειρία.

**Τετράδιο Σπουδής** Είναι ο οδηγός για τη διδασκαλία του μαθήματος, την εξάσκηση του μαθητή και την πραγματοποίηση της online διδασκαλίας με Λόγο, Εικόνα και Παρατήρηση.

**Καθηγητής** Είναι ο σκηνοθέτης της διδακτικής πράξης, ο οποίος δρα σε ένα οργανωμένο εκπαιδευτικό οικοσύστημα με Στόχους, Μαθησιακό Πλάνο και Ευθύνη.

*«Μέθοδος ΑΡΝΟΣ... το καταστάλαγμα μιας πορείας 35 ετών με εκπαιδευτικές και εκδοτικές επιτυχίες, με ταξίδια πολιτισμού, συμμετοχή σε Διεθνείς Εκθέσεις και αποτυχίες... μα, κυρίως, η παρακαταθήκη του ζευγολάτη πατέρα - Αρνού.»*

Γιάννης Π. Κρόκος



# Τετράδιο Σπουδής

1<sup>ο</sup> Τεύχος

## Μαθηματικά Ε΄ Δημοτικού

ΛΥΣΕΙΣ - ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

- Οδηγός για τη Διδασκαλία του Καθηγητή
- Οδηγός για τη Μελέτη του Μαθητή
- Διδασκαλία Online με φυσικό τρόπο
- Τόπος Εποπτείας Προόδου από το Γονέα
- Διδασκαλία με Πιστοποιημένους Καθηγητές ΑΡΝΟΣ

ΑΘΗΝΑ 2021

## Μαθηματικά Ε΄ Δημοτικού – Λύσεις 1<sup>ου</sup> Τετραδίου Σπουδής

Απαγορεύεται η αναδημοσίευση και γενικά η ολική, μερική ή περιληπτική αναπαραγωγή και μετάδοση έστω και μιας σελίδας του παρόντος βιβλίου κατά παράφραση ή διασκευή με οποιονδήποτε τρόπο (μηχανικό, ηλεκτρονικό, φωτοτυπικό κ.λπ. – Ν. 2121/93, άρθρο 51).

Η απαγόρευση αυτή ισχύει και για τις δημόσιες υπηρεσίες, βιβλιοθήκες, οργανισμούς κ.λπ. (άρθρο 18). Οι παραβάτες διώκονται (άρθρο 13) και τους επιβάλλονται κατάσχεση, αστικές και ποινικές κυρώσεις σύμφωνα με το νόμο (άρθρο 64-66).

### Συντακτική Ομάδα Κέντρου ΑΡΝΟΣ

**Διευθυντής σειράς:** Ιωάννης Π. Κρόκος  
**Συνεργάστηκαν:** Νικόλαος Χριστόπουλος  
Βασίλειος Κ. Τσιλιβής

ΑΡΝΟΣ ONLINE EDUCATION



# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

---

---

## Ενότητα 1

Κεφάλαιο 1: Υπενθύμηση – Α' μέρος .....	5
Κεφάλαιο 2: Υπενθύμηση – Β' μέρος .....	11
Κεφάλαιο 3: Πώς λύνουμε ένα πρόβλημα.....	15
Κεφάλαιο 4: Οι φυσικοί αριθμοί.....	20
Κεφάλαιο 5: Αξία θέσης ψηφίου στους φυσικούς αριθμούς.....	25
Κεφάλαιο 6: Σύγκριση και διάταξη στους φυσικούς αριθμούς.....	29
Κεφάλαιο 7: Στρογγυλοποίηση και διάταξη στους φυσικούς αριθμούς .....	32

## Ενότητα 2

Κεφάλαιο 8: Η πρόσθεση και η αφαίρεση στους φυσικούς αριθμούς.....	37
Κεφάλαιο 9: Ο πολλαπλασιασμός στους φυσικούς αριθμούς .....	43
Κεφάλαιο 10: Πολλαπλάσια και διαιρέτες.....	48
Κεφάλαιο 11: Κριτήρια διαιρετότητας.....	55
Κεφάλαιο 12: Η διαίρεση τους φυσικούς αριθμούς.....	59

### Ενότητα 3

Κεφάλαιο 13: Οι κλασματικοί αριθμοί.....	63
Κεφάλαιο 14: Κλάσματα μεγαλύτερα της ακέραιης μονάδας .....	73
Κεφάλαιο 15: Το κλάσμα ως πηλίκο διαίρεσης.....	79
Κεφάλαιο 16: Ισοδυναμία κλασμάτων – Απλοποίηση κλασμάτων.....	82
Κεφάλαιο 17: Σύγκριση και διάταξη κλασμάτων.....	87
Κεφάλαιο 18: Πρόσθεση και αφαίρεση κλασμάτων.....	93
Κεφάλαιο 19: Πολλαπλασιασμός φυσικού αριθμού ή κλάσματος με κλάσμα – Αντίστροφοι αριθμοί.....	99
Κεφάλαιο 20: Διαίρεση κλασμάτων.....	105
Κεφάλαιο 21: Αναγωγή στην κλασματική μονάδα.....	110

## Ενότητα 1: Οι Φυσικοί Αριθμοί

### Κεφάλαιο 1. Υπενθύμιση – Α' μέρος

#### Προσδοκώμενοι Στόχοι για τους μαθητές

1. Να διαβάζουν, να γράφουν και να διατάσσουν αριθμούς ως το 1.000.000.
2. Να διερευνούν και να εφαρμόζουν στρατηγικές νοερών υπολογισμών τεσσάρων πράξεων.
3. Να εφαρμόζουν τους αλγορίθμους της πρόσθεσης, της αφαίρεσης και του πολλαπλασιασμού, καθώς και της διαίρεσης με μονοψήφιο και διψήφιο διαιρέτη.
4. Να προσθέτουν και να αφαιρούν δεκαδικούς αριθμούς
5. Να αναγνωρίζουν τους κλασματικούς, τους δεκαδικούς και τους συμμιγείς αριθμούς, καθώς και τις σχέσεις μεταξύ τους.

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

**Λύσεις Ασκήσεων - Προβλημάτων****Άσκηση 1 - Λύση**

Αντικαθιστούμε τις λέξεις που δηλώνουν αριθμούς με τα αντίστοιχα αριθμητικά ψηφία.

- α. 702
- β. 1.003
- γ. 6.020
- δ. 908.051
- ε. 5.000.006

**Άσκηση 2 - Λύση**

Οι αριθμοί χωρίζονται ανά τριψήφιες ομάδες από τα δεξιά προς τα αριστερά που διαχωρίζονται μεταξύ τους από μία τελεία. Η πρώτη τριψήφια ομάδα από δεξιά προς τα αριστερά αποτελείται από : Μονάδες, Δεκάδες και Εκατοντάδες. Η δεύτερη τριψήφια ομάδα από δεξιά προς τα αριστερά αποτελείται από : Μονάδες Χιλιάδων, Δεκάδες Χιλιάδες και Εκατοντάδες Χιλιάδων. Κατά τον ίδιο τρόπο ακολουθεί η τριψήφια ομάδα των εκατομμυρίων και των δισεκατομμυρίων.

Επομένως αφού το ψηφίο 8 στην άσκησή μας έχει κάθε φορά διαφορετική θέση φανερώνει κάθε φορά και διαφορετική αξία.

- α. 49.07**8** -> Φανερώνει μονάδες
- β. 1.3**8**5 -> Φανερώνει δεκάδες
- γ. 20**8**.964 -> Φανερώνει μονάδες χιλιάδων
- δ. 39.**8**01 -> Φανερώνει εκατοντάδες
- ε. **8**00.973 -> Φανερώνει εκατοντάδες χιλιάδων
- στ. **18**2.002-> Φανερώνει δεκάδες χιλιάδες

**Απλά και Κατανοητά η Γνώση!**



**Άσκηση 3 - Λύση**

Για να σχηματίσω τετραψήφιους φυσικούς αριθμούς τοποθετώ κάθε φορά το κάθε ψηφίο σε διαφορετική θέση μέσα στον αριθμό ώστε να έχει διαφορετική αξία.

Έτσι οι αριθμοί που προκύπτουν είναι : **247, 274, 472, 427, 742, 724**

Μεγαλύτερος αριθμός είναι εκείνος που έχει στη θέση των εκατοντάδων τον μεγαλύτερο αριθμό και αντίστοιχα μικρότερος αριθμός θα είναι εκείνος που έχει στη θέση των εκατοντάδων τον μικρότερο αριθμό. Αν οι αριθμοί είναι ίδιοι τότε συγκρίνω κατά τον ίδιο τρόπο τις δεκάδες ή αν χρειαστεί τις μονάδες.

Άρα η τοποθέτησή τους σε αύξουσα σειρά (από τον μικρότερο προς τον μεγαλύτερο) είναι η εξής:

$$247 < 274 < 427 < 472 < 724 < 742$$

**Άσκηση 4 - Λύση**

Αναλύουμε τον κάθε αριθμό σε Μονάδες, Δεκάδες, Εκατοντάδες, Μονάδες χιλιάδων, Δεκάδες χιλιάδες, Εκατοντάδες χιλιάδες, Μονάδες εκατομμυρίων, Δεκάδες εκατομμύρια και Εκατοντάδες εκατομμύρια.

$$893.250 = (8 \times 100.000) + (9 \times 10.000) + (3 \times 1.000) + (2 \times 100) + (5 \times 10) + (0 \times 1)$$

$$4.912.753 = (4 \times 1.000.000) + (9 \times 100.000) + (1 \times 10.000) + (2 \times 1.000) + (7 \times 100) + (5 \times 10) + (3 \times 1)$$

$$68.032 = (6 \times 10.000) + (8 \times 1.000) + (0 \times 100) + (3 \times 10) + (2 \times 1)$$

$$27.050.641 = (2 \times 10.000.000) + (7 \times 1.000.000) + (0 \times 100.000) + (5 \times 10.000) + (0 \times 1.000) + (6 \times 100) + (4 \times 10) + (0 \times 1)$$

**Άσκηση 5 - Λύση**

Για να βρούμε τον προηγούμενο ενός αριθμού αφαιρούμε από τον αριθμό αυτόν -1 και για να βρούμε τον επόμενο προσθέτουμε +1

$$237.089 < \mathbf{237.090} < 237.091$$

$$129.758 < \mathbf{129.759} < 129.760$$

$$679.999 < \mathbf{680.000} < 680.001$$

$$544.199 < \mathbf{544.200} < 544.201$$

$$777.109 < \mathbf{777.110} < 777.111$$

*Απλά και Κατανοητά η Γνώση!*

**Άσκηση 6 - Λύση**

Στο σύμβολο της ανισότητας η μύτη κοιτάζει πάντα τον μικρότερο αριθμό.

$$328.908 < 382.908$$

$$5.640 > 5.460$$

$$890.092 = 890.092$$

$$359.908 > 359.809$$

$$35.732 < 36.032$$

**Άσκηση 7 - Λύση**

Στις προσθέσεις με τον νου τριών αριθμών και πάνω υπολογίζουμε πρώτα τους αριθμούς που δίνουν άθροισμα στρογγυλό αριθμό, δηλ αριθμό που τελειώνει σε μηδενικά.

$$6.000 + 5.000 = 11.000$$

$$109.000 + 1.000 = 110.000$$

$$39.999 + 30.001 = 70.000$$

$$56.007 + 3.993 = 60.000$$

$$25.550 + 1.622 + 4.450 = 31.622$$

$$795.020 + 1.339 + 4.980 = 801.339$$

**Άσκηση 8 - Λύση**

$$7.300 - 5.100 = 2.200$$

$$550.020 - 120.010 = 430.010$$

$$940.280 - 330.120 = 610.160$$

$$990.990 - 110.110 = 880.880$$

$$1.000.000 - 1.100 = 998.900$$

**Άσκηση 9 - Λύση**

Τόσο στις κάθετες προσθέσεις όσο και στις κάθετες αφαιρέσεις προσέχουμε να τοποθετούμε τα ψηφία σωστά. Βάζουμε το ένα ψηφίο **κάτω** από το άλλο **στην ίδια θέση αξίας**. Δηλαδή βάζουμε τις μονάδες κάτω από τις μονάδες, τις δεκάδες κάτω από τις δεκάδες κλπ.

α. 542.890

β. 1.279.610

γ. 609.108

δ. 379.665

*Απλά και Κατανοητά η Γνώση!*

**Άσκηση 10 - Λύση**

- α. 420.000
- β. 108.000
- γ. 600.000
- δ. 650.900
- ε. 30.410

**Άσκηση 11 - Λύση**

- α. 2.000
- β. 58.030
- γ. 2.009
- δ. 830
- ε. 20.000

**Άσκηση 12 - Λύση**

23.896	57.347
+ 16.355	- 23.989
<u>40.251</u>	<u>33.358</u>

**Άσκηση 13 - Λύση**

$$\frac{1}{7}$$



$$\frac{3}{5}$$



$$\frac{3}{8}$$



$$\frac{5}{12}$$



$$\frac{8}{12}$$



$$\frac{6}{10}$$

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

**Άσκηση 14 - Λύση**



**Άσκηση 15 - Λύση**

- α. 4,7
- β. 9,05
- γ. 6,16
- δ. 0,632
- ε. 5,054

**Άσκηση 16 - Λύση**

$\frac{4}{10}$	$\frac{402}{100}$	$\frac{4}{1.000}$	$\frac{42}{1.000}$	$\frac{42}{100}$	$\frac{402}{10}$
0,4	4,02	0,004	0,042	0,42	40,2

**Άσκηση 17 - Λύση**

- α. 8,5
- β. 7,6
- γ. 7,51
- δ. 7,501
- ε. 6,5
- στ. 7,4
- ζ. 7,49
- η. 7,499

**Άσκηση 18 - Λύση**

- α. 6 μέτρα 4 δέκατα 2 εκατοστά 8 χιλιοστά
- β. 3.400 μέτρα
- γ. 7 ευρώ 90 λεπτά
- δ. 2 κιλά 550 γραμμάρια
- ε. 1 ώρα 30 λεπτά

*Απλά και Κατανοητά η Γνώση!*

## Κεφάλαιο 2. Υπενθύμιση – Β' μέρος

### Προσδοκώμενοι Στόχοι για τους μαθητές

1. Να διακρίνουν παράλληλες, κάθετες και τεμνόμενες ευθείες
2. Να αναγνωρίζουν γεωμετρικά σχήματα και στερεά
3. Να υπολογίζουν την περίμετρο και το εμβαδό ορθογωνίου και τετραγώνου
4. Να μετρούν μεγέθη χρησιμοποιώντας τις αντίστοιχες μονάδες μέτρησης

### Λύσεις Ασκήσεων - Προβλημάτων

#### Άσκηση 1 - Λύση



κάθετες



παράλληλες



τεμνόμενες

#### Άσκηση 2 - Λύση



κύκλος



ορθογώνιο  
παραλληλόγραμμο



τρίγωνο



εξάγωνο



τετράγωνο

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

**Άσκηση 3 - Λύση**

κύλινδρος

ορθογώνιο  
παραλληλεπίπεδο

κώνος



σφαίρα



πυραμίδα



κύβος

**Άσκηση 4 - Λύση**

4 μ.

Το τετράγωνο έχει όλες του τις πλευρές ίσες.

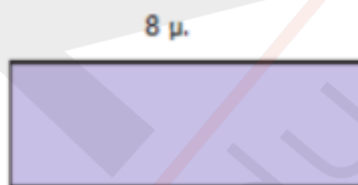
$$\text{Άρα } \Pi = 4+4+4+4 = 16 \text{ μέτρα}$$

$$E = 4 \times 4 = 16 \text{ τετραγωνικά μέτρα}$$

Το παραλληλόγραμμο έχει τις απέναντι πλευρές του ίσες.

$$\text{Άρα } \Pi = 3+3+8+8 = 22 \text{ μέτρα}$$

$$E = 3 \times 8 = 24 \text{ τετραγωνικά μέτρα}$$



8 μ.

3 μ.

**Άσκηση 5 - Λύση**

$$\Pi = 36 \text{ μ.}$$

Αφού το τρίγωνο είναι ισόπλευρο έχει όλες του τις πλευρές ίσες.

$$\text{Άρα } 36 : 3 = 12 \text{ μέτρα.}$$

*Απλά και Κατανοητά η Γνώση!*

### Άσκηση 6 - Λύση

	4 ορθές γωνίες	ίσες απέναντι πλευρές	4 ίσες πλευρές	παράλληλες απέναντι πλευρές
ορθογώνιο παραλληλόγραμμο	X	X		X
πλάγιο παραλληλόγραμμο		X		X
τετράγωνο	X	X	X	X
ρόμβος		X	X	X
ισοσκελές τραπέζιο		X		

### Άσκηση 7 - Λύση

Αφού η πλευρά του κάθε τετραγώνου πάνω στο τετραγωνισμένο χαρτί είναι 1 εκ. το εμβαδόν του είναι 1 τετραγωνικό εκατοστό. Επομένως για να βρούμε το εμβαδόν του χρωματισμένου σχήματος μετράμε τα χρωματισμένα κουτάκια.

Άρα  $E = 26$  τετραγωνικά εκατοστά.

Για να βρούμε την περίμετρο προσθέτουμε όλες τις εξωτερικές πλευρές των τετραγώνων που σχηματίζουν το χρωματισμένο σχήμα.

Άρα  $\Pi = 32$  εκατοστά.

### Άσκηση 8 - Λύση

Το ρολόι δείχνει 10:45.

Μετά θα είναι:

10 ώρες 45 λεπτά

+3 ώρες 25 λεπτά

13 ώρες 70 λεπτά άρα:

14 ώρες 10 λεπτά δλδ **14:10**

Πριν ήταν :

10 ώρες 45 λεπτά

-2 ώρες 10 λεπτά

8 ώρες 35 λεπτά δλδ **8:35**

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

**Άσκηση 9 - Λύση**

9 ώρες 30 λεπτά  
+8 ώρες 55 λεπτά  
17 ώρες 85 λεπτά άρα:  
18 ώρες 25 λεπτά  
Απάντηση: Η ώρα θα είναι 18:25.

**Άσκηση 10 - Λύση**

~~9 μήνες 13 μέρες~~  
8 μήνες 43 μέρες  
- 6 μήνες 25 μέρες  
2 μήνες 18 μέρες  
Απάντηση: Οι καλοκαιρινές διακοπές κράτησαν φέτος 2 μήνες και 18 ημέρες.

**Άσκηση 11 - Λύση**

2004 χρόνια 10 μήνες  
+3 χρόνια 7 μήνες  
2007 χρόνια 17 μήνες άρα  
2008 χρόνια 5 μήνες  
Απάντηση: Ο Διονύσης γεννήθηκε τον Μάιο του 2008.

**Άσκηση 12 - Λύση**

- 1) 0,8 κιλά = 800 γραμμάρια
- 2) 0,02 κιλά = 20 γραμμάρια
- 3) 0,001 τόνοι = 1 κιλό

**Άσκηση 13 - Λύση**

1 λίτρο = 1.000 χιλιοστόλιτρα  
 $\frac{1}{2}$  του λίτρου = 500 χιλιοστόλιτρα  
 $\frac{1}{4}$  του λίτρου = 250 χιλιοστόλιτρα  
 $\frac{1}{10}$  του λίτρου = 100 χιλιοστόλιτρα

**Απλά και Κατανοητά η Γνώση!**



### Κεφάλαιο 3. Πώς λύνουμε ένα πρόβλημα

Όταν λύνουμε ένα πρόβλημα ακολουθούμε τα εξής βήματα:

1. Διαβάζουμε με μεγάλη προσοχή το πρόβλημα μέχρι να βεβαιωθούμε ότι το έχουμε κατανοήσει σε κάθε του λεπτομέρεια.
2. Διακρίνουμε τα δεδομένα (αυτά που γνωρίζουμε) από τα ζητούμενα (αυτά που ψάχνουμε).  
Επιλέγουμε ποιες στρατηγικές ή ποια εργαλεία θα χρησιμοποιήσουμε.

Στρατηγικές	Εργαλεία
Παρουσιάζουμε το πρόβλημα	ζωγραφιά
Δοκιμάζουμε, ελέγχουμε, αναθεωρούμε	πίνακας
Αναζητάμε ένα μοτίβο	κατάλογος
Επιχειρηματολογούμε	διάγραμμα
Εργαζόμαστε αντίστροφα	Θεατρικό παιχνίδι
Λύνουμε ένα πιο απλό πρόβλημα	αντικείμενο

3. Λύνουμε το πρόβλημα επιλέγοντας με ποιες μαθηματικές σχέσεις μπορούμε να εκφράσουμε το πρόβλημα.
4. Κάνουμε (όπου μπορούμε) μια γρήγορη νοερή εκτίμηση στρογγυλοποιώντας τους αριθμούς των δεδομένων για να καταλάβουμε ποιο περίπου θα είναι το αποτέλεσμα.
5. Κάνουμε τις μαθηματικές πράξεις με μεγάλη προσοχή και αν χρειαστεί κάνουμε και την επαλήθευσή τους για να είμαστε απόλυτα βέβαιοι ότι τις κάναμε σωστά.
6. Ελέγχουμε αν η λύση που βρήκαμε ανταποκρίνεται στο ερώτημά μας (αναστοχασμός).

**Προσοχή!** Το αποτέλεσμα πρέπει πάντα να ανταποκρίνεται στη λογική!

*Απλά και Κατανοητά η Γνώση!*

### Προσδοκώμενοι Στόχοι για τους μαθητές

1. Να εξοικειωθούν με τις διεργασίες επίλυσης προβλήματος.
2. Να αναγνωρίζουν, να επισημαίνουν και να αναλύουν στρατηγικές επίλυσης προβλημάτων.
3. Να αναφέρουν παραδείγματα στρατηγικών κι εργαλείων επίλυσης προβλήματος.

### Λύσεις Ασκήσεων - Προβλημάτων

#### Άσκηση 1 - Λύση

Εκτίμηση : Θα είναι γύρω στα 700 κιλά. ( $200 + 200 + 300 = 700$ )

Πρώτα θα υπολογίσουμε πόσα κιλά ήταν το λάδι που μοίρασε στα δοχεία και μετά θα τα προσθέσουμε στα κιλά που φύλαξε για την οικογένειά του.

$$60 \times 3 = 180 \text{ κιλά}$$

$$5 \times 40 = 200 \text{ κιλά}$$

$$200 + 180 = 380 \text{ κιλά}$$

$$380 + 300 = 680 \text{ κιλά}$$

Απάντηση: Συγκέντρωσε συνολικά 680 κιλά λάδι

#### Άσκηση 2 – Λύση

Για να βρούμε τον διαιρετέο σε μια διαίρεση πρέπει να πολλαπλασιάσω τον διαιρέτη με το πηλίκο και στο γινόμενο του πολλαπλασιασμού να προσθέσω το υπόλοιπο.

$$(\Delta = \delta \times \pi + \upsilon)$$

$$\text{Άρα : } 1.256 \times 58 = 72.848$$

$$72.848 + 45 = 72.893$$

Απάντηση: Ο αριθμός είναι ο 72.893

#### Άσκηση 3 – Λύση

Πρώτα πρέπει να βρούμε πόσα ευρώ κερδίζει στο ένα κιλό. Μετά θα πολλαπλασιάσουμε αυτό που θα βρούμε με την ποσότητα σαπουνιού που παράγει η εταιρεία.

$$\text{Άρα } 24 : 16 = 1,5 \text{ ευρώ}$$

$$36.160 \times 1,5 = 54.225$$

Απάντηση: Θα κερδίσει 54.225 ευρώ.

*Απλά και Κατανοητά η Γνώση!*

**Άσκηση 4 - Λύση**

Εκτίμηση : Θα έχουν γύρω στα 230 ευρώ η καθεμία. ( $460 : 2 = 230$ )

Αν είχαν τα ίδια χρήματα θα είχαν από 230 ευρώ η καθεμία γιατί  $460 : 2 = 230$  ευρώ.

Αφού η Ζωή έχει περισσότερα 40 ευρώ περισσότερα θα τα μοιράσουμε κι αυτά δια δύο  $40 : 2 = 20$  ευρώ.

Έτσι η Ζωή έχει  $230 + 20 = 250$  ευρώ και η Ελένη έχει  $230 - 20 = 210$  ευρώ

$210 + 250 = 460$

Απάντηση: Η Ζωή έχει 250 ευρώ και η Ελένη έχει 210 ευρώ.

**Άσκηση 5 - Λύση**

Εκτίμηση : Είναι γύρω στους 200.000 τουρίστες.

Πρώτα θα βρούμε πόσοι τουρίστες ήρθαν στην Κρήτη τον Ιούλιο.

Αφού τον Ιούνιο επισκέφτηκαν την Κρήτη 180.000 τουρίστες και τον Ιούλιο 220.000 περισσότεροι από τον Ιούνιο , τον Ιούλιο ήρθαν:

$$180.000 + 220.000 = 400.000 \text{ τουρίστες}$$

Άρα τον Ιούνιο και τον Ιούλιο ήρθαν:

$$180.000 + 400.000 = 580.000 \text{ τουρίστες.}$$

Επομένως τον Αύγουστο ήρθαν:

$$760.000 - 580.000 = 180.000 \text{ τουρίστες.}$$

Απάντηση: Τον Αύγουστο επισκέφθηκαν την Κρήτη 180.000 τουρίστες.

**Άσκηση 6 - Λύση**

Εκτίμηση : Είναι γύρω στα 400 παιδιά.

Πρώτα θα βρούμε πόσα χρήματα εισέπραξε το θεματικό πάρκο από τους ενήλικες.

$$240 \times 14 = 3.360 \text{ ευρώ.}$$

Κατόπιν θα αφαιρέσουμε το παραπάνω ποσό από τις συνολικές εισπράξεις του Σαββάτου για να βρούμε πόσα ήταν τα χρήματα που εισέπραξε το πάρκο από τα παιδιά.

$$5.000 - 3.360 = 1.640 \text{ ευρώ.}$$

Τώρα μπορούμε να υπολογίσουμε το ζητούμενο του προβλήματος κάνοντας διαίρεση του αριθμού που βρήκαμε δια του ποσού που κόστιζε το κάθε παιδικό εισιτήριο.

$$1.640 : 8 = 420 \text{ παιδιά.}$$

Απάντηση: Τα παιδιά ήταν 420.

*Απλά και Κατανοητά η Γνώση!*

**Άσκηση 7 - Λύση**

Εκτίμηση : Είναι γύρω στα 57 κιλά η κάθε βαλίτσα. (  $171 : 3 = 57$  )

Αν και οι 3 βαλίτσες είχαν το ίδιο βάρος θα ζύγιζαν η κάθε μία:

$$171 : 3 = 57 \text{ κιλά.}$$

Άρα η μία από τις τρεις ζυγίζει 57 κιλά.

Αφού όμως η κάθε βαλίτσα είναι βαρύτερη κατά 3 κιλά από την προηγούμενη τότε για να βρούμε το βάρος της δεύτερης βαλίτσας αφαιρούμε 3 κιλά από την πρώτη.

$$57 - 3 = 54 \text{ κιλά.}$$

Για να βρούμε το βάρος της τρίτης βαλίτσας προσθέτουμε 3 κιλά στην πρώτη.

$$57 + 3 = 60 \text{ κιλά.}$$

Άρα  $54 + 57 + 60 = 171$  κιλά.

Απάντηση: Η μία βαλίτσα ζυγίζει 54 κιλά, η δεύτερη βαλίτσα ζυγίζει 57 κιλά και η τρίτη βαλίτσα ζυγίζει 60 κιλά.

**Άσκηση 8 - Λύση**

Πρώτα θα υπολογίσουμε πόσες ώρες ταξίδεψαν τα δύο αυτοκίνητα.

$$9:30 - 6:00 = 3:30$$

Άρα τα δύο αυτοκίνητα ταξίδεψαν 3,5 ώρες.

Μετά θα υπολογίσουμε πόσα χιλιόμετρα διένυσε το κάθε αυτοκίνητο σε αυτές τις ώρες.

A αυτοκίνητο:  $85 \times 3,5 = 297,5$  χλμ.

B αυτοκίνητο:  $110 \times 3,5 = 385$  χλμ.

Κατόπιν θα προσθέσουμε τα χλμ. που διένυσαν τα δύο αυτοκίνητα και θα βρούμε την απόσταση των δύο πόλεων.

$$297,5 + 385 = 682,5$$

Απάντηση: Η απόσταση των δύο πόλεων είναι 682,5 χιλιόμετρα.

**Άσκηση 9 - Λύση**

Εκτίμηση : Είναι περίπου 10 ετών. (  $5 \times 10 = 50$  )

Αφού ψάχνω 2 αριθμούς που ο ένας είναι 5 φορές μεγαλύτερος από τον άλλον και το άθροισμά τους είναι 54, θα τους αναζητήσω στα πολλαπλάσια του 5.

Παρατηρώ ότι ο αριθμός 45 είναι το αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού  $5 \times 9 = 45$ .

Άρα η ηλικία της μητέρας είναι 45 ετών και της κόρης 9 ετών.

$$45 + 9 = 54$$

Απάντηση: Η κόρη της Ευαγγελίας είναι 9 ετών.

**Απλά και Κατανοητά η Γνώση!**

**Άσκηση 10 - Λύση**

Το πρόβλημα αυτό λύνεται με δύο τρόπους:

**A Τρόπος:**

Πρώτα θα βρω ποιο είναι το ποσό που θα πλήρωναν, αν πήγαιναν και οι 24 μαθητές.

$$24 \times 8 = 192 \text{ ευρώ.}$$

Αφού όμως οι μισοί μαθητές δεν θα έρθουν, το ποσό αυτό θα πληρωθεί από τους υπόλοιπους μισούς.

$$24 : 2 = 12 \text{ μαθητές.}$$

Άρα  $192 : 12 = 16$  ευρώ.

Απάντηση: Τώρα ο κάθε μαθητής θα πληρώσει 16 ευρώ.

**B Τρόπος:**

Πρώτα θα βρω ποιο είναι το ποσό που θα πλήρωναν, αν πήγαιναν και οι 24 μαθητές.

$$24 \times 8 = 192 \text{ ευρώ.}$$

Αφού όμως οι μισοί μαθητές δεν θα έρθουν, η τιμή του εισιτηρίου θα διπλασιαστεί γιατί θα πληρωθεί από τους υπόλοιπους μισούς.

$$24 : 2 = 12 \text{ μαθητές.}$$

$$12 \times 16 = 192 \text{ ευρώ.}$$

Απάντηση: Τώρα ο κάθε μαθητής θα πληρώσει 16 ευρώ.

**Άσκηση 11 - Λύση**

Αφού τα 3 ψυγεία κοστίζουν 2.250 ευρώ, το ένα ψυγείο θα κοστίζει:

$$2.250 : 3 = 750 \text{ ευρώ.}$$

Τα 2 ψυγεία θα κοστίζουν:  $750 \times 2 = 1.500$  ευρώ.

Άρα η μία κουζίνα θα κοστίζει:

$$2.150 - 1.500 = 650 \text{ ευρώ.}$$

Οι 2 κουζίνες θα κοστίζουν:  $650 \times 2 = 1.300$  ευρώ.

Άρα το ένα πλυντήριο θα κοστίζει:

$$1.750 - 1.300 = 450 \text{ ευρώ.}$$

Απάντηση: Το ένα ψυγείο κοστίζει 750 ευρώ, η μία κουζίνα κοστίζει 650 ευρώ και το ένα πλυντήριο κοστίζει 450 ευρώ.

**Άσκηση 12 - Λύση**

Αφού ο Γιάννης ξοδεύει σε 10 ημέρες 90 ευρώ, τότε σε 1 μέρα ξοδεύει  $90 : 10 = 9$  ευρώ.

Άρα στις 35 ημέρες ξοδεύει:  $35 \times 9 = 315$  ευρώ.

Ο Θωμάς ξοδεύει σε μία εβδομάδα όσα ξοδεύει ο Γιάννης σε 2 εβδομάδες.

Άρα ο Θωμάς ξοδεύει τα διπλάσια. Επομένως ξοδεύει:  $315 \times 2 = 630$  ευρώ.

Απάντηση: Ο Θωμάς σε 35 ημέρες ξοδεύει 630 ευρώ.

**Απλά και Κατανοητά η Γνώση!**

## Κεφάλαιο 4. Οι φυσικοί αριθμοί

Φυσικός αριθμός είναι κάθε αριθμός που μπορεί να γραφτεί από τους αριθμούς:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Κάθε φυσικός αριθμός έχει έναν προηγούμενο φυσικό αριθμό και έναν επόμενο φυσικό αριθμό εκτός από το 0, που έχει μόνο επόμενο, τον αριθμό 1. Κάθε φυσικός αριθμός προκύπτει από τον προηγούμενο του προσθέτοντας το 1.

Φυσικοί αριθμοί είναι οι αριθμοί:

**0, 1, 2, 3, 4, ... 10, ... 99, 100, ... 1.000, ... 10.000, 10.001, ... 400.000, 999.999, 1.000.000, ...**

Οι φυσικοί αριθμοί είναι άπειροι.

Για να δημιουργήσουμε φυσικούς αριθμούς, χρησιμοποιούμε στοιχεία από δεκαδικό σύστημα αριθμών, δηλαδή από τους δέκα αριθμούς από το 0 έως το 9. Για τη δημιουργία φυσικών αριθμών μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε κάθε αριθμό περισσότερες από μία φορές.

Ο μικρότερος φυσικός αριθμός είναι το μηδέν (0).

Μεγαλύτερος φυσικός αριθμός δεν υπάρχει γιατί σε κάθε φυσικό αριθμό μπορώ πάντα να προσθέσω +1.

### Προσοχή!

Μην μπερδεύεις τους φυσικούς αριθμούς με τους ακέραιους.

- **Φυσικοί** αριθμοί ονομάζονται οι αριθμοί, που είναι μεγαλύτεροι του μηδενός.
- **Ακέραιοι** αριθμοί λέγονται οι φυσικοί αριθμοί που είναι μεγαλύτεροι του μηδενός μαζί με τους αντίθετους τους δηλαδή αυτούς που είναι μικρότεροι του μηδενός.

Π.χ. -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5 ...

Το σύνολο των φυσικών αριθμών χωρίζεται σε 2 υποσύνολα, που είναι οι άρτιοι (ζυγοί) και οι περιττοί (μονοί) αριθμοί.

- **Άρτιοι αριθμοί:** 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12 ...
- **Περιττοί αριθμοί:** 1, 3, 5, 7, 9, 11 ...

Οι φυσικοί αριθμοί με βάση τον αριθμό των ψηφίων τους μπορεί να είναι: μονοψήφιοι, διψήφιοι, τριψήφιοι κτλ.

Μονοψήφιοι ονομάζονται οι αριθμοί που έχουν 1 ψηφίο (0 - 9)

Διψήφιοι ονομάζονται οι αριθμοί που έχουν 2 ψηφία (10 - 99)

Τριψήφιοι ονομάζονται οι αριθμοί που έχουν 3 ψηφία (100 - 999)

Τετραψήφιοι ονομάζονται οι αριθμοί που έχουν 4 ψηφία (1.000 - 9.999)

*Απλά και Κατανοητά η Γνώση!*

Στους αριθμούς που έχουν περισσότερα από 3 ψηφία, χωρίζουμε από τα δεξιά προς τα αριστερά με μια τελεία ανά τρία ψηφία. π.χ. ο αριθμός 3690527 γράφεται ως εξής: 3.690.527

### Προσδοκώμενοι Στόχοι για τους μαθητές

1. Να διαβάζουν, να γράφουν και να αναγνωρίζουν αριθμούς σε ποικιλία πλαισίων
2. Να διερευνούν τη σχέση των φυσικών αριθμών με τους κλασματικούς και τους δεκαδικούς αριθμούς
3. Να αναγνωρίζουν και να κάνουν χρήση της ακολουθίας των φυσικών αριθμών
4. Να διακρίνουν την ακολουθία των άρτιων και των περιττών φυσικών αριθμών

### Λύσεις Ασκήσεων - Προβλημάτων

#### Άσκηση 1 - Λύση

Αριθμοί με ψηφία	Αριθμοί με λέξεις	Αριθμοί με ψηφία & λέξεις
45.090	Σαράντα πέντε χιλιάδες ενενήντα	45χιλιάδες 90
7.014	Εφτά χιλιάδες δεκατέσσερα	7 χιλιάδες 14
1.056.023	Ένα εκατομμύριο πενήντα έξι χιλιάδες είκοσι τρία	1 εκατομμύριο 56χιλιάδες 23
9.203	Εννέα χιλιάδες διακόσια τρία	9 χιλιάδες 203
800.071	Οχτακόσιες χιλιάδες εβδομήντα ένα	800 χιλιάδες 71
395.080	Τριακόσιες ενενήντα πέντε χιλιάδες ογδόντα	395 χιλιάδες 80

#### Άσκηση 2 - Λύση

- α. διακόσιες εφτά χιλιάδες είκοσι ένα: 207.021
- β. τετρακόσιες πέντε χιλιάδες πέντε : 405.005
- γ. εξήντα χιλιάδες εννιακόσια εννιά : 60.909
- δ. τρία εκατομμύρια οχτώ χιλιάδες εκατό : 3.008.100
- ε. εβδομήντα δύο χιλιάδες τριακόσια εφτά : 72.307
- στ. εννιακόσιες εννιά χιλιάδες ενενήντα εννιά : 909.099
- ζ. πεντακόσιες χιλιάδες τριάντα δύο : 500.032

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

### Άσκηση 3 - Λύση

Για να βρούμε τον προηγούμενο αριθμό αφαιρούμε μια μονάδα ενώ για να βρούμε τον επόμενο αριθμό προσθέτουμε μια μονάδα.

Προηγούμενος	Αρχικός αριθμός	Επόμενος
1.000	<b>1.001</b>	1.002
9.998	<b>9.999</b>	10.000
20.998	<b>20.999</b>	21.000
299.999	<b>300.000</b>	300.001
800.769	<b>800.770</b>	800.771

### Άσκηση 4 - Λύση

Αφαιρούμε μια μονάδα από τον αρχικό αριθμό, προσθέτουμε μια μονάδα στον αρχικό αριθμό, προσθέτουμε μία δεκάδα στον αρχικό αριθμό, προσθέτουμε μια εκατοντάδα στον αρχικό αριθμό.

-1	Αρχικός αριθμός	+1	+10	+100
491.999	<b>492.000</b>	492.001	492.010	492.100
7.098	<b>7.099</b>	7.100	7.109	7.199
4.999	<b>5.000</b>	5.001	5.010	5.100
12.987	<b>12.989</b>	12.990	12.999	13.089
306.998	<b>306.999</b>	307.000	307.009	307.099

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!



### Άσκηση 5 - Λύση

Αφού ψάχνω 2 διαδοχικούς αριθμούς, διαιρώ τον αριθμό 191 δια του αριθμού 2. Από τη διαίρεση προκύπτει ο αριθμός 95. Επομένως, αφού ο επόμενος είναι ο αριθμός 96:

$$\underline{95 + 96 = 191.}$$

### Άσκηση 6 - Λύση

Αφού ψάχνω 3 διαδοχικούς αριθμούς, διαιρώ τον αριθμό 234 δια του αριθμού 3. Από τη διαίρεση προκύπτει ο αριθμός 78. Επομένως, αφού ο επόμενος είναι ο αριθμός 79 και ο προηγούμενος είναι ο αριθμός 77:

$$\underline{77 + 78 + 79 = 234.}$$

### Άσκηση 7 - Λύση

Το μοτίβο είναι αύξον ανά <b>50</b>	<b>25.150</b>	<b>25.200</b>	<b>25.250</b>	25.300	25.350	25.400	25.450
Το μοτίβο είναι αύξον ανά <b>50</b>	<b>12.004</b>	<b>12.054</b>	<b>12.104</b>	12.154	12.204	12.254	12.304
Το μοτίβο είναι αύξον ανά <b>150</b>	<b>322.050</b>	<b>322.200</b>	<b>322.350</b>	322.500	322.650	322.800	322.950
Το μοτίβο είναι αύξον ανά <b>99</b>	<b>1.000</b>	<b>1.099</b>	<b>1.198</b>	1.297	1.396	1.495	1.594
Το μοτίβο είναι αύξον ανά <b>200</b>	<b>70.000</b>	<b>68.800</b>	<b>67.600</b>	67.400	67.200	67.000	66.800

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

**Άσκηση 8 – Λύση**

Ο μεγαλύτερος ζητούμενος τετραψήφιος αριθμός είναι ο αριθμός που έχει τις περισσότερες, χιλιάδες, εκατοντάδες, δεκάδες, μονάδες. Για να τον βρω απλώς τοποθετώ τους τέσσερις μεγαλύτερους άρτιους αριθμούς σε φθίνουσα σειρά (από τον μεγαλύτερο προς τον μικρότερο). 8.642

**Άσκηση 9 – Λύση**

Ο μεγαλύτερος ζητούμενος εξαψήφιος αριθμός είναι ο αριθμός που έχει τις περισσότερες εκατοντάδες χιλιάδες, δεκάδες χιλιάδες, χιλιάδες, εκατοντάδες, δεκάδες, μονάδες. Για να τον βρω απλώς τοποθετώ τους 6 μεγαλύτερους αριθμούς που βρίσκονται μεταξύ 7 και του 2 σε φθίνουσα σειρά (από τον μεγαλύτερο προς τον μικρότερο). 765.432

**Άσκηση 10 – Λύση**

Χρησιμοποιώ τους αριθμούς 0, 1, 3, 7 σε διαφορετική θέση μονάδων, δεκάδων, εκατοντάδων, χιλιάδων, δεκάδων χιλιάδων και εκατοντάδων χιλιάδων κάθε φορά .

Ενδεικτικά: 100.013.700 – 100.731.000 – 100.371.000.

**Άσκηση 11 – Λύση**

Το ψηφίο 5 εμφανίζεται 12 φορές στην αρίθμηση από το 1 έως το 120, στη θέση των μονάδων.

Όμως εμφανίζεται μία ακόμα φορά στη θέση των δεκάδων στον αριθμό 55.

Άρα συνολικά εμφανίζεται 13 φορές.

**Άσκηση 12 – Λύση**

Χρησιμοποιώ μοτίβο αύξον ανά 100.00 (προσθέτω κάθε φορά 100.000).

166 .000 – 266.000 - 366.000 - 466.000 - 566.000 - 666.000 - 766.000 - 866.000 - 966.000

*Απλά και Κατανοητά η Γνώση!*

## Κεφάλαιο 5. Αξία θέσης ψηφίου στους φυσικούς αριθμούς

### Λύσεις Ασκήσεων - Προβλημάτων

#### Άσκηση 1 – Λύση

α. **457.807** → 400.000 + 50.000 + 7.000 + 800 + 0 + 7

β. **146.295** → 100.000 + 40.000 + 6.000 + 200 + 90 + 5

γ. **3.500.301** → 3.000.000 + 500.000 + 300 + 0 + 1

δ. **25.670.008** → 20.000.000 + 5.000.000 + 600.000 + 70.000 + 0 + 0 + 8

#### Άσκηση 2 – Λύση

Ο μεγαλύτερος ζητούμενος ακέραιος είναι ο ακέραιος που έχει τις περισσότερες, χιλιάδες, εκατοντάδες, δεκάδες, μονάδες. Για να τον βρω απλώς τοποθετώ τα ψηφία σε φθίνουσα σειρά (από τον μεγαλύτερο προς τον μικρότερο).

Για να βρω τον μικρότερο ακέραιο ακολουθώ την αντίστροφη πορεία. Δηλαδή τοποθετώ τα ψηφία σε αύξουσα σειρά (από τον μικρότερο στον μεγαλύτερο)

	Μεγαλύτερος ακέραιος	Μικρότερος ακέραιος
<b>A. 8, 4, 2, 1</b>	8.421	1.248
<b>B. 6, 3, 1, 7, 5</b>	76.531	13.567
<b>Γ. 8, 9, 4, 2, 6</b>	98.642	24.689

*Απλά και Κατανοητά η Γνώση!*

**Άσκηση 3 – Λύση**

Εκατομμύρια			Χιλιάδες			Μονάδες		
Ε	Δ	Μ	Ε	Δ	Μ	Ε	Δ	Μ
	3	4	5	4	6	9	2	8
			7	4	2	0	9	5
			6	0	2	8	7	8
1	0	1	7	0	4	4	2	0
		5	5	3	4	3	8	2
				3	0	0	9	4
					7	0	0	9
			2	6	0	0	7	1
						2	8	0
			2	6	0	0	7	1
1	0	0	0	0	0	7	3	5

**Άσκηση 4 – Λύση**

Είναι ο αριθμός **100.275** γιατί εκεί το ψηφίο 7 έχει τη θέση των δεκάδων

**Άσκηση 5 – Λύση**

8 εκατοντάδες ισοδυναμούν με τον αριθμό 800.

Άρα:  $2.538.905 + 800 = 2.539.705$

*Απλά και Κατανοητά η Γνώση!*

**Άσκηση 6 – Λύση**

αριθμός	δηλώνει	αξία
<u>76</u> .086	Μονάδες χιλιάδες (Μ.Χ.)	$6 \times 1.0000 = 6.000$
<u>472</u> .009	Εκατοντάδες χιλιάδες (Ε.Χ.)	$4 \times 100.000 = 400.000$
866. <u>054</u>	Δεκάδες (Δ.)	$5 \times 10 = 50$
<u>7</u> .264.085	Μονάδες εκατομμυρίων (Μ.Ε.)	$7 \times 1.000.000 = 7.000.000$
909. <u>023</u>	Μονάδες (Μ.)	$3 \times 1 = 3$

**Άσκηση 7 – Λύση**

- α. 75.276
- β. 75.328
- γ. 76.168
- δ. 75.608
- ε. 76.468

**Άσκηση 8 – Λύση**

Εκατομμύρια			Χιλιάδες			Μονάδες		
Ε	Δ	Μ	Ε	Δ	Μ	Ε	Δ	Μ
	1	2	0	3	5	0	0	0
	2	9	0	0	0	2	0	0
		3	3	0	0	2	0	0
			6	0	8	0	0	9
4	0	4	5	0	0	0	0	4
6	0	0	9	9	0	0	0	1

**Άσκηση 9 – Λύση**

- 10 Δ = 100
- 10 ΜΧ = 10.000
- 10 ΕΧ = 1.000.000
- 10 ΔΧ = 100.000
- 10 ΔΕ = 100.000.000
- 10 ΜΕ = 10.000.000

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

**Άσκηση 10 – Λύση**

1ΜΕ 7ΕΧ 8ΜΧ 6Δ	1.708.060
7ΕΕ 7ΜΕ 12ΜΧ 6Ε 18Μ	707.012.618
19ΕΧ 4Ε 12Δ	1.900.412
2ΕΕ 7ΔΕ 15ΜΕ 25Δ	285.000.250

**Άσκηση 11 – Λύση**

α. 1.035.679

β. 9.765.310

γ. 5.976.310

δ. 9.013.567

**Άσκηση 12 – Λύση**757.375

Το πρώτο 7 από αριστερά δηλώνει εκατοντάδες χιλιάδες ( Ε.Χ.)

Το δεύτερο 7 από αριστερά δηλώνει μονάδες χιλιάδων (Μ.Χ.)

Το τρίτο 7 από αριστερά δηλώνει δεκάδες (Δ .)

**Απλά και Κατανοητά η Γνώση!**

## Κεφάλαιο 6. Σύγκριση και διάταξη στους φυσικούς αριθμούς

### Λύσεις Ασκήσεων - Προβλημάτων

#### Άσκηση 1 – Λύση

Αύξουσα σειρά ( από τον μικρότερο στον μεγαλύτερο):

$$1.097 < 1.709 < 1.907 < 1.970 < 7.019 < 7.190 < 7.901 < 7.910 < 9.017 < 9.071 < 9.170$$

Φθίνουσα σειρά ( από τον μεγαλύτερο στον μικρότερο ):

$$9.170 > 9.071 > 9.017 > 7.910 > 7.901 > 7.190 > 7.019 > 1.970 > 1.097 > 1.709 > 1.097$$

#### Άσκηση 2 – Λύση

$$145.678 < 145.789$$

$$203.005.000 > 203.004.999$$

$$781.365 < 781.563$$

$$900.102.006 = 900.102.006$$

$$700.493.115 < 700.493.151$$

#### Άσκηση 3 – Λύση

Το μοτίβο είναι αύξον ανά 250.

5.900.300	5.900.550	5.900.800	5.901.050	5.901.300	5.901.550	5.901.800
-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

**Άσκηση 4 – Λύση**

Προηγούμενος	Αρχικός Αριθμός	Επόμενος
$120 - 1 = 119$	<b>120</b>	$120 + 1 = 121$
$209 - 1 = 208$	<b>209</b>	$209 + 1 = 210$
$302 - 1 = 301$	<b>302</b>	$302 + 1 = 303$
$6.375 - 1 = 6.374$	<b>6.375</b>	$6.375 + 1 = 6.376$
$4.768 - 1 = 4.767$	<b>4.768</b>	$4.768 + 1 = 4.769$
$23.769 - 1 = 23.768$	<b>23.769</b>	$23.769 + 1 = 23.770$

**Άσκηση 5 – Λύση**

Ο μεγαλύτερος περιττός επταψήφιος αριθμός είναι ο αριθμός που έχει τις περισσότερες μονάδες εκατομμύρια ,εκατοντάδες χιλιάδες, δεκάδες χιλιάδες, χιλιάδες, εκατοντάδες, δεκάδες, μονάδες και λήγει σε περιττό αριθμό.

Είναι ο αριθμός : 9.999.999

Ο μικρότερος άρτιος επταψήφιος αριθμός είναι ο αριθμός που έχει τις λιγότερες μονάδες εκατομμύρια ,εκατοντάδες χιλιάδες, δεκάδες χιλιάδες, χιλιάδες, εκατοντάδες, δεκάδες, μονάδες και λήγει σε άρτιο αριθμό.

Είναι ο αριθμός : 1.000.000

*Απλά και Κατανοητά η Γνώση!*



**Άσκηση 6 – Λύση**

A.  $67.803 \cdot 5.000 = 339.015.000$

B.  $42.095 : 3.000 = 14.031,66666\dots$  ( η διαίρεση είναι ατελής )

**Άσκηση 7 – Λύση**

α. 2.302

β. 200.023

γ. 2.002.003

δ. 300.202

ε. 320.200

$2.302 < 200.023 < 300.202 < 320.200 < 2.002.003$

**Άσκηση 8 – Λύση**

$999.993, 999.995, 999.995, 999.997, 999.999$

**Άσκηση 9 – Λύση**

Ο μεγαλύτερος πενταψήφιος αριθμός είναι ο αριθμός 99.999

Αν τον αυξήσω κατά μία εκατοντάδα, θα γίνει:  $99.999 + 100 = 100.099$

Ο μικρότερος πενταψήφιος αριθμός είναι ο αριθμός 10.000

$100.099 > 10.000$

*Απλά και Κατανοητά η Γνώση!*

## Κεφάλαιο 7. Στρογγυλοποίηση στους φυσικούς αριθμούς

**Στρογγυλοποίηση** είναι μια διαδικασία με την οποία μπορούμε να αντικαταστήσουμε έναν αριθμό με κάποιον άλλον, πολύ κοντινό στον αρχικό, είτε λίγο μικρότερο είτε λίγο μεγαλύτερό του.

### Κανόνες Στρογγυλοποίησης

1. Προσδιορίζουμε τη θέση του ψηφίου του αριθμού στην οποία θα κάνουμε τη στρογγυλοποίηση.

2. Εξετάζουμε το ψηφίο που βρίσκεται στη δεξιά θέση.

- Αν το ψηφίο αυτό είναι: **0, 1, 2, 3 ή 4**, τότε αντικαθιστούμε το ψηφίο αυτό και όλα όσα είναι δεξιά του με το **0** και αφήνουμε ίδιο το ψηφίο της θέσης στην οποία κάνουμε τη στρογγυλοποίηση καθώς και όλα όσα είναι μπροστά του. (Ο αριθμός μικραίνει)
- Αν το ψηφίο αυτό είναι: **5, 6, 7, 8 ή 9**, τότε αντικαθιστούμε το ψηφίο αυτό και όλα όσα είναι δεξιά του με το **0** και αυξάνουμε κατά μία μονάδα το ψηφίο της θέσης στην οποία κάνουμε τη στρογγυλοποίηση.  
Όλα όσα είναι μπροστά του τα ξαναγράφουμε όπως είναι.  
(Ο αριθμός μεγαλώνει)

Παράδειγμα: Στρογγυλοποίηση του αριθμού 473.053

α. στις Δεκάδες Χιλιάδες:  $4\underline{7}3.053 \rightarrow 470.000$

β. στις Εκατοντάδες Χιλιάδες:  $\underline{4}73.053 \rightarrow 500.000.$

**Προσοχή!** Δεν είναι δυνατόν να στρογγυλοποιούμε κάθε αριθμό που υπάρχει!

Για παράδειγμα δεν μπορούμε να στρογγυλοποιήσουμε έναν αριθμό ταυτότητας, μιας πινακίδας αυτοκινήτου ή τον αριθμό του τηλεφώνου μας ή της διεύθυνσης του σπιτιού μας και πολλούς ακόμα γιατί τότε χάνεται η χρησιμότητα του αριθμού.

### Προσδοκώμενος Στόχος για τους μαθητές

Να εξοικειωθούν με τη διαδικασία της στρογγυλοποίησης στους φυσικούς αριθμούς.

*Απλά και Κατανοητά η Γνώση!*

**Λύσεις Ασκήσεων - Προβλημάτων****Άσκηση 1 - Λύση**α. 556.**0**89 → 556.100β. 15.**4**93 → 15.500γ. 732.**9**21 → 732.900**Άσκηση 2 - Λύση**α. 9**8**4 → 980β. 86**3**.440 → 863.000γ. 9.**3**67.288 → 9.400.000δ. 9**9**.407 → 99.000ε. 49.**9**99.061 → 50.000.000**Άσκηση 3 - Λύση**

Αφού ο αριθμός 528.310 έχει στρογγυλοποιηθεί στην πλησιέστερη δεκάδα η οποία έχει γίνει 1, σημαίνει ότι πριν ήταν 0. Άρα θα μπορούσαν να είναι οι αριθμοί:

528.305, 528.306, 528.307, 528.308, 528.309.

**Άσκηση 4 - Λύση**

Ο αριθμός που δίνεται είναι ο 7.382.605

Στρογγυλοποίηση στις Εκατοντάδες (Ε.):

Ο αριθμός των **εκατοντάδων** είναι ο αριθμός 6. Ακολουθεί ο αριθμός 0.

Άρα ο αριθμός θα μικρύνει και θα γίνει: 7.382.600

Στρογγυλοποίηση στις Μονάδες Χιλιάδων (Μ.Χ.):

Ο αριθμός των **μονάδων χιλιάδων** είναι ο αριθμός 2. Ακολουθεί ο αριθμός 6.

Άρα ο αριθμός θα μεγαλώσει και θα γίνει: 7.383.000

**Απλά και Κατανοητά η Γνώση!**

Στρογγυλοποίηση στις Εκατοντάδες Χιλιάδων (Ε.Χ.):

Ο αριθμός των **εκατοντάδων χιλιάδων** είναι ο αριθμός 3. Ακολουθεί ο αριθμός 8.

Άρα ο αριθμός θα μεγαλώσει και θα γίνει: 7.400.000

Στρογγυλοποίηση στις Μονάδες Εκατομμυρίων (Μ.Ε.):

Ο αριθμός των **μονάδων εκατομμυρίων** είναι ο αριθμός 7. Ακολουθεί ο αριθμός 3.

Άρα ο αριθμός θα μικρύνει και θα γίνει: 7.000.000

### Άσκηση 5 - Λύση

Παρατηρούμε ότι οι αριθμοί μετά την στρογγυλοποίηση έχουν μηδενιστεί. Άρα ο αριθμός 47\_.128 μετά την στρογγυλοποίηση μικρυνε.

Επομένως πριν την στρογγυλοποίηση ήταν ο αριθμός 479.128.

Άρα το ψηφίο που λείπει είναι το 9.

### Άσκηση 6 - Λύση

Γνωρίζουμε ότι αν μετά τη θέση του ψηφίου του αριθμού στην οποία θα κάνουμε τη στρογγυλοποίηση ακολουθούν οι αριθμοί 0, 1, 2, 3 ή 4, τότε αντικαθιστούμε το ψηφίο αυτό και όλα όσα είναι δεξιά του με το 0 και **αφήνουμε ίδιο το ψηφίο** της θέσης στην οποία κάνουμε τη στρογγυλοποίηση.

Άρα το ψηφίο που παρέμεινε ίδιο στη θέση των δεκάδων είναι το ψηφίο είναι το 0.

Το ίδιο ισχύει και για το ψηφίο που βρίσκεται στη θέση των εκατοντάδων. Είναι πάλι το 0.

Επομένως ο αριθμός πριν τη στρογγυλοποίηση είναι ο αριθμός 158.003.

### Άσκηση 7 - Λύση

Παρατηρούμε ότι ο αριθμός 3.718.927 μετά την στρογγυλοποίηση έχει μικρύνει.

Επομένως ο αριθμός έχει στρογγυλοποιηθεί στη θέση των **εκατοντάδων χιλιάδων**, γιατί όλοι οι αριθμοί μετά από τη θέση αυτή έχουν μηδενιστεί.

*Απλά και Κατανοητά η Γνώση!*

**Άσκηση 8 - Λύση**

Όχι, δεν συμφωνούμε με την Ελπίδα. Υπάρχει σφάλμα στον υπολογισμό της.

Αν υπολογίσουμε με ακρίβεια την αφαίρεση βρίσκουμε το εξής αποτέλεσμα:

$$8.992 - 3.304 = 5.688.$$

Η Ελπίδα έκανε την εξής αφαίρεση με στρογγυλοποίηση.

$$9.000 - 3.300 = 5.600$$

Άρα έχει στρογγυλοποιήσει στις εκατοντάδες και υπάρχει σφάλμα στον υπολογισμό της, γιατί βρίσκεται μακριά από το πραγματικό αποτέλεσμα. Δηλαδή :

$$5.688 - 5.600 = 88$$

Έπρεπε να στρογγυλοποιήσει στις δεκάδες για να ελαχιστοποιήσει το σφάλμα και να βρίσκεται πιο κοντά στο αληθινό αποτέλεσμα.

$$8.990 - 3.300 = 5.690$$

Δηλαδή:  $5.690 - 5.688 = 2$

**Άσκηση 9 - Λύση**

Όχι, ο Αντρέας δεν έχει δίκιο. Το πραγματικό κόστος είναι:

$$7.953 + 5.090 = 13.043$$

Έχει κάνει λάθος στην στρογγυλοποίηση.

**Άσκηση 10 - Λύση**

Αν υπολογίσουμε με ακρίβεια το γινόμενο βρίσκουμε:

$$310 \cdot 190 = 58.900$$

Άρα η Αρετή στρογγυλοποίησε τους παράγοντες του γινομένου στη θέση των δεκάδων.

$$300 \cdot 200 = 60.000$$

**Απλά και Κατανοητά η Γνώση!**

**Άσκηση 11 - Λύση**

Όχι, σε καμία περίπτωση δεν θα μπορούσε να είναι περίπου 6, γιατί το πηλίκο της διαίρεσης τετραψήφιου αριθμού με μονοψήφιο αριθμό δεν μπορεί να είναι μονοψήφιος αριθμός.

Θα μπορούσε όμως να είναι περίπου 600 γιατί αν στρογγυλοποιήσουμε τον αριθμό 4.787 στη θέση των εκατοντάδων προκύπτει ο αριθμός 4.800.

Επομένως  $4.800 : 8 = 600$

**Άσκηση 12 - Λύση**

Ο αριθμός 85.920 μετά την στρογγυλοποίηση στις εκατοντάδες γίνεται 85.900.

Ο αριθμός 86.480 μετά την στρογγυλοποίηση στις εκατοντάδες γίνεται 86.500.

Σημειώνουμε τους αντίστοιχους αριθμούς στην αριθμογραμμή.

*Απλά και Κατανοητά η Γνώση!*

**Ενότητα 2: Οι Πράξεις στους φυσικούς αριθμούς****Κεφάλαιο 8. Η πρόσθεση και η αφαίρεση στους φυσικούς αριθμούς****Λύσεις Ασκήσεων - Προβλημάτων****Άσκηση 1 - Λύση**

$$25.000 + 45.000 = 70.000$$

$$35.800 + 14.200 = 50.000$$

$$140.300 + 10.700 = 151.000$$

$$960.550 + 30.450 = 991.000$$

$$6.700.000 + 2.300.000 = 9.000.000$$

$$26.900.800 + 13.100.100 = 40.000.900$$

**Άσκηση 2 - Λύση**

$$35.000 - 12.000 = 23.000$$

$$65.400 - 25.100 = 40.300$$

$$276.000 - 161.000 = 115.000$$

$$1.000.000 - 500.700 = 499.300$$

$$300.300.300 - 1.100.100 = 299.200.200$$

$$790.980.500 - 5.130.300 = 785.850.200$$

*Απλά και Κατανοητά η Γνώση!*

**Άσκηση 3 - Λύση**

Η δοκιμή (επαλήθευση) της πρόσθεσης είναι η αφαίρεση. Για να βεβαιωθούμε λοιπόν ότι έχουμε κάνει σωστά τις προσθέσεις, αφαιρούμε από το άθροισμα της πρόσθεσης τον β' προσθετέο. Αν το υπόλοιπο της αφαίρεσης είναι ο α' προσθετέος τότε η πρόσθεσή μου είναι σωστή.

α) Κάθετη πράξη: 739.201 Δοκιμή: 1.110.196

$$\begin{array}{r} + \underline{370.995} \\ 1.110.196 \end{array} \quad - \quad \begin{array}{r} \underline{370.995} \\ 739.201 \end{array}$$

β) Κάθετη πράξη: 133.400 Δοκιμή: 317.351

$$\begin{array}{r} + \underline{183.951} \\ 317.351 \end{array} \quad - \quad \begin{array}{r} \underline{183.951} \\ 133.400 \end{array}$$

γ) Κάθετη πράξη: 927.310 Δοκιμή: 1.246.000

$$\begin{array}{r} + \underline{318.690} \\ 1.246.000 \end{array} \quad - \quad \begin{array}{r} \underline{318.690} \\ 927.310 \end{array}$$

**Άσκηση 4 - Λύση**

Η δοκιμή (επαλήθευση) της αφαίρεσης είναι η πρόσθεση. Για να βεβαιωθούμε λοιπόν ότι έχουμε κάνει σωστά τις αφαιρέσεις προσθέτουμε τη διαφορά με τον αφαιρετέο. Αν το άθροισμα της πρόσθεσης είναι ο μειωτέος τότε η αφαίρεσή μου είναι σωστή.

α) Κάθετη πράξη: 700.201 Δοκιμή: 649.234

$$\begin{array}{r} - \underline{50.967} \\ 649.234 \end{array} \quad + \quad \begin{array}{r} \underline{50.967} \\ 700.201 \end{array}$$

β) Κάθετη πράξη: 942.650 Δοκιμή: 596.898

$$\begin{array}{r} - \underline{345.752} \\ 596.898 \end{array} \quad + \quad \begin{array}{r} \underline{345.752} \\ 942.650 \end{array}$$

γ) Κάθετη πράξη: 1.900.400 Δοκιμή: 1.394.492

$$\begin{array}{r} - \underline{505.908} \\ 1.394.492 \end{array} \quad + \quad \begin{array}{r} \underline{505.908} \\ 1.900.400 \end{array}$$

**Απλά και Κατανοητά η Γνώση!**



**Άσκηση 5 - Λύση**

Για να υπολογίσω τα ψηφία που λείπουν από τις προσθέσεις αφαιρώ κάθε φορά τα δυο ψηφία που μου δίνονται στη θέση που υπάρχει το κενό.

**Προσοχή!**

Δεν ξεχνάω να υπολογίσω και τα κρατούμενα, αν υπάρχουν.

<u>49.836</u>	<u>74.067</u>	<u>88.438</u>
+ <u>3.344</u>	+ <u>6.752</u>	+ <u>17.522</u>
<b>53.180</b>	<b>80.819</b>	<b>105.960</b>

**Άσκηση 6 - Λύση**

Για να υπολογίσω τα ψηφία που λείπουν από τις αφαιρέσεις προσθέτω κάθε φορά τα δυο ψηφία που μου δίνονται στη θέση που υπάρχει το κενό.

**Προσοχή!**

Δεν ξεχνάω να υπολογίσω και τα κρατούμενα, αν υπάρχουν.

991. <u>006</u>	1. <u>000</u> .000	<u>406.505</u> .941
- <u>308.404</u>	- <u>777.329</u>	- <u>2.603.030</u>
<b>682.602</b>	<b>222.671</b>	<b>403.902.911</b>

**Άσκηση 7 - Λύση**

Για να βρούμε τους ζητούμενους αριθμούς στις προσθέσεις αφαιρούμε από το άθροισμα τον προσθετέο που μας δίνεται κάθε φορά.

Για να βρούμε τους ζητούμενους αριθμούς στις αφαιρέσεις αφαιρούμε από τον μειωτέο που μας δίνεται κάθε φορά την διαφορά.

**Προσοχή!**

Στην τελευταία αφαίρεση δεν μας δίνεται ο μειωτέος αλλά ο αφαιρετέος.

Στην περίπτωση αυτή θα προσθέσουμε τον αφαιρετέο με τη διαφορά.

**Απλά και Κατανοητά η Γνώση!**

$$789.000 + \underline{211.000} = 1.000.000$$

$$4.530.999 + \underline{469.001} = 5.000.000$$

$$6.581.044 + \underline{6.218.956} = 12.800.000$$

$$7.400.900 - \underline{2.400.750} = 5.000.150$$

$$2.654.000 - \underline{2.287.000} = 367.000$$

$$\underline{11.111.598} - 8.006.509 = 3.105.089$$

### Άσκηση 8 - Λύση

Πρώτα θα αφαιρέσω από τον συνολικό αριθμό των κατοίκων της πόλης τον αριθμό των παιδιών. Ο αριθμός που θα βρω αντιστοιχεί στο σύνολο των αντρών και των γυναικών της πόλης.

$$670.000 - 136.000 = 533.196 \text{ άντρες και γυναίκες.}$$

- Αν ο αριθμός των αντρών ήταν ίσος με τον αριθμό των γυναικών τότε:

$$533.196 : 2 = 266.598$$

Άρα θα υπήρχαν στην πόλη 266.598 άντρες και 266.598 γυναίκες.

Όμως οι άντρες είναι 582 λιγότεροι.

- Άρα θα διαιρέσω και αυτόν τον αριθμό δια του 2:

$$582 : 2 = 291.$$

- Τώρα μπορώ να υπολογίσω τον συνολικό αριθμό αντρών και τον συνολικό αριθμό γυναικών της πόλης.

Αφού οι άντρες είναι λιγότεροι:  $266.598 - 291 = 266.307$ .

Αφού οι γυναίκες είναι περισσότερες:  $266.598 + 291 = 266.889$ .

Απάντηση: Οι άντρες είναι 266.307 και οι γυναίκες είναι 266.889.

*Απλά και Κατανοητά η Γνώση!*

**Άσκηση 9 - Λύση**

- Γνωρίζω το κέρδος των 3 πρώτων μηνών (1<sup>ο</sup> τρίμηνο). Θα προσθέσω το επιπλέον κέρδος που είχε η εταιρεία τους επόμενους 3 μήνες (2<sup>ο</sup> τρίμηνο) σε σχέση με το 1<sup>ο</sup> τρίμηνο για να βρω το συνολικό κέρδος για το 2<sup>ο</sup> τρίμηνο:

$$5.600.980 + 670.300 = 6.271.280 \text{ ευρώ}$$

ήταν τα κέρδη του 2<sup>ου</sup> τριμήνου.

- Τους επόμενους 3 μήνες όμως (3<sup>ο</sup> τρίμηνο) η εταιρεία είχε 927.390€ λιγότερο κέρδος σε σχέση με το 2ο τρίμηνο. Άρα θα αφαιρέσω τον αριθμό αυτόν από το κέρδος του 2<sup>ου</sup> τριμήνου για να βρω το κέρδος του 3<sup>ου</sup> τριμήνου.

$$6.271.280 - 927.390 = 5.343.890 \text{ ευρώ}$$

ήταν τα κέρδη του 3<sup>ου</sup> τριμήνου.

Επομένως το κέρδος της εταιρείας αυτοκινήτων στους πρώτους 9 μήνες του περασμένου χρόνου ήταν:

$$5.600.000 + 6.271.000 + 5.343.890 = 17.216.150 \text{ ευρώ.}$$

Απάντηση: Το κέρδος της εταιρείας αυτοκινήτων στους πρώτους 9 μήνες του περασμένου χρόνου ήταν 17.216.150 ευρώ.

*Απλά και Κατανοητά η Γνώση!*

**Άσκηση 10 - Λύση**

α) Για να βρω πόσοι περισσότεροι ήταν οι υποψήφιοι που έδιναν φέτος πανελλήνιες σε σχέση με τις προσφερόμενες θέσεις των πανεπιστημίων, θα αφαιρέσω τον αριθμό των θέσεων από τον αριθμό των υποψηφίων:

$$103.468 - 77.415 = 26.053 \text{ περισσότεροι}$$

β) Για να βρω πόσες θέσεις των πανεπιστημίων της χώρας μας δεν καλύφθηκαν από φοιτητές, θα αφαιρέσω τον αριθμό των φοιτητών που εισήχθησαν στα πανεπιστήμια από τον αριθμό των θέσεων των πανεπιστημίων της χώρας μας που προσφέρονται για σπουδές :

$$77.415 - 63.239 = 14.716 \text{ θέσεις έμειναν κενές.}$$

Απάντηση Α : Οι υποψήφιοι που έδιναν φέτος πανελλήνιες σε σχέση με τις προσφερόμενες θέσεις των πανεπιστημίων ήταν 26.053 περισσότεροι.

Απάντηση Β : Οι θέσεις των πανεπιστημίων της χώρας μας που δεν καλύφθηκαν από φοιτητές ήταν 14.716.

*Απλά και Κατανοητά η Γνώση!*

**Κεφάλαιο 9. Ο πολλαπλασιασμός στους φυσικούς αριθμούς****Λύσεις Ασκήσεων - Προβλημάτων****Άσκηση 1 - Λύση**

$$7 \cdot 12 = 84$$

$$8 \cdot 16 = 128$$

$$14 \cdot 25 = 350$$

$$16 \cdot 50 = 800$$

$$18 \cdot 45 = 810$$

$$25 \cdot 12 = 300$$

$$120 \cdot 150 = 18.000$$

$$120 \cdot 450 = 54.000$$

**Άσκηση 2 - Λύση**

Για να βρω τον ζητούμενο παράγοντα του πολλαπλασιασμού διαιρώ το γινόμενο δια του παράγοντα που μου δίνεται.

$$92 \cdot 10.000 = 920.000$$

$$14 \cdot 10.000 = 140.000$$

$$38 \cdot 10.000 = 380.000$$

$$44 \cdot 2.000 = 88.000$$

$$51 \cdot 2.000 = 102.000$$

$$64 \cdot 500 = 32.000$$

$$46 \cdot 50 = 2.300$$

*Απλά και Κατανοητά η Γνώση!*

**Άσκηση 3 - Λύση**

Στην πρώτη στήλη ( $\cdot 10$ ) βάζουμε στο τέλος του αριθμού που μας δίνεται κάθε φορά ένα μηδενικό. Στη δεύτερη στήλη ( $\cdot 100$ ) βάζουμε στο τέλος του αριθμού που μας δίνεται κάθε φορά δύο μηδενικά. Στην τρίτη στήλη ( $\cdot 1000$ ) βάζουμε στο τέλος του αριθμού που μας δίνεται κάθε φορά τρία μηδενικά.

Αριθμός	$\cdot 10$	$\cdot 100$	$\cdot 1000$
18	180	1.800	18.000
359	3.590	35.900	359.000
1.001	10.010	100.100	1.001.000
991	9.910	99.100	991.000
950	9.500	95.000	950.000
700	7.000	70.000	700.000
3.420	34.200	342.000	3.420.000

**Άσκηση 4 - Λύση**

$$4 \cdot 5 \cdot 12 = (4 \cdot 5) \cdot 12 = 20 \cdot 12 = 240$$

$$8 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 6 = (8 \cdot 2) \cdot (5 \cdot 6) = 16 \cdot 30 = 480$$

$$4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 = (4 \cdot 3) \cdot (5 \cdot 11) = 12 \cdot 55 = 660$$

$$9 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 5 = (9 \cdot 6) \cdot (8 \cdot 5) = 54 \cdot 40 = 2.160$$

**Άσκηση 5 - Λύση**

$$5 \cdot (14 + 31) = (5 \cdot 14) + (5 \cdot 31) = 70 + 155 = 225$$

$$6 \cdot (9 + 15) = (6 \cdot 9) + (6 \cdot 15) = 54 + 90 = 144$$

$$8 \cdot (7 + 60) = (8 \cdot 7) + (8 \cdot 60) = 56 + 480 = 536$$

$$9 \cdot (12 + 16) = (9 \cdot 12) + (9 \cdot 16) = 108 + 144 = 252$$

*Απλά και Κατανοητά η Γνώση!*

### Άσκηση 6 - Λύση

$$35 \cdot 24 = (30 + 5) \cdot (20 + 4) = (30 \cdot 20) + (30 \cdot 4) + (5 \cdot 20) + (5 \cdot 4) =$$

$$= 600 + 120 + 100 + 20 = 840$$

$$42 \cdot 51 = (40 + 2) \cdot (50 + 1) = (40 \cdot 50) + (40 \cdot 1) + (2 \cdot 50) + (2 \cdot 1) =$$

$$= 2000 + 40 + 100 + 2 = 2.142$$

$$32 \cdot 27 = (30 + 2) \cdot (20 + 7) = (30 \cdot 20) + (30 \cdot 7) + (2 \cdot 20) + (2 \cdot 7) =$$

$$= 600 + 210 + 40 + 14 = 864$$

$$25 \cdot 62 = (20 + 5) \cdot (60 + 2) = (20 \cdot 60) + (20 \cdot 2) + (5 \cdot 60) + (5 \cdot 2) =$$

$$= 1.200 + 40 + 300 + 10 = 1.550$$

### Άσκηση 7 - Λύση

Για να βρω τον ζητούμενο παράγοντα του πολλαπλασιασμού διαιρώ το γινόμενο δια του παράγοντα που μου δίνεται.

$$90.000 \cdot 9 = 810.000$$

$$400.000 \cdot 250 = 100.000.000$$

$$200 \cdot 150 = 30.000$$

$$60.000 \cdot 120 = 7.200.000$$

### Άσκηση 8 - Λύση

46	58	68	203
<u>X 27</u>	<u>X 93</u>	<u>X 104</u>	<u>X 497</u>
322	174	272	1421
<u>+92</u>	<u>+522</u>	+ 00	+1827
<b>1.242</b>	<b>5.394</b>	<b>608</b>	<b>812</b>
	<b>7.072</b>	<b>100.891</b>	

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

**Άσκηση 9 - Λύση**

Αφού γνωρίζουμε πόσα κουτιά απορρυπαντικών τοποθετεί στο ένα κιβώτιο θα κάνουμε πολλαπλασιασμό για να βρούμε πόσα κουτιά τοποθετεί στα 68 κιβώτια.

$$68 \cdot 54 = 3.362 \text{ κουτιά.}$$

Απάντηση: Στα 68 κιβώτια συσκεύασε συνολικά 3.362 κουτιά απορρυπαντικών.

**Άσκηση 10 - Λύση**

Πρώτα θα κάνω τρεις πολλαπλασιασμούς για να βρω πόσο κόστισαν οι μπάλες της κάθε μιας κατηγορίας και μετά θα προσθέσω τα γινόμενα των πολλαπλασιασμών αυτών για να βρω πόσα χρήματα κόστισαν όλες οι μπάλες στον αθλητικό όμιλο.

$$\text{μπάλες μπάσκετ: } 42 \cdot 23 = 966 \text{ ευρώ}$$

$$\text{μπάλες ποδοσφαίρου: } 38 \cdot 26 = 874 \text{ ευρώ}$$

$$\text{μπάλες χάντμπολ: } 27 \cdot 34 = 918 \text{ ευρώ}$$

$$966 + 874 + 918 = 2.758 \text{ ευρώ.}$$

Απάντηση: Όλες οι μπάλες κόστισαν στον αθλητικό όμιλο 2.758 ευρώ.

**Άσκηση 11 - Λύση**

Αφού γνωρίζουμε την τιμή του ενός εισιτηρίου και ψάχνουμε την τιμή των πολλών θα κάνουμε πολλαπλασιασμό για να την βρούμε.

$$512 \cdot 837 = 428.544 \text{ ευρώ}$$

Απάντηση: Η αεροπορική εταιρεία εισέπραξε συνολικά από την πώληση των συγκεκριμένων εισιτηρίων 428.544 ευρώ.

*Απλά και Κατανοητά η Γνώση!*



**Άσκηση 12 - Λύση**

Γνωρίζουμε ότι ένα μπουκάλι κρασί γεμάτο ως τη μέση ζυγίζει 9 κιλά, ενώ άδειο ζυγίζει 2 κιλά. Άρα το καθαρό βάρος του κρασιού είναι χωρίς το βάρος του μπουκαλιού είναι:

$$9 - 2 = 7 \text{ κιλά.}$$

Επομένως γεμάτο το μπουκάλι θα περιέχει:

$$7 \cdot 2 = 14 \text{ κιλά κρασί}$$

Τώρα που ξέρω πόσα κιλά κρασί περιέχει το ένα μπουκάλι μπορώ να υπολογίσω πόσα κιλά κρασί περιέχουν τα 67 κάνοντας πολλαπλασιασμό.

$$67 \cdot 14 = 938 \text{ κιλά κρασί}$$

Απάντηση: Η κάβα τον περασμένο μήνα πούλησε 938 κιλά κρασί.

*Απλά και Κατανοητά η Γνώση!*

## Κεφάλαιο 10. Πολλαπλάσια και διαιρέτες

**Πολλαπλάσια** ενός φυσικού αριθμού είναι όλοι οι αριθμοί που προκύπτουν από τον πολλαπλασιασμό του με όλους τους φυσικούς αριθμούς.

$$P_4 = 0, 4, 8, 12, 16, 20, \dots$$

Κάθε φυσικός αριθμός έχει άπειρα πολλαπλάσια.

**Κοινά πολλαπλάσια** δύο ή περισσότερων φυσικών αριθμών είναι οι αριθμοί που είναι ταυτόχρονα πολλαπλάσια αυτών των αριθμών.

$$P_4 = 0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, \dots$$

$$P_6 = 0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, \dots$$

$$Κ.Π. (4, 6) = 0, 12, 24, 36, \dots$$

**Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (Ε.Κ.Π.)** δύο ή περισσότερων αριθμών που είναι διαφορετικοί από το 0 ονομάζεται το μικρότερο κοινό πολλαπλάσιο των αριθμών αυτών, εκτός από το 0.

$$Ε.Κ.Π. (4, 6) = 12$$

### Πώς βρίσκουμε το Ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο δύο ή περισσότερων αριθμών

**Α Τρόπος:** Γράφουμε τα πολλαπλάσια των αριθμών που μας δίνονται και επιλέγουμε το μικρότερο από τα κοινά πολλαπλάσιά τους.

**Π.χ. Να βρεθεί το Ε.Κ.Π (4, 6)**

$$P_4 = 0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, \dots$$

$$P_6 = 0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, \dots$$

$$ΕΚΠ (4, 6) = 12$$

*Απλά και Κατανοητά η Γνώση!*

**Β Τρόπος:** Επιλέγουμε τον μεγαλύτερο από τους αριθμούς που μας δίνονται και εξετάζουμε αν διαιρείται ακριβώς από τους υπόλοιπους. Αν διαιρείται, τότε αυτός είναι το Ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιό τους. Αν δε διαιρείται, τότε τον διπλασιάζω και εξετάζω αν διαιρείται. Αν και πάλι δεν διαιρείται από τους υπόλοιπους, τότε τον τριπλασιάζω, τον τετραπλασιάζω κλπ, μέχρι να βρω έναν αριθμό που να διαιρείται από τους υπόλοιπους. Αυτός είναι το Ε.Κ.Π.

**Π.χ. Να βρεθεί το Ε.Κ.Π (4, 6)**

Παρατηρώ ότι ο αριθμός 6 δε διαιρείται ακριβώς από τον αριθμό 4.

Τον διπλασιάζω και γίνεται  $2 \times 6 = 12$ .

Παρατηρώ ότι ο αριθμός 12 διαιρείται ακριβώς από τον αριθμό 4.

Άρα αυτός είναι το ΕΚΠ που ψάχνω.

Άρα:  $\text{Ε.Κ.Π} (4, 6) = 12$

**Διαιρέτες** ενός φυσικού αριθμού είναι όλοι οι αριθμοί που τον διαιρούν ακριβώς (δηλαδή έχουμε τέλεια διαίρεση με υπόλοιπο 0.)

Π.χ.  $\Delta 40 = 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20$

Οι διαιρέτες ενός φυσικού αριθμού είναι μικρότεροι ή ίσοι του αριθμού.

**Κοινοί Διαιρέτες (Κ.Δ.)** δύο ή περισσότερων φυσικών αριθμών λέγονται οι φυσικοί αριθμοί που τους διαιρούν όλους ακριβώς. Για παράδειγμα:

$\Delta 24 = 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24$

$\Delta 40 = 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40$

$\text{Κ.Δ.} (24, 30) = 1, 2, 4, 8$

**Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης (Μ.Κ.Δ.)** είναι ο μεγαλύτερος από τους κοινούς διαιρέτες.

$\text{Μ.Κ.Δ.} (24, 40) = 8$

*Απλά και Κατανοητά η Γνώση!*

### Προσδοκώμενοι Στόχοι για τους μαθητές

1. Να υπολογίζουν τα πολλαπλάσια των φυσικών αριθμών .
2. Να είναι σε θέση να βρουν το Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο .
3. Να μπορούν να βρουν τους διαιρέτες ενός φυσικού αριθμού .
4. Να αναπτύσσουν και να αξιοποιούν αλγορίθμους του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης χρησιμοποιώντας διάφορες στρατηγικές, μέσα και αναπαραστάσεις

### Λύσεις σε Ασκήσεις και Προβλήματα

#### Άσκηση 1 - Λύση

**Π4=** 4, 8, 12, 16, 20, 24

**Π8=** 8, 16, 24, 32, 40, 48

**Π12=** 12, 24, 36, 48, 60, 72

**Π15=** 15, 30, 45, 60, 75, 90

**Π22=** 22, 44, 66, 88, 110, 132

**Π25=** 25, 50, 75, 100, 125, 150

#### Άσκηση 2 - Λύση

**Π3:** 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, **24**, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, **48**, 51, 54, 57, 60, 63, 66, 69, **72...**

**Π4:** 4, 8, 12, 16, 20, **24**, 28, 32, 36, 40, 44, **48**, 52, 56, 60, 64, 68, **72...**

**Π8:** 8, 16, **24**, 32, 40, **48**, 56, 64, **72**, 80...

**Κ.Π. (3,4,8)=** 24, 48, 72...

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

**Π6:** 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, **48**, 54, 60, 66, **72**, 78, 84, 90, **96**, 102, 108, 114, **120**, 126, 132...

**Π8:** 8, 16, 24, 32, 40, **48**, 56, 64, **72**, 80, 88, **96**, 104, 112, **120**, 128, 136...

**Π12:** 12, 24, 36, **48**, 60, **72**, 84, **96**, 108, **120**, 132...

**Κ.Π. (6,8,12): 48, 72, 96, 120 ...**

### Άσκηση 3 - Λύση

Για να βρούμε το Ε.Κ.Π δύο ή περισσότερων αριθμών γράφουμε τα πολλαπλάσια των αριθμών που μας δίνονται και επιλέγουμε το μικρότερο από τα κοινά πολλαπλάσιά τους.

Αυτό είναι το πρώτο κοινό πολλαπλάσιο που συναντάμε.

**Π<sub>12</sub>**= 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, 120, 132, 144, 156, 168, **180**, 192...

**Π<sub>18</sub>**= 18, 36, 54, 72, 90, 108, 126, 144, 162, **180**, 198...

**Π<sub>30</sub>**= 30, 60, 90, 120, 150, **180**, 210...

**Ε.Κ.Π. ( 12, 18, 30) = 180**

### Άσκηση 4 - Λύση

**Δ56:** 1, 2, 4, 7, 8, 14, 28, 56

**Δ60:** 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60

**Δ72:** 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72

**Δ80:** 1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 40, 80

**Δ120:** 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 24, 30, 40, 60, 120

*Απλά και Κατανοητά η Γνώση!*

**Άσκηση 5 - Λύση**

<b>Δ24</b>	2	3	4	5	7	8	12	14	24
<b>Δ36</b>	2	3	4	6	9	12	16	18	36
<b>Δ72</b>	2	2	4	6	16	18	24	36	72

**Άσκηση 6 - Λύση**

1	2	4	5	8	10	20	40
---	---	---	---	---	----	----	----

Ο αριθμός που έχει τους παραπάνω διαιρέτες είναι ο αριθμός 40.

**Άσκηση 7 - Λύση**

Βρίσκουμε το **Ε.Κ.Π.** των αριθμών 2 και 7.

$P_2 = 2, 4, 6, 8, 10, 12, \mathbf{14}, 16, 18, \dots$

$P_7 = 7, \mathbf{14}, 21 \dots$

$\text{Ε.Κ.Π}(2,7) = 14$

Άρα θα συναντηθούν στην αφετηρία στις 14 λεπτά μετά.

Απάντηση: Θα συναντηθούν στην αφετηρία στις 9:14.

**Άσκηση 8 - Λύση**

Ψάχνω το πολλαπλάσιο του 15 που βρίσκεται μεταξύ του 80 και του 100.

Είναι το 90. Άρα ο Χάρης συσκευάσε 90 κιλά λάδι.

Επομένως δεν μπορεί να συσκευάσει το λάδι σε δοχεία των 12 κιλών δίχως περισσέψει καθόλου, γιατί το 12 δεν είναι διαιρέτης το 90.

Απάντηση: Όχι, δεν μπορεί.

*Απλά και Κατανοητά η Γνώση!*

**Άσκηση 9 - Λύση**

Ο αριθμός των τουριστών θα είναι το **Ε.Κ.Π** των αριθμών 3 και 5 αυξημένο κατά 2 (ο αριθμός των τουριστών που περισσεύουν.)

$$\Pi_3 = 3, 6, 9, 12, \mathbf{15}, 18, \dots$$

$$\Pi_5 = 5, 10, \mathbf{15}, 20, \dots$$

$$\text{Ε.Κ.Π (3,5)} = 15$$

Άρα οι τουρίστες είναι  $15 + 2 = 17$

Απάντηση: Ο ακριβής αριθμός των τουριστών είναι 17.

**Άσκηση 10 - Λύση**

Για να βρω πόσες όμοιες ανθοδέσμες μπορεί να φτιάξει πρέπει να βρω τον **Μ.Κ.Δ** των αριθμών του κάθε είδους από τα λουλούδια που θα χρησιμοποιήσει.

$$\text{Διαρέτες του 24: } 1, 2, 3, 4, \mathbf{6}, 8, 12, 24$$

$$\text{Διαρέτες του 30: } 1, 2, 3, \mathbf{6}, 10, 15, 30$$

$$\text{Διαρέτες του 42: } 1, 2, 3, \mathbf{6}, 7, 14, 21, 42$$

$$\text{Μ.Κ.Δ ( 42, 30, 24 )} = 6$$

Επομένως μπορεί να φτιάξει 6 όμοιες ανθοδέσμες.

Για να βρω πόσα λουλούδια από κάθε είδος θα πρέπει να βάλει στην κάθε ανθοδέσμη θα διαιρέσω τον αριθμό του κάθε είδους από τα λουλούδια που θα χρησιμοποιήσει δια του 6.

$$42 : 6 = 7 \text{ τριαντάφυλλα}$$

$$30 : 6 = 5 \text{ χρυσάνθεμα}$$

$$24 : 6 = 4 \text{ τουλίπες}$$

Απάντηση: Μπορεί να φτιάξει 6 όμοιες ανθοδέσμες και στην καθένα θα βάλει από 7 τριαντάφυλλα, 5 χρυσάνθεμα και 4 τουλίπες.

*Απλά και Κατανοητά η Γνώση!*

**Άσκηση 11 - Λύση**

Πρώτα θα υπολογίσω πόσες ώρες είναι από τις 6:30 μ.μ έως τις 11:30 μ.μ

11 ώρες 30 λεπτά

- 6 ώρες 30 λεπτά

5 ώρες 00 λεπτά

**Επομένως:** 5 ώρες x 60 λεπτά = 300 λεπτά

Μετά θα διαιρέσω τα 300 λεπτά δια του χρόνου που χρειάζεται το κάθε είδος πίτσας για να ετοιμαστεί για να βρω πόσες φορές θα ετοιμαστεί το κάθε είδος πίτσας.

- Πίτσα σπέσιαλ :  $300 : 4 = 75$  φορές
- Πίτσα αλλαντικών:  $300 : 6 = 50$  φορές
- Πίτσα με τέσσερα τυριά :  $300 : 9 = 33$  περίπου φορές

**Άσκηση 12 - Λύση**

Βρίσκουμε το **Ε.Κ.Π.** των αριθμών 12 και 10.

$\Pi_{10} = 10, 20, 30, 40, 50, \mathbf{60}, 60, 80, \dots$

$\Pi_{12} = 12, 24, 36, 48, \mathbf{60}, 72, 84, \dots$

**Ε.Κ.Π.** (12, 10) = 60 μέρες

Απάντηση: Ο Παύλος και η Μαριάννα θα ξανασυναντηθούν μετά από 2 μήνες (60 ημέρες) δλδ στις 10 Αυγούστου.

*Απλά και Κατανοητά η Γνώση!*



## Κεφάλαιο 11. Κριτήρια Διαιρετότητας

### Λύσεις Ασκήσεων - Προβλημάτων

#### Άσκηση 1 - Λύση

Αριθμός	Διαιρείται με το 2	Διαιρείται με το 5	Διαιρείται με το 9	Διαιρείται με το 10
256	X			
300	X	X		X
8.928	X		X	
4.050	X	X	X	X
7.047			X	
3.005		X		

#### Άσκηση 2 - Λύση

##### α) Ο αριθμός 6\_3 να διαιρείται με το 3:

Πρέπει το άθροισμα των ψηφίων του αριθμού που θα προκύψει να διαιρείται με το 3. Άρα θα μπορούσε να μπει κάποιος από τους αριθμούς 0,3,6,9.

Ενδεικτικά βάζουμε το 0. 603

##### β) ο αριθμός 29\_ να διαιρείται με το 2:

Πρέπει το τελευταίο ψηφίο του είναι: 0, 2, 4, 6 ή 8.

Ενδεικτικά βάζουμε το 4. 294

##### γ) ο αριθμός 307\_ να διαιρείται με το 10:

Πρέπει το τελευταίο ψηφίο του να είναι 0. 3.070

##### δ) ο αριθμός 59\_ να διαιρείται με το 5:

Πρέπει το τελευταίο ψηφίο του είναι: 0 ή 5. Ενδεικτικά βάζουμε το 5. 595

##### ε) ο αριθμός 48\_ να διαιρείται με το 3:

Πρέπει το άθροισμα των ψηφίων του αριθμού που θα προκύψει να διαιρείται με το 3.

Άρα θα μπορούσε να μπει κάποιος από τους αριθμούς 0,3,6,9.

Ενδεικτικά βάζουμε το 3. 480

*Απλά και Κατανοητά η Γνώση!*

στ) ο αριθμός 2\_6\_ να διαιρείται με το 2 και το 9:

Πρέπει το άθροισμα των ψηφίων του αριθμού που θα προκύψει να διαιρείται με το 9 και ο τελευταίος του αριθμός να είναι: 0, 2, 4, 6 ή 8.

Ενδεικτικά βάζουμε 1 και 0. 2160

### Άσκηση 3 - Λύση

Για να διαιρείται με το 2, το τελευταίο ψηφίο μπορεί να είναι: **0, 2, 4, 6, ή 8.**

- Αν είναι **0**, τότε το ψηφίο στο πρώτο τετράγωνο είναι το **1**, οπότε ο αριθμός είναι:

5130

- Αν είναι **2**, τότε το ψηφίο στο πρώτο τετράγωνο είναι το **8**, οπότε ο αριθμός είναι:

5832

- Αν είναι **4**, τότε το ψηφίο στο πρώτο τετράγωνο είναι το **6**, οπότε ο αριθμός είναι:

5634

- Αν είναι **6**, τότε το ψηφίο στο πρώτο τετράγωνο είναι το **4**, οπότε ο αριθμός είναι:

5436

- Αν είναι **8**, τότε το ψηφίο στο πρώτο τετράγωνο είναι το **2**, οπότε ο αριθμός είναι:

5238

Οι αριθμοί που προκύπτουν είναι: 5.130, 5.832, 5.634, 5436, 5238

### Άσκηση 4 – Λύση

Διαιρείται με το 3			Διαιρείται με το 5			Διαιρείται με το 9		
Π	αριθμός	Ε	Π	αριθμός	Ε	Π	αριθμός	Ε
267	<b>270</b>	273	265	<b>270</b>	275	261	<b>270</b>	279
654	<b>655</b>	657	650	<b>655</b>	670	648	<b>655</b>	657
2.001	<b>2.002</b>	2.004	2.000	<b>2.002</b>	2.005	1.998	<b>2.002</b>	2.007
4.518	<b>4.521</b>	4.524	4.520	<b>4.521</b>	4.525	4.518	<b>4.521</b>	4.527
9.999	<b>10.000</b>	10.002	9.995	<b>10.000</b>	10.005	9.999	<b>10.000</b>	<b>10.008</b>

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

**Άσκηση 5 - Λύση**

Για να διαιρούνται ταυτόχρονα με το 3 και το 10 πρέπει οι αριθμοί αυτοί να λήγουν σε 0 και το άθροισμα των ψηφίων τους να διαιρείται με το 3.

Ενδεικτικά : 120, 270, 330

**Άσκηση 6 - Λύση**

Πρέπει το άθροισμα των ψηφίων του κάθε αριθμού να διαιρείται με το 9 και να τελειώνει σε 0, 2, 4, 6, ή 8.

Ενδεικτικά: 162, 234, 432.

**Άσκηση 7 - Λύση**

Ο μικρότερος περιττός τετραψήφιος είναι το 1.001. Όμως δεν διαιρείται από 3 ή το 9.

Ο πιο κοντινός του περιττός τετραψήφιος που διαιρείται από 3 και το 9 είναι ο αριθμός

**1.017**

**Άσκηση 8 - Λύση**

**A)** Θα μπορούσε να είναι οποιοσδήποτε αριθμός τελειώνει σε 5 ή 0 και βρίσκεται μεταξύ 1.000 και του 9.995, προσθέτοντάς του τον αριθμό 4.

Ενδεικτικά: **1.004** ( $1.000 + 4$ ) ή **2.559** ( $2.555 + 4$ ) ή **9.469** ( $9.465 + 4$ ) κ. α

**B)** Θα μπορούσε να είναι οποιοσδήποτε αριθμός τελειώνει σε 0 και βρίσκεται μεταξύ 1.000 και του 9.990, προσθέτοντάς του τον αριθμό 4.

Ενδεικτικά: **1.154** ( $1.150 + 4$ ) ή **3.404** ( $3.400 + 4$ ) ή **8.754** ( $8.750 + 4$ ) κ. α

**Γ)** Θα μπορούσε να είναι οποιοσδήποτε αριθμός αριθμό τελειώνει σε 0 και βρίσκεται μεταξύ 10.000 και του 99.990, προσθέτοντάς του τον αριθμό 4.

Ενδεικτικά: **10.009** ( $10.000 + 9$ ) ή **40.859** ( $40.850 + 9$ ) ή **72.569** ( $72.560 + 9$ ) κ. α

*Απλά και Κατανοητά η Γνώση!*

**Άσκηση 9 - Λύση**

Θα επιλέξει τους δίσκους που χωράνε 4 κέικ ο καθένας, γιατί θα μπορέσει να τοποθετήσει σε αυτούς όλα τα κέικ δίχως να περισσέψει κανένα.

$$232 : 4 = 58$$

Αντίθετα δεν θα επιλέξει τους δίσκους που χωράνε 5 κέικ ο καθένας γιατί ο αριθμός 232 δεν διαιρείται με το 5 ακριβώς.

**Άσκηση 10 - Λύση**

Πρέπει να βρω έναν αριθμό που να βρίσκεται μεταξύ το 30 και του 50 , να λήγει σε 5 ή 0 και το άθροισμα των ψηφίων του να διαιρείται ακριβώς με το 3 και το 9.

Ο αριθμός αυτός είναι ο **45**.

Απάντηση: Η κυρία Σοφία κράτησε για το σπίτι της ακριβώς 45 κιλά μέλι.

*Απλά και Κατανοητά η Γνώση!*

**Κεφάλαιο 12. Η διαίρεση στους φυσικούς αριθμούς****Λύσεις Ασκήσεων - Προβλημάτων****Άσκηση 1 - Λύση**

$$1.800 : 3 = \mathbf{600}$$

$$24.000 : 30 = \mathbf{800}$$

$$400 : 25 = \mathbf{16}$$

$$36.000 : 60 = \mathbf{600}$$

$$345 : 345 = \mathbf{1}$$

$$600.804 : 2 = \mathbf{300.402}$$

$$70.000 : 35 = \mathbf{2.000}$$

$$280.000 : 4 = \mathbf{70.000}$$

$$0 : 279 = \mathbf{0}$$

$$707 : 1 = \mathbf{707}$$

**Άσκηση 2 - Λύση**

$$680 : 10 = \mathbf{68}$$

$$42.000 : 100 = \mathbf{420}$$

$$450.000 : 10.000 = \mathbf{45}$$

$$8.000.000 : 8.000 = \mathbf{1.000}$$

$$888.000 : 444.000 = \mathbf{2}$$

$$5.400 : 10 = \mathbf{540}$$

$$690.000 : 1.000 = \mathbf{690}$$

$$9.000 : 300 = \mathbf{30}$$

$$45.000.000 : 150.000 = \mathbf{300}$$

*Απλά και Κατανοητά η Γνώση!*

### Άσκηση 3 - Λύση

$$380.000 : 10.000 = 38$$

$$67.000.000 : 10.000 = 6.700$$

$$120.000 : 200 = 600$$

$$210.000 : 300 = 700$$

$$5.600.000 : 70.000 = 80$$

$$75.000.000 : 300.000 = 250$$

$$400.000 : 8.000 = 50$$

### Άσκηση 4 - Λύση

Στην πρώτη στήλη ( : 10) αφαιρούμε στο τέλος του αριθμού που μας δίνεται κάθε φορά ένα μηδενικό. Στη δεύτερη στήλη ( : 100) αφαιρούμε στο τέλος του αριθμού που μας δίνεται κάθε φορά δύο μηδενικά. Στην τρίτη στήλη ( :1.000 ) αφαιρούμε στο τέλος του αριθμού που μας δίνεται κάθε φορά τρία μηδενικά.

	<b>:10</b>	<b>:100</b>	<b>:1.000</b>
750.000	75.000	7.500	750
683.000	68.300	6.830	683
4.590.000	459.000	45.900	4.590
9.200.000	920.000	92.000	9.200

### Άσκηση 5 - Λύση

<b>Διαιρετέος</b>	<b>διαιρέτης</b>	<b>υπόλοιπο</b>
7.005	10	5
8.400	10	0
72.400	100	0
703.000	50	0
840.501.000	300	0
82.970.000	2.000	0
120.009	2.000	9

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

**Άσκηση 6 – Λύση**

$\Delta$	$\delta$	$\pi$	$\upsilon$	$\Delta = \delta \times \pi + \upsilon$
117	6	19	3	$117 = 6 \times 19 + 3$
98	5	19	3	$98 = 19 \times 5 + 3$
326	16	20	6	$326 = 16 \times 20 + 6$
89	9	9	8	$89 = 9 \times 9 + 8$
76	12	6	4	$76 = 12 \times 6 + 4$

**Άσκηση 7 – Λύση**

Α.  $1.744 : 16 = 109$

Β.  $73.800 : 90 = 820$

Γ.  $604.008 : 15 = 40.267$  και υπόλοιπο 3

**Άσκηση 8 – Λύση**

$634 : 6 = (600 : 6) + (30 : 6) = 105$  πηλίκιο και 4 υπόλοιπο

$907 : 5 = (900 : 5) + (7 : 5) = 181$  πηλίκιο και 2 υπόλοιπο

$6.900 : 30 = (6.000 : 30) + (900 : 30) = 230$  πηλίκιο και 0 υπόλοιπο

**Άσκηση 9 - Λύση**

Ψάχνω τον διαιρετέο. Γνωρίζω ότι  $\Delta = \delta \times \pi + \upsilon$ .

Άρα  $\Delta = 6 \times 409 + 4 = 2.458$ . Ο αριθμός είναι ο 2.458.

*Απλά και Κατανοητά η Γνώση!*

**Άσκηση 10 - Λύση**

Αφού πρόκειται για μοίρασμα θα κάνουμε διαίρεση.

$640 : 8 =$  πηλίκο 75 και υπόλοιπο 4

Απάντηση: Το κάθε εγγόνι θα πάρει 75 ευρώ και στη γιαγιά θα περισσέψουν 4 ευρώ.

**Άσκηση 11 - Λύση**

Αφού πρόκειται για μοίρασμα θα κάνουμε διαίρεση.

$40.020 : 16 =$  πηλίκο 2.501 και υπόλοιπο 4.

Απάντηση Α: Γέμισε 2.051 δοχεία.

Απάντηση Β: Δε συσκευάστηκαν 4 λίτρα λάδι.

*Απλά και Κατανοητά η Γνώση!*



### Ενότητα 3: Οι κλασματικοί αριθμοί

#### Κεφάλαιο 13. Οι κλασματικοί αριθμοί

#### Λύσεις Ασκήσεων - Προβλημάτων

##### Άσκηση 1 – Λύση

Δεκαδικό κλάσμα είναι κάθε κλάσμα που έχει στον παρονομαστή του 10, 100, 1.000

$$\frac{10}{6} \quad \frac{7}{7} \quad \frac{1}{10} \quad \frac{9}{100} \quad \frac{3}{90} \quad \frac{50}{150} \quad \frac{3}{1} \quad \frac{100}{15} \quad \frac{10}{1000} \quad \frac{25}{100}$$

##### Άσκηση 2 – Λύση

Κλασματική μονάδα είναι κάθε κλάσμα που στον αριθμητή έχει το 1.

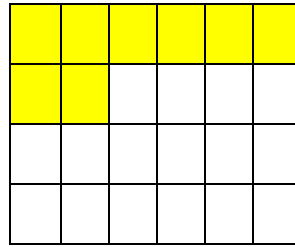
$$\frac{1}{5} \quad \frac{1}{10} \quad \frac{99}{100} \quad \frac{9}{50} \quad \frac{1}{12} \quad \frac{4}{1} \quad \frac{1.000}{600} \quad \frac{10}{80} \quad \frac{6}{60} \quad \frac{1}{33}$$

##### Άσκηση 3 – Λύση

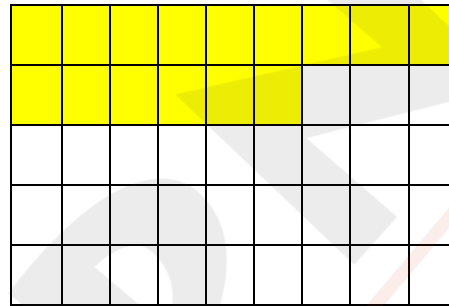
Ο πίνακας αποτελείται από 15 κουτάκια.  $15 : 3 = 5$ . Άρα θα χρωματίσω 5 κουτάκια.


Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

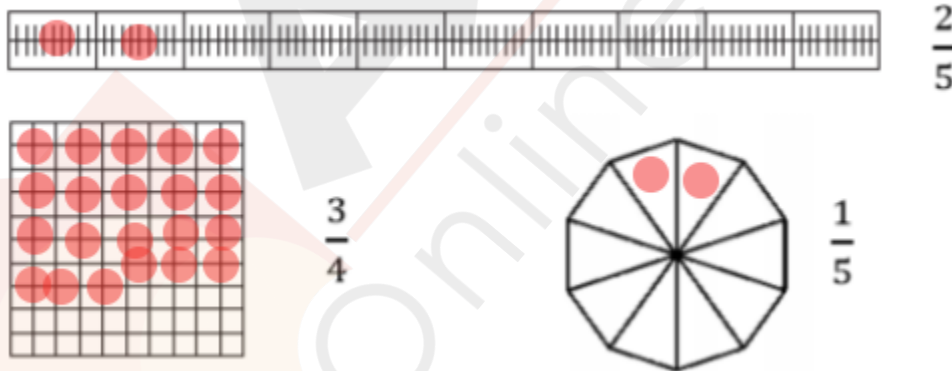
Ο πίνακας αποτελείται από 24 κουτάκια.  $24 : 3 = 8$ . Άρα θα χρωματίσω 8 κουτάκια.



Ο πίνακας αποτελείται από 45 κουτάκια.  $45 : 3 = 15$ . Άρα θα χρωματίσω 15 κουτάκια.



Άσκηση 4 - Λύση



Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

**Άσκηση 5 - Λύση**

Υπάρχουν 10 κουτάκια από τα οποία είναι χρωματισμένα τα 3.

Άρα το κλάσμα είναι :  $\frac{3}{10}$

---



Υπάρχουν 15 κουτάκια από τα οποία είναι χρωματισμένα τα 4.

Άρα το κλάσμα είναι :  $\frac{4}{15}$

---



Υπάρχουν 30 κουτάκια από τα οποία είναι χρωματισμένα τα 10.

Άρα το κλάσμα είναι :  $\frac{10}{30}$

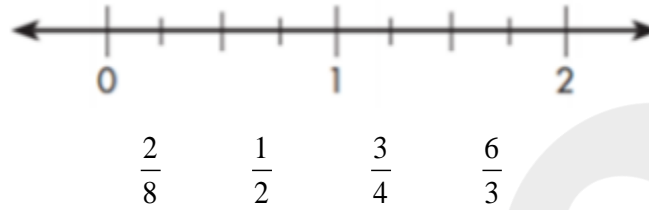
---



Υπάρχουν 30 κουτάκια από τα οποία είναι χρωματισμένα τα 8.

Άρα το κλάσμα είναι :  $\frac{8}{30}$

**Απλά και Κατανοητά η Γνώση!**

**Άσκηση 6 - Λύση****Άσκηση 7 - Λύση**

Τι μέρος της εβδομάδας είναι οι 2 ημέρες; -> Η εβδομάδα έχει 7 ημέρες. Άρα  $\frac{2}{7}$

Τι μέρος του μήνα είναι οι 2 εβδομάδες; -> Ο μήνας έχει 4 εβδομάδες. Άρα  $\frac{2}{4}$

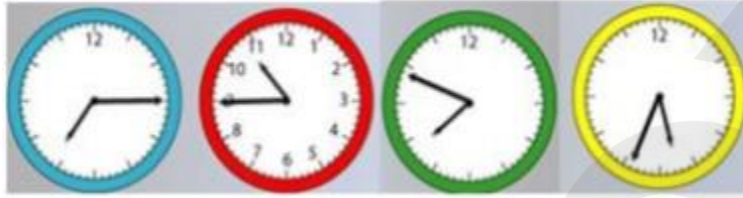
Τι μέρος του μήνα είναι οι 5 ημέρες; -> Ο μήνας έχει 30 μέρες. Άρα  $\frac{5}{30}$

Τι μέρος του έτους είναι οι 3 μήνες; -> Το έτος έχει 12 μήνες. Άρα  $\frac{3}{12}$

Τι μέρος του έτους είναι οι 73 ημέρες; -> Το έτος έχει 365 ημέρες. Άρα  $\frac{73}{365}$

**Απλά και Κατανοητά η Γνώση!**

**Άσκηση 8 - Λύση**



• το γαλάζιο ρολόι  $\rightarrow \frac{1}{4}$  ή  $\frac{15}{60}$

• το κόκκινο ρολόι  $\rightarrow \frac{3}{4}$  ή  $\frac{45}{60}$

• το πράσινο ρολόι  $\rightarrow \frac{49}{60}$

• το κίτρινο ρολόι  $\rightarrow \frac{34}{60}$

**Άσκηση 9 – Λύση**

Αφού ή ώρα έχει 60 λεπτά, τα  $\frac{5}{6}$  της ώρας ισοδυναμούν με 50 λεπτά. Άρα και τα δύο παιδιά τελείωσαν την ίδια ώρα το διάβασμά τους.

*Απλά και Κατανοητά η Γνώση!*

**Άσκηση 10 – Λύση**

Παρατηρώ ότι ο πίνακας αποτελείται από 24 κουτάκια. Άρα:

$$\frac{1}{4} = 24 : 4 = \mathbf{6 \text{ κουτάκια κόκκινα.}}$$

$$\frac{2}{12} \rightarrow \text{Πρώτα θα βρω πόσα κουτάκια είναι το } \frac{1}{12} \rightarrow 24 : 12 = 2 \text{ κουτάκια .}$$

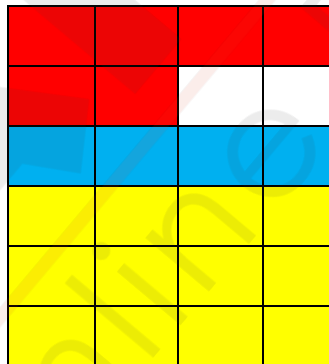
Μετά θα πολλαπλασιάσω επί 2 αυτό που βρήκα για να βρω πόσα κουτάκια είναι τα:

$$\frac{2}{12} \rightarrow 2 \cdot 2 = \mathbf{4 \text{ κουτάκια γαλάζια.}}$$

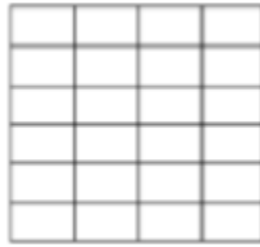
$$\frac{3}{6} \rightarrow \text{Πρώτα θα βρω πόσα κουτάκια είναι το } \frac{1}{6} \rightarrow 24 : 6 = 4 \text{ κουτάκια .}$$

Μετά θα πολλαπλασιάσω επί 3 αυτό που βρήκα για να βρω πόσα κουτάκια είναι τα:

$$\frac{3}{6} \rightarrow 3 \cdot 4 = \mathbf{12 \text{ κουτάκια κίτρινα.}}$$



*Απλά και Κατανοητά η Γνώση!*

**Άσκηση 11 - Λύση**

Παρατηρώ ότι ο πίνακας αποτελείται από 24 κουτάκια.

Άρα:

- $\frac{1}{4} = 24 : 4 = 6$  κουτάκια αντιστοιχούν στο μέρος που είναι φυτεμένο με τριαντάφυλλα .
- $\frac{1}{6} = 24 : 6 = 4$  κουτάκια αντιστοιχούν στο μέρος που είναι φυτεμένο με χρυσάνθεμα .

$\frac{3}{12}$  -> Πρώτα θα βρω πόσα κουτάκια είναι το  $\frac{1}{12}$  ->  $24 : 12 = 2$  κουτάκια.

Μετά θα πολλαπλασιάσω επί 3 αυτό που βρήκα για να βρω πόσα κουτάκια είναι τα  $\frac{3}{12}$ .

$3 \cdot 2 = 6$  κουτάκια αντιστοιχούν στο μέρος που είναι φυτεμένο με ιβίσκους.

Επομένως:

- $6 + 4 + 6 = 16$  κουτάκια αντιστοιχούν στο μέρος που έχει λουλούδια.
- $24 - 16 = 8$  κουτάκια αντιστοιχούν στο μέρος που δεν έχει λουλούδια .
- $24 : 8 = 3$ , άρα είναι το  $\frac{1}{3}$  του κήπου.

Απάντηση: Το  $\frac{1}{3}$  του κήπου είναι μέρος του κήπου μένει χωρίς λουλούδια.

**Απλά και Κατανοητά η Γνώση!**

**Άσκηση 12 - Λύση**

Παρατηρώ ότι οι καρδούλες είναι 18. Άρα:

$$\frac{1}{3} = 18 : 3 = 6 \text{ καρδούλες.}$$

$$\frac{1}{6} = 18 : 6 = 3 \text{ καρδούλες.}$$

$$\frac{2}{18} = 18 : 18 = 1, 1 \cdot 2 = 2 \text{ καρδούλες.}$$

$$\frac{5}{9} = 18 : 9 = 2, 2 \cdot 5 = 10 \text{ καρδούλες.}$$

**Απλά και Κατανοητά η Γνώση!**



**Άσκηση 13 - Λύση**



Το  $\frac{1}{3}$  δείχνουν δύο σχήματα:

- α) Το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο, γιατί έχει 2 χρωματισμένα στα 6 κουτάκια. Επομένως  $6 : 3 = 2$ .
- β) Το τετράγωνο, γιατί έχει 3 χρωματισμένα στα 9 κουτάκια. Επομένως  $9 : 3 = 3$ .

**Άσκηση 14 - Λύση**



Παρατηρώ ότι ο γεωπίνακας αποτελείται από 12 τετράγωνα.

*Απλά και Κατανοητά η Γνώση!*

Άρα:

α) Το τετράγωνο καλύπτει το  $\frac{1}{12}$  του γεωπίνακα.

β) Το ορθογώνιο τρίγωνο καλύπτει ακριβώς τον μισό χώρο από τον χώρο που καλύπτουν 2 τετράγωνα. Επομένως καλύπτει κι αυτό το  $\frac{1}{12}$  του γεωπίνακα.

γ) Το μέρος που είναι έξω από το τρίγωνο και το τετράγωνο αντιστοιχεί στα υπόλοιπα 9 τετράγωνα. Άρα καλύπτει τα  $\frac{9}{12}$  του γεωπίνακα.

### Άσκηση 15 - Λύση

Δεν μπορούμε να το υπολογίσουμε με ακρίβεια γιατί το σχήμα δεν είναι χωρισμένο σε ίσα μέρη.



### Άσκηση 16 - Λύση



Παρατηρώ ότι η αριθμογραμμή είναι χωρισμένη σε 12 ίσα μέρη. Επομένως:

$$\frac{3}{4} \rightarrow 12 : 4 = 3, 3 \cdot 3 = 9, \text{ άρα } \frac{3}{4} = \frac{9}{12}$$

$$\frac{2}{6} \rightarrow 12 : 6 = 2, 2 \cdot 2 = 4, \text{ άρα } \frac{2}{6} = \frac{4}{12}$$

$$\frac{5}{10} \rightarrow \text{Παρατηρώ ότι το 5 είναι το μισό του 10. Άρα: } \frac{5}{10} = \frac{6}{12}$$

$$\frac{2}{3} \rightarrow 12 : 3 = 4, 2 \cdot 4 = 8, \text{ άρα } \frac{2}{3} = \frac{8}{12}$$

**Απλά και Κατανοητά η Γνώση!**

## Κεφάλαιο 14. Κλάσματα μεγαλύτερα της ακεραίας μονάδας

### Λύσεις Ασκήσεων - Προβλημάτων

#### Άσκηση 1 - Λύση

Καταχρηστικό κλάσμα είναι κάθε κλάσμα που έχει μεγαλύτερο τον αριθμητή από τον παρονομαστή. Επομένως :

$$\frac{1}{6} \quad \frac{1}{10} \quad \frac{99}{100} \quad \frac{99}{90} \quad \frac{12}{10} \quad \frac{5}{3} \quad \frac{1.000}{150} \quad \frac{10}{8} \quad \frac{77}{70} \quad \frac{30}{33}$$

#### Άσκηση 2 - Λύση

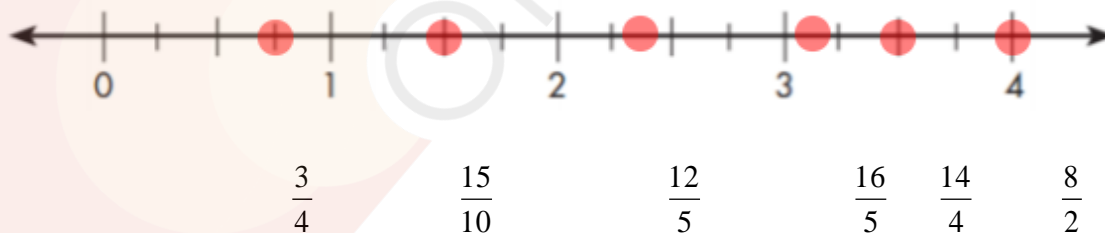
$$\frac{19}{6} = \frac{6}{6} + \frac{6}{6} + \frac{6}{6} + \frac{1}{6} = 3\frac{1}{6}$$

$$\frac{18}{5} = \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{3}{5} = 3\frac{3}{5}$$

$$\frac{25}{7} = \frac{7}{7} + \frac{7}{7} + \frac{7}{7} + \frac{4}{7} = 3\frac{4}{7}$$

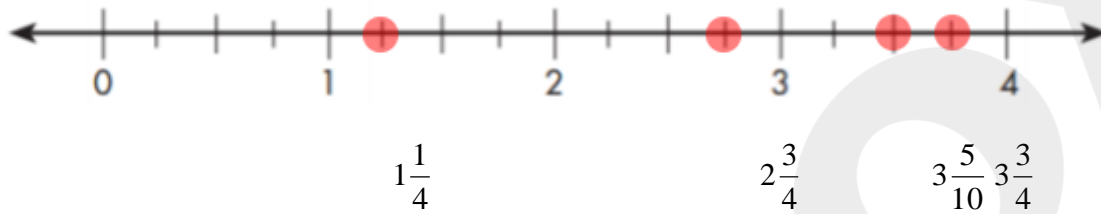
$$\frac{39}{10} = \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{9}{10} = 3\frac{9}{10}$$

#### Άσκηση 3 - Λύση



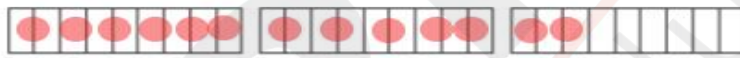
Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Άσκηση 4 - Λύση



Άσκηση 5 - Λύση

$$\frac{21}{9} = 2\frac{3}{9}$$



$$\frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$$



$$\frac{24}{10} = 2\frac{4}{10}$$



Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

**Άσκηση 6 - Λύση**

Για να μετατρέψουμε ένα καταχρηστικό κλάσμα σε μεικτό διαιρούμε τον αριθμητή με τον παρονομαστή. Το πηλίκο της διαίρεσης είναι ο ακέραιος του μεικτού. Στο κλάσμα του μεικτού βάζουμε ως αριθμητή το υπόλοιπο της διαίρεσης και παρονομαστή αφήνουμε τον ίδιο με το αρχικό κλάσμα.

$$\frac{5}{4} \rightarrow 5 : 4 = 1 \text{ και υπόλοιπο } 1. \text{ Άρα } \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$$

$$\frac{13}{4} \rightarrow 13 : 4 = 3 \text{ και υπόλοιπο } 1. \text{ Άρα } \frac{13}{4} = 3\frac{1}{4}$$

$$\frac{50}{8} \rightarrow 50 : 8 = 6 \text{ και υπόλοιπο } 2. \text{ Άρα } \frac{50}{8} = 6\frac{2}{8}$$

$$\frac{25}{12} \rightarrow 25 : 12 = 2 \text{ και υπόλοιπο } 1. \text{ Άρα } \frac{25}{12} = 2\frac{1}{12}$$

$$\frac{51}{15} \rightarrow 51 : 15 = 3 \text{ και υπόλοιπο } 6. \text{ Άρα } \frac{51}{15} = 3\frac{6}{15}$$

**Άσκηση 7 - Λύση**

Για να μετατρέψουμε έναν μεικτό αριθμό σε κλάσμα, πολλαπλασιάζουμε τον ακέραιο του μεικτού με τον παρονομαστή του κλάσματός του και στο γινόμενο του πολλαπλασιασμού αυτού προσθέτουμε τον αριθμητή του μεικτού αριθμού. Αυτό που θα βρούμε από την πρόσθεση το βάζουμε αριθμητή του νέου κλάσματος και για παρονομαστή αφήνουμε τον ίδιο.

$$5\frac{3}{4} \rightarrow (5 \times 4) + 3 = 20 + 3 = 23. \text{ Άρα } 5\frac{3}{4} = \frac{23}{4}$$

$$6\frac{2}{3} \rightarrow (6 \times 3) + 2 = 18 + 2 = 20. \text{ Άρα } 6\frac{2}{3} = \frac{20}{3}$$

**Απλά και Κατανοητά η Γνώση!**

$$3\frac{5}{8} \rightarrow (3 \times 8) + 5 = 24 + 5 = 29. \text{ Άρα } 3\frac{5}{8} = \frac{29}{8}$$

$$3\frac{7}{12} \rightarrow (3 \times 12) + 7 = 36 + 7 = 43. \text{ Άρα } 3\frac{7}{12} = \frac{43}{12}$$

$$2\frac{10}{16} \rightarrow (2 \times 16) + 10 = 32 + 10 = 42. \text{ Άρα } 2\frac{10}{16} = \frac{42}{16}$$

### Άσκηση 8 - Λύση



Στην εικόνα βλέπουμε δυο ολόκληρες πίτσες και μισή ακόμα.

Δηλαδή  $2\frac{2}{4}$ . Αν μετατρέψουμε το καταχρηστικό κλάσμα  $\frac{10}{4}$  σε μεικτό θα βρούμε ακριβώς αυτό το αποτέλεσμα.

$$\frac{10}{4} \rightarrow 10 : 4 = 2 \text{ και υπόλοιπο } 2. \text{ Άρα } \frac{10}{4} = 2\frac{2}{4}$$

**Απλά και Κατανοητά η Γνώση!**

**Άσκηση 9 - Λύση**

1 ώρα = 60 λεπτά. Δηλαδή  $\frac{60}{60}$

70 λεπτά = 1 ώρα + 10 λεπτά. Δηλαδή  $\frac{70}{60}$  ή  $1\frac{10}{60}$

**Άσκηση 10 - Λύση**

Αφού χρησιμοποίησε τα  $\frac{3}{4}$  του ενός κιλού αλεύρι για να φτιάξει μηλόπιτα, της έχει μείνει  $\frac{1}{4}$

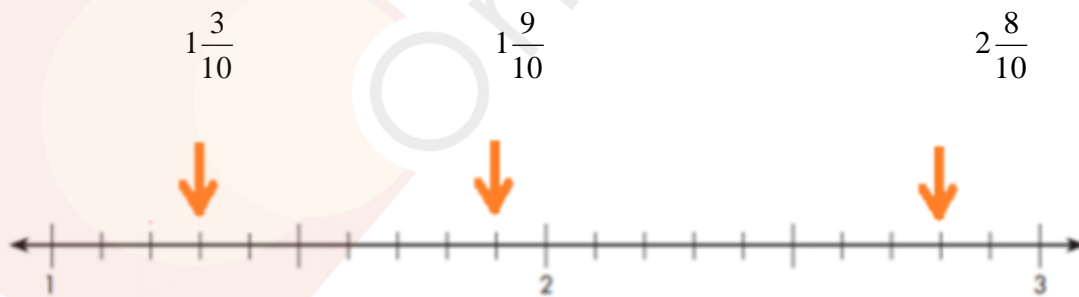
ακόμα από το ένα κιλό. Άρα συνολικά η ποσότητα από αλεύρι που της έμεινε είναι:  $3\frac{1}{4}$ .

**Άσκηση 11 - Λύση**

$$2\frac{9}{5} > \frac{18}{5}$$

$$\frac{45}{9} < 5\frac{1}{9} \quad 3\frac{5}{7} > \frac{25}{7} \quad \frac{19}{4} > 4\frac{2}{4} \quad \frac{14}{5} = 2\frac{4}{5} \quad 3\frac{2}{8} < \frac{27}{8}$$

**Άσκηση 12 - Λύση**



**Απλά και Κατανοητά η Γνώση!**

**Άσκηση 13 - Λύση**

$$\frac{5}{9} + \frac{4}{9} = 1$$

$$\frac{2}{7} + \frac{5}{7} = 1$$

$$\frac{6}{10} + \frac{14}{10} = 2$$

$$\frac{6}{4} + \frac{6}{4} = 3$$

$$\frac{20}{10} + \frac{20}{10} = 4$$

$$\frac{1}{7} + \frac{34}{7} = 5$$

**Άσκηση 14 - Λύση**

Αφού οι 4 φίλες έφαγαν η καθεμία  $\frac{6}{8}$  μιας σοκολάτας, έχουν φάει συνολικά :

$$4 \cdot \frac{6}{8} = \frac{24}{8}$$

$$24 : 8 = 3.$$

Απάντηση: Έχουν φάει 3 σοκολάτες.

**Απλά και Κατανοητά η Γνώση!**



**Κεφάλαιο 15. Το κλάσμα ως πηλίκο διαίρεσης****Λύσεις Ασκήσεων - Προβλημάτων****Άσκηση 1 - Λύση**

$$5 : 8 = \frac{5}{8}, \quad 9 : 10 = \frac{9}{10}, \quad 12 : 15 = \frac{12}{15}, \quad 10 : 8 = \frac{10}{8}, \quad 15 : 25 = \frac{15}{25}$$

**Άσκηση 2 - Λύση**

$$\frac{1}{6} = 1 : 6 \quad \frac{14}{10} = 14 : 10 \quad \frac{9}{10} = 9 : 10 \quad \frac{5}{3} = 5 : 3 \quad \frac{7}{5} = 7 : 5$$

**Άσκηση 3 - Λύση**

$$\frac{7}{42} = 7 : 42 = 0,1666666\dots$$

$$\frac{28}{59} = 28 : 59 = 0,474576271\dots$$

$$\frac{4}{50} = 4 : 50 = 0,08$$

$$\frac{9}{60} = 9 : 60 = 0,15$$

$$\frac{3}{1000} = 3 : 1.000 = 0,003$$

**Απλά και Κατανοητά η Γνώση!**

**Άσκηση 4 - Λύση**

$$3\frac{2}{10} = \frac{(3 \cdot 10) + 2}{10} = \frac{32}{10}$$

$$4\frac{5}{8} = \frac{(4 \cdot 8) + 5}{8} = \frac{37}{8}$$

$$3\frac{6}{40} = \frac{(3 \cdot 40) + 6}{40} = \frac{126}{40}$$

$$2\frac{3}{5} = \frac{(2 \cdot 5) + 3}{5} = \frac{13}{5}$$

$$3\frac{2}{10} = \frac{(3 \cdot 10) + 2}{10} = \frac{32}{10}$$

$$2\frac{7}{50} = \frac{(2 \cdot 50) + 7}{50} = \frac{107}{50}$$

**Άσκηση 5 - Λύση**

Το κλάσμα θα ήταν το  $\frac{6}{5}$ .

Ο αριθμός **6** θα ήταν ο αριθμητής γιατί μας δείχνει την ποσότητα της σοκολάτας που καταναλώθηκε από τα παιδιά, (είναι δλδ. ο διαιρετέος) και ο αριθμός **5** θα ήταν ο παρονομαστής γιατί μας δείχνει τον αριθμό των παιδιών που κατανάλωσαν την σοκολάτα, (είναι δηλαδή ο διαιρέτης.)

**Άσκηση 6 - Λύση**

Το κλάσμα θα ήταν το  $\frac{2}{5}$ .

Ο αριθμός **2** θα ήταν ο αριθμητής γιατί μας δείχνει την ποσότητα του ρυζιού που θα μαγειρέψει η Κα Καίτη, (είναι δλδ. ο διαιρετέος) και ο αριθμός **5** θα ήταν ο παρονομαστής γιατί μας δείχνει πόσες φορές θα μαγειρέψει την ποσότητα αυτή, (είναι δλδ. ο διαιρέτης.)

**Απλά και Κατανοητά η Γνώση!**

**Άσκηση 7 - Λύση**

Θα βάλει  $4 : 3 = 0,75$  κιλά αλεύρι = 750 γραμμάρια.

**Άσκηση 8 - Λύση**

Αφού έχω μοίρασμα θα κάνω διαίρεση.

$$10.605 : 303 = 35 \text{ βιταμίνες.}$$

Απάντηση: Έβαλε 35 βιταμίνες σε κάθε κουτί

**Άσκηση 9 - Λύση**

Θα κάνω διαίρεση. Αφού καταναλώθηκαν 20 λίτρα πορτοκαλάδας, ο αριθμός 20 θα είναι ο διαιρετέος και αφού τα παιδιά που την κατανάλωσαν ήταν 50, ο αριθμός 50 θα είναι ο διαιρέτης .

$$20 : 50 = 0,4 \text{ ml.}$$

Απάντηση: Κάθε παιδί ήπια 400 ml πορτοκαλάδα.

**Άσκηση 10 - Λύση**

Θα κάνω διαίρεση. Αφού συσκευάστηκαν 1.080 ml καρύδας, ο αριθμός 1.080 θα είναι ο διαιρετέος και αφού τα μπουκάλια που γέμισαν ήταν 112, ο αριθμός 112 θα είναι ο διαιρέτης .

$$1.080 : 112 = 90.$$

Απάντηση: Κάθε μπουκάλι περιείχε 90 ml καρύδας.

**Άσκηση 11 - Λύση**

Ένας φούρναρης για να φτιάξει 4 μεγάλα καρβέλια ψωμί, χρησιμοποίησε 10 κιλά αλεύρι.

Πόσα κιλά αλεύρι χρησιμοποίησε για κάθε καρβέλι;

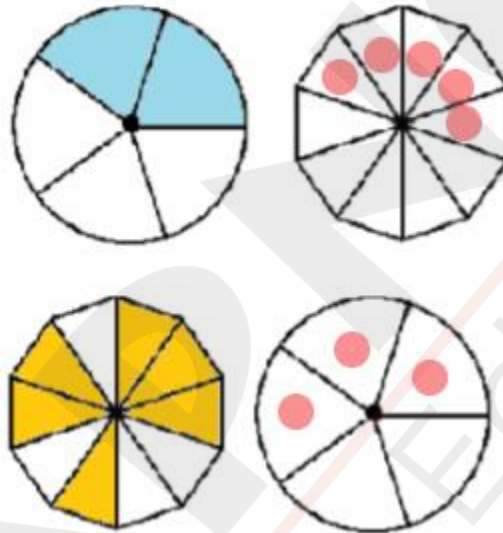
Απάντηση: Για κάθε καρβέλι χρησιμοποίησε  $\frac{10}{4}$  κιλά αλεύρι.

**Απλά και Κατανοητά η Γνώση!**

**Κεφάλαιο 16. Ισοδυναμία Κλασμάτων**

**Λύσεις Ασκήσεων - Προβλημάτων**

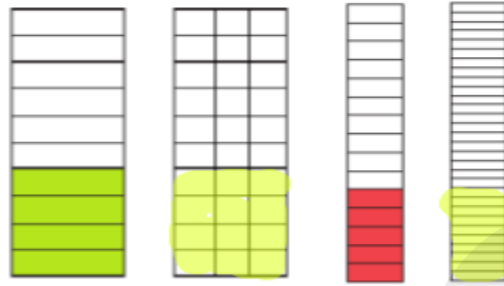
**Άσκηση 1 - Λύση**



Το κλάσμα  $\frac{3}{6}$  είναι ισοδύναμο με το κλάσμα  $\frac{5}{10}$

Το κλάσμα  $\frac{6}{10}$  είναι ισοδύναμο με το κλάσμα  $\frac{3}{5}$

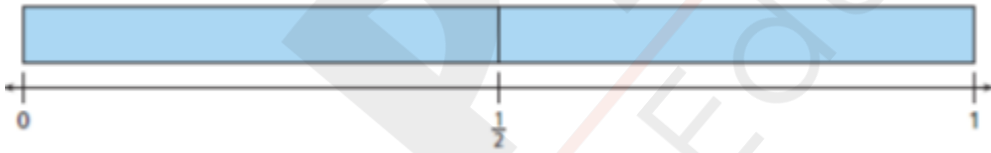
**Απλά και Κατανοητά η Γνώση!**



Το κλάσμα  $\frac{4}{12}$  είναι ισοδύναμο με το κλάσμα  $\frac{12}{36}$

Το κλάσμα  $\frac{5}{15}$  είναι ισοδύναμο με το κλάσμα  $\frac{10}{30}$

### Άσκηση 2 - Λύση



$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10} = \frac{6}{12}$$

### Άσκηση 3 - Λύση

Για να φτιάξω ισοδύναμα κλάσματα με μικρότερους όρους θα πρέπει να διαιρέσω και τους δυο όρους του κλάσματος με τον ίδιο κάθε φορά αριθμό.

Θα βρω τόσα ισοδύναμα κλάσματα, όσοι είναι και οι κοινοί διαιρέτες των 2 όρων του κλάσματος, δηλαδή του 16 και του 54.

$$\text{Κ.Δ} (16, 54) = 2, 4, 8$$

$$\text{Άρα } \frac{16}{56} : \frac{2}{2} = \frac{8}{28}, \quad \frac{16}{56} : \frac{4}{4} = \frac{4}{14}, \quad \frac{16}{56} : \frac{8}{8} = \frac{2}{7}$$

**Απλά και Κατανοητά η Γνώση!**

**Άσκηση 4 - Λύση**

$$\frac{3}{8} = \frac{6}{16} = \frac{9}{27} = \frac{12}{32} = \frac{15}{40} \dots \kappa.\alpha$$

Παρατηρώ ότι δεν μπορώ να φτιάξω κλάσματα με μικρότερους όρους γιατί ο αριθμός 3 δεν έχει κανέναν κοινό διαιρέτη με τον αριθμό 8

Το κλάσμα  $\frac{3}{8}$  είναι ανάγωγο.

Κάθε κλάσμα έχει άπειρα ισοδύναμα κλάσματα γιατί άπειροι είναι και οι αριθμοί που μπορούν να πολλαπλασιάσουν και τους δύο όρους του.

**Άσκηση 5 - Λύση**

α.  $\frac{6}{8}, \frac{12}{15}$

β.  $\frac{3}{8}, \frac{2}{7}$

γ.  $\frac{8}{20}, \frac{2}{5}$

δ.  $\frac{1}{3}, \frac{21}{63}$

ε.  $\frac{4}{7}, \frac{2}{4}$

ζ.  $\frac{9}{10}, \frac{99}{100}$

**Άσκηση 6 - Λύση**

$$\frac{3}{12}, \frac{10}{35}, \frac{3}{9}, \frac{8}{14}, \frac{6}{24}, \frac{1}{3}, \frac{3}{8}, \frac{4}{7}$$

$$\frac{3}{12} = \frac{6}{24}, \quad \frac{8}{14} = \frac{4}{7}, \quad \frac{1}{3} = \frac{3}{9}, \quad \frac{8}{14} = \frac{4}{7}$$

*Απλά και Κατανοητά η Γνώση!*

**Άσκηση 7 - Λύση**

$$\frac{2}{5} = \frac{6}{30}$$

$$\frac{9}{16} = \frac{45}{80}$$

$$\frac{12}{30} = \frac{4}{10}$$

$$\frac{6}{24} = \frac{3}{12}$$

$$\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$$

**Άσκηση 8 - Λύση**

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{30}{20} = \frac{24}{32} = \frac{33}{44} = \frac{75}{100}$$

Το ηλίκο της διαίρεσης που εκφράζει το κάθε κλάσμα είναι πάντα το 0,75.

**Άσκηση 9 - Λύση**

Για να απλοποιήσω ένα κλάσμα πρέπει να διαιρέσω και τους δύο όρους του με τον ίδιο αριθμό.

Ανάγωγο είναι το κλάσμα που οι δύο όροι του δεν έχουν κανέναν κοινό διαιρέτη.

$$\frac{30}{45} = \frac{30:15}{45:15} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{24}{36} = \frac{24:12}{36:12} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{56}{63} = \frac{56:7}{63:7} = \frac{8}{9}$$

$$\frac{99}{132} = \frac{99:33}{132:33} = \frac{3}{4}$$

**Απλά και Κατανοητά η Γνώση!**

**Άσκηση 10 – Λύση**

Αφού  $\frac{2}{7} = \frac{20}{70}$  και  $\frac{3}{7} = \frac{30}{70}$  τότε μπορώ να διαλέξω οποιοδήποτε κλάσμα βρίσκεται μεταξύ των

κλασμάτων  $\frac{20}{70}$  και  $\frac{30}{70}$ .

Ενδεικτικά:

$$\frac{21}{70} \quad \frac{25}{70} \quad \frac{28}{70} \quad \text{κλπ}$$

**Άσκηση 11 - Λύση**

Ναι, ο Γιάννης έχει δίκιο γιατί τα κλάσματα  $\frac{2}{5}$  και  $\frac{6}{30}$  είναι ισοδύναμα, διότι:  $\frac{2 \cdot 6}{5 \cdot 6} = \frac{12}{30}$ .

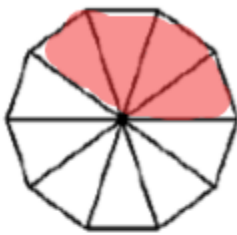
**Απλά και Κατανοητά η Γνώση!**



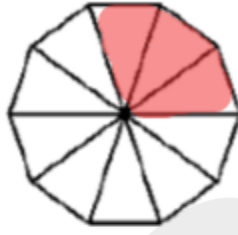
**Κεφάλαιο 17. Σύγκριση και διάταξη κλασμάτων**

**Λύσεις Ασκήσεων - Προβλημάτων**

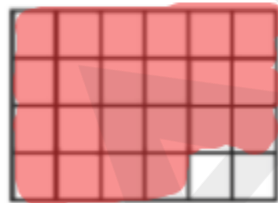
**Άσκηση 1 - Λύση**



$$\frac{2}{5} \quad \square \quad \frac{3}{10}$$



$$\frac{9}{10} \quad \square \quad \frac{19}{20}$$



$$\frac{9}{12} \quad \square \quad \frac{18}{24}$$



$$\frac{2}{5} > \frac{3}{10} \quad \frac{9}{10} < \frac{18}{10} \quad \frac{9}{12} = \frac{18}{24}$$

*Απλά και Κατανοητά η Γνώση!*

**Άσκηση 2 - Λύση**

Στα κλάσματα που έχουν ίσους παρονομαστές, μικρότερο είναι το κλάσμα που έχει μικρότερο αριθμητή.

$$\frac{1}{16} < \frac{3}{16} < \frac{5}{16} < \frac{7}{16} < \frac{10}{16} < \frac{15}{16} < \frac{17}{16}$$

**Άσκηση 3 - Λύση**

Στα κλάσματα που έχουν ίσους αριθμητές, μεγαλύτερο είναι το κλάσμα που έχει μικρότερο παρονομαστή.

$$\frac{9}{2} > \frac{9}{4} > \frac{9}{10} > \frac{9}{11} > \frac{9}{16} > \frac{9}{17} > \frac{9}{21}$$

**Άσκηση 4 - Λύση**

$$\frac{1}{10} < \frac{2}{22} \quad \frac{6}{14} > \frac{6}{40} \quad \frac{7}{15} < \frac{9}{16} \quad \frac{8}{31} < \frac{1}{4}$$

$$\frac{9}{10} > \frac{36}{40} \quad \frac{2}{5} < \frac{4}{7} \quad \frac{13}{21} < \frac{21}{13}$$

**Άσκηση 5 - Λύση**

$$\frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{17}{18} > \frac{6}{13}$$

$$\frac{7}{9} < \frac{18}{18}$$

$$\frac{3}{4} < \frac{75}{70}$$

$$\frac{5}{6} > \frac{2}{3}$$

$$\frac{20}{100} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{4}{14} < \frac{15}{16}$$

$$\frac{5}{6} > \frac{7}{13}$$

**Απλά και Κατανοητά η Γνώση!**

**Άσκηση 6 - Λύση**

$$\frac{2}{5} < \frac{1}{3} < \frac{4}{6} < \frac{9}{10} < \frac{4}{5} < \frac{7}{7} < \frac{9}{4}$$

**Άσκηση 7 - Λύση**

$\frac{15}{32}$  είναι ανάγωγο

$$\frac{4}{16} = \frac{4:4}{16:4} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{90}{100} = \frac{90:10}{100:10} = \frac{9}{10}$$

$$\frac{21}{35} = \frac{21:7}{35:7} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{25}{45} = \frac{25:5}{45:5} = \frac{5}{9}$$

$$\frac{150}{160} = \frac{150:10}{160:10} = \frac{15}{16}$$

$$\frac{32}{48} = \frac{32:16}{48:16} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{15}{16} > \frac{9}{10} > \frac{2}{3} > \frac{3}{5} > \frac{5}{9} > \frac{15}{32} > \frac{1}{4}$$

**Άσκηση 8 - Λύση**

Μπλε σταγόνα (κλάσματα που είναι κοντά στο 0):  $\frac{1}{10}, \frac{7}{50}, \frac{12}{100}$

Πορτοκαλί σταγόνα (κλάσματα που είναι κοντά στο  $\frac{1}{2}$ ):  $\frac{7}{12}, \frac{5}{9}, \frac{10}{21}$

Κόκκινη σταγόνα (κλάσματα που είναι κοντά στο 1):  $\frac{13}{15}, \frac{15}{16}, \frac{19}{20}$

**Απλά και Κατανοητά η Γνώση!**

**Άσκηση 9- Λύση**

Αφού  $\frac{9}{15} = \frac{90}{150}$  και  $\frac{10}{15} = \frac{100}{150}$  τότε μπορώ να διαλέξω οποιοδήποτε κλάσμα βρίσκεται ανάμεσα

στα  $\frac{90}{150}$  και  $\frac{100}{150}$ .

Ενδεικτικά:  $\frac{92}{150}, \frac{95}{150}, \frac{98}{150}$  κ. ά

**Άσκηση 10 - Λύση**

Αφού  $\frac{1}{4} = \frac{10}{40}$  και  $\frac{1}{5} = \frac{10}{50}$  τότε μπορώ να διαλέξω οποιοδήποτε κλάσμα βρίσκεται ανάμεσα στα

$\frac{10}{40}$  και  $\frac{10}{50}$ . Δηλαδή  $\frac{10}{41}, \frac{10}{42}, \frac{10}{43}, \dots, \frac{10}{49}$ .

Ενδεικτικά διαλέγω τα:  $\frac{10}{41}, \frac{10}{49}$

$$\frac{10}{40} > \frac{10}{41} > \frac{10}{49} > \frac{10}{50}$$

**Άσκηση 11 - Λύση**

Για να βρω ποια φρούτα πούλησε σε μεγαλύτερη ποσότητα και ποια σε μικρότερη πρέπει να μετατρέψω τα κλάσματα σε δεκαδικούς. Βρίσκω λοιπόν το πηλίκο της διαίρεσης του αριθμητή διά του παρονομαστή του κάθε κλάσματος.

$$\frac{2}{10} = 2 : 10 = 0,200 \text{ μήλα}$$

$$\frac{6}{15} = 6 : 15 = 0,400 \text{ πεπόνια}$$

$$\frac{2}{16} = 2 : 16 = 0,125 \text{ μπανάνες}$$

$$\frac{6}{24} = 6 : 24 = 0,250 \text{ καρπούζια}$$

**Απλά και Κατανοητά η Γνώση!**

Άρα τα φρούτα που πούλησε σε μεγαλύτερη ποσότητα ήταν τα πεπόνια και τα φρούτα που πούλησε σε μικρότερη ποσότητα ήταν οι μπανάνες.

Εύκολα τώρα μπορώ να διατάξω τα κλάσματα:

$$\frac{6}{15} > \frac{6}{24} > \frac{2}{10} > \frac{2}{16}$$

### Άσκηση 12 - Λύση

Για να βρω ποιο από τα τρία αδερφάκια ξόδεψε τα λιγότερα χρήματα, πρέπει να μετατρέψω τα κλάσματα σε δεκαδικούς. Βρίσκω λοιπόν το ηλίκο της διαίρεσης του αριθμητή διά του παρονομαστή του κάθε κλάσματος.

$$\text{Νίκος} \rightarrow \frac{6}{18} = 6 : 18 = 0,33$$

$$\text{Γιώργος} \rightarrow \frac{3}{12} = 3 : 12 = 0,25$$

$$\text{Αμαλία} \rightarrow \frac{10}{24} = 10 : 24 = 0,41$$

Η διάταξη των παιδιών ξεκινώντας από το αδερφάκι που ξόδεψε τα λιγότερα χρήματα για σχολικά είναι η εξής :

**Γιώργος, Νίκος, Αμαλία**

**Απλά και Κατανοητά η Γνώση!**

### Άσκηση 13 - Λύση

Για να βρω πόσα κουπόνια έχει ο καθένας πρέπει να απλοποιήσω τα κλάσματα.

- Σοφία  $\rightarrow \frac{4}{24} = \frac{4:4}{24:4} = \frac{1}{6}$ . Άρα έχει  $36 : 6 = 6$  κουπόνια.
- Έλλη  $\rightarrow \frac{9}{18} = \frac{9:9}{18:9} = \frac{1}{2}$ . Άρα έχει  $36 : 2 = 18$  κουπόνια.
- Αυγουστίνος  $\rightarrow \frac{10}{30} = \frac{10:10}{30:10} = \frac{1}{3}$ . Άρα έχει  $36 : 3 = 12$  κουπόνια
- Μιχάλης  $\rightarrow \frac{5}{25} = \frac{5:5}{25:5} = \frac{1}{5}$ . Άρα έχει  $36 : 5 = 7,2$  κουπόνια

Η κατάταξη των υποψηφίων για την κλήρωση ξεκινώντας από αυτόν που έχει τα περισσότερα κουπόνια είναι η εξής :

**Έλλη, Αυγουστίνος, Σοφία, Μιχάλης**

### Άσκηση 14 - Λύση

Για να τοποθετήσω στην αριθμογραμμή τους αριθμούς πρέπει πρώτα να τους απλοποιήσω.

$$\frac{2}{16} = \frac{2:2}{16:2} = \frac{1}{8}, \quad \frac{6}{24} = \frac{6:6}{24:6} = \frac{1}{4}, \quad \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}, \quad \frac{7}{8} = 1\frac{1}{8}, \quad 1\frac{12}{16} = 1\frac{3}{4}$$

$$\frac{2}{16} \quad \frac{6}{24}$$

$$\frac{7}{8} \quad 1\frac{12}{16} \quad \text{και} \quad \frac{5}{4}$$



**Απλά και Κατανοητά η Γνώση!**

**Κεφάλαιο 18. Πρόσθεση και αφαίρεση κλασμάτων****Λύσεις Ασκήσεων - Προβλημάτων****Άσκηση 1 - Λύση**

Για να προσθέσουμε ή να αφαιρέσουμε **ομώνυμα** κλάσματα προσθέτουμε ή αφαιρούμε τους αριθμητές, ενώ παρονομαστή αφήνουμε τον ίδιο.

Για να προσθέσουμε ή να αφαιρέσουμε **ετερόνυμα** κλάσματα τα μετατρέπουμε πρώτα σε ομώνυμα και στη συνέχεια προσθέτουμε ή αφαιρούμε τους αριθμητές, ενώ παρονομαστή αφήνουμε τον ίδιο.

$$\frac{1}{7} + \frac{4}{7} = \frac{5}{7}$$

$$\frac{3}{12} + \frac{6}{12} = \frac{9}{12}$$

$$\frac{1}{5} + \frac{8}{10} = \frac{2}{10} + \frac{8}{10} = \frac{10}{10} = 1, \text{ με: Ε.Κ.Π (5,10)=10}$$

$$\frac{14}{16} - \frac{6}{16} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{17}{21} - \frac{4}{7} = \frac{17}{21} - \frac{12}{21} = \frac{5}{21}, \text{ με: Ε.Κ.Π (21,7) = 21}$$

$$\frac{13}{5} - \frac{3}{15} = \frac{39}{15} - \frac{3}{15} = \frac{36}{15}, \text{ με: Ε.Κ.Π (5,15) = 15}$$

**Απλά και Κατανοητά η Γνώση!**

**Άσκηση 2 - Λύση**

Για να γίνει η παρακάτω πρόσθεση πρέπει πρώτα να μετατρέψω τον μεικτό και τον δεκαδικό σε κλάσμα.

$$1\frac{3}{10} + 0,2 = \frac{13}{10} + \frac{2}{10} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$$

Για να γίνει η παρακάτω πρόσθεση πρέπει πρώτα να μετατρέψω τον μεικτό σε κλάσμα.

$$2\frac{2}{3} + \frac{4}{9} = \frac{8}{3} + \frac{4}{9} = \frac{24}{9} + \frac{4}{9} = \frac{28}{9} = 3\frac{1}{9}, \text{ με: Ε.Κ.Π (3,9) = 9}$$

Για να γίνουν οι παρακάτω προσθέσεις πρέπει πρώτα να μετατρέψω τους μεικτούς σε κλάσματα.

$$4\frac{1}{6} + 1\frac{4}{18} = \frac{25}{6} + \frac{22}{18} = \frac{75}{18} + \frac{22}{18} = \frac{97}{18} = 5\frac{7}{18}, \text{ με: Ε.Κ.Π (6,18) = 18}$$

Για να γίνουν οι παρακάτω αφαιρέσεις πρέπει πρώτα να μετατρέψω τους μεικτούς σε κλάσματα.

$$4\frac{5}{8} - 2\frac{1}{4} = \frac{37}{8} - \frac{9}{4} = \frac{37}{8} - \frac{18}{8} = \frac{19}{8} = 2, \text{ με: Ε.Κ.Π (4,8) = 8}$$

Για να γίνουν οι παρακάτω αφαιρέσεις πρέπει πρώτα να μετατρέψω τους μεικτούς σε κλάσματα.

$$3\frac{6}{7} - 1\frac{2}{14} = \frac{27}{7} - \frac{16}{14} = \frac{54}{14} - \frac{16}{14} = \frac{38}{14} = \frac{19}{7} = 2\frac{5}{7}, \text{ με: Ε.Κ.Π (7,14) = 14}$$

Για να γίνει η παρακάτω αφαίρεση πρέπει πρώτα να μετατρέψω τον μεικτό και τον δεκαδικό σε κλάσμα

$$4,5 - 2\frac{3}{4} = 4\frac{1}{2} - 2\frac{3}{4} = \frac{9}{2} - \frac{11}{4} = \frac{18}{4} - \frac{11}{4} = \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}, \text{ με: Ε.Κ.Π (2,4) = 4}$$

**Απλά και Κατανοητά η Γνώση!**



**Άσκηση 3 - Λύση**

$$\frac{1}{5} + \frac{3}{4} > 1$$

$$\frac{2}{9} + \frac{9}{10} > 1$$

$$1\frac{3}{4} + \frac{1}{12} < 2$$

$$\frac{3}{8} + \frac{15}{24} = 1$$

$$\frac{6}{10} + \frac{35}{100} < 1$$

$$2\frac{3}{5} + \frac{8}{20} > 3$$

**Άσκηση 4 - Λύση**

$$1\frac{10}{15} - \frac{2}{3} < 1$$

$$\frac{12}{9} - \frac{9}{18} < 1$$

$$1\frac{3}{4} - \frac{7}{12} > 1$$

$$1\frac{8}{9} - \frac{10}{6} < 1$$

$$2\frac{3}{5} - 1\frac{4}{10} > 1$$

$$1\frac{18}{15} - \frac{12}{20} > 1$$

**Άσκηση 5 - Λύση**

$$\frac{1}{10} + \frac{8}{10} = \frac{9}{10}$$

$$\frac{3}{12} + \frac{8}{12} = \frac{11}{12}$$

$$\frac{1}{5} + \frac{4}{5} = 1$$

$$\frac{14}{15} - \frac{12}{15} = \frac{2}{15}$$

$$\frac{23}{30} - \frac{11}{30} = \frac{12}{30}$$

$$\frac{11}{17} - \frac{11}{17} = 0$$

**Απλά και Κατανοητά η Γνώση!**

### Άσκηση 6 - Λύση

Για να βρω τους αριθμούς που λείπουν από τις προσθέσεις, μετατρέπω τους μεικτούς σε κλάσματα και αφαιρώ από το άθροισμα της κάθε πρόσθεσης τον προσθετέο που μου δίνεται.

Για να βρω τους αριθμούς που λείπουν από τις αφαιρέσεις, μετατρέπω τους μεικτούς σε κλάσματα και αφαιρώ από τη διαφορά της κάθε αφαίρεσης τον μειωτέο που μου δίνεται.

$$1\frac{2}{7} + 1\frac{5}{7} = 3$$

$$2\frac{1}{10} + 1\frac{3}{10} = 3\frac{4}{10}$$

$$4\frac{5}{9} + \frac{4}{18} = 5\frac{14}{18}$$

$$4\frac{6}{10} - 2\frac{1}{10} = 2\frac{5}{10}$$

$$3\frac{6}{8} - 2\frac{2}{8} = 1\frac{4}{8}$$

$$8\frac{12}{15} - 8\frac{2}{15} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$

### Άσκηση 7 - Λύση

$$\frac{12}{16} + \frac{16}{24} = 1\frac{5}{12}$$



### Άσκηση 8 - Λύση

Πρώτα θα μετατρέψουμε το κλάσμα  $\frac{12}{16}$  σε δεκαδικό για να βρούμε πόσα εκατοστά είναι το πλάτος:  $12 : 16 = 0,75$  εκ.

Αφού το μήκος είναι μεγαλύτερο κατά  $\frac{1}{3}$  από το πλάτος, θα διαιρέσουμε το πλάτος με τον αριθμό 3 για να βρούμε πόσα εκατοστά μεγαλύτερο είναι το μήκος:  $0,75 : 3 = 0,25$  εκ.

Άρα το μήκος είναι  $0,75 + 0,25 = 100$  εκ. = 1 μέτρο.

Επομένως η περίμετρος του ορθογωνίου είναι :  $0,75 + 0,75 + 1 + 1 = 3,50$  μέτρα.

**Απλά και Κατανοητά η Γνώση!**

**Άσκηση 9 - Λύση**

Για να βρω, αν ολοκλήρωσε τελικά το διάβασμα του βιβλίου σε 4 ημέρες, πρέπει να προσθέσω τον αριθμό των σελίδων που διάβασε κάθε μέρα.

Βρίσκω αρχικά ότι: Ε.Κ.Π (12, 5, 10, 4) = 60

$$\frac{1}{12} + \frac{1}{5} + \frac{4}{10} + \frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 5}{12 \cdot 5} + \frac{1 \cdot 12}{5 \cdot 12} + \frac{4 \cdot 6}{10 \cdot 6} + \frac{1 \cdot 15}{4 \cdot 15} = \frac{5}{60} + \frac{12}{60} + \frac{24}{60} + \frac{15}{60} = \frac{56}{60}$$

Απάντηση : Όχι, δεν έχει ολοκληρώσει το διάβασμα του βιβλίου, γιατί έχει διαβάσει τα

$\frac{56}{60}$  του βιβλίου και όχι τα  $\frac{60}{60}$ .

**Άσκηση 10 - Λύση**

Πρώτα θα μετατρέψουμε τα κλάσματα σε δεκαδικούς για να βρούμε σε πόσα γραμμάρια γιαούρτι αντιστοιχούν.

- $9 : 10 = 0,9$  του κιλού, άρα  $0,9 \times 1.000 = 900$  γραμμάρια γιαούρτι είχα στο ψυγείο.
- $3 : 5 = 0,6$  του κιλού, άρα  $0,6 \times 1.000 = 600$  γραμμάρια γιαούρτι χρησιμοποίησα .
- $900 - 600 = 300$  γραμμάρια γιαούρτι μου έμειναν.

Απάντηση Α : Μου έμειναν 300 γραμμάρια στο ψυγείο.

Απάντηση Β : Όχι, δεν μου φτάνουν για να φτιάξω άλλη μια δόση cheese cake.

**Απλά και Κατανοητά η Γνώση!**

**Άσκηση 11 - Λύση**

Για να βρω τι μέρος του κιλού ήταν τα ροδάκινα ήταν τα ροδάκινα θα προσθέσω τα κλάσματα που μου δίνονται και θα αφαιρέσω το άθροισμα της πρόσθεσης από τα 3 κιλά.

Βρίσκω πρωτίστως ότι: Ε.Κ.Π (4,8,10) = 40

$$\frac{5}{10} + 1\frac{1}{8} + \frac{3}{4} = \frac{5}{10} + \frac{9}{8} + \frac{3}{4} = \frac{5 \cdot 4}{10 \cdot 4} + \frac{9 \cdot 5}{8 \cdot 5} + \frac{3 \cdot 10}{4 \cdot 10} = \frac{20}{40} + \frac{45}{40} + \frac{30}{40} = \frac{95}{40} = 2\frac{15}{40} = 2\frac{3}{8}$$

Αφού λοιπόν είναι  $3 = 2\frac{8}{8}$ , άρα:  $2\frac{8}{8} - 2\frac{3}{8} = \frac{5}{8}$

Απάντηση: Τα ροδάκινα ήταν τα  $\frac{5}{8}$  του κιλού.

**Άσκηση 12 - Λύση**

Για να κάνω τους υπολογισμούς μου θα μετατρέψω τους μεικτούς σε δεκαδικούς.

$$150\frac{3}{4} \text{ χλμ.} = 150,750 \text{ χλμ.}$$

$$10\frac{3}{5} \text{ χλμ.} = 10,600 \text{ χλμ.}$$

$$150,750 - 10,600 = 140,150 \text{ χλμ.}$$

$$150,750 + 140,150 = 290,900 \text{ χλμ.}$$

$$450,000 - 290,900 = 159,100 \text{ χλμ.}$$

Απάντηση: Του έμειναν 159,100 χλμ. μέχρι να ολοκληρώσει τη διαδρομή του.

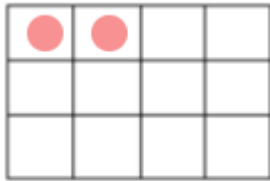
**Απλά και Κατανοητά η Γνώση!**

## Κεφάλαιο 19. Πολλαπλασιασμός φυσικού αριθμού ή κλάσματος με κλάσμα – Αντίστροφοι αριθμοί

### Λύσεις Ασκήσεων - Προβλημάτων

#### Άσκηση 1 - Λύση

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{12}$$



$$\frac{1}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{15}$$



$$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$$



Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

**Άσκηση 2 - Λύση**

Το γινόμενο ενός φυσικού αριθμού με κλάσμα είναι ένα κλάσμα που έχει αριθμητή το γινόμενο του αριθμητή με τον φυσικό αριθμό και παρονομαστή τον παρονομαστή του κλάσματος.

$$5 \cdot \frac{1}{10} = \frac{5}{10}$$

$$3 \cdot \frac{1}{6} = \frac{3}{6}$$

$$4 \cdot \frac{3}{16} = \frac{12}{16}$$

$$\frac{2}{9} \cdot 3 = \frac{6}{9}$$

$$\frac{3}{4} \cdot 4 = \frac{12}{4}$$

**Άσκηση 3 - Λύση**

Το γινόμενο δυο κλασμάτων είναι ένα κλάσμα που έχει αριθμητή το γινόμενο των αριθμητών και παρονομαστή το γινόμενο των παρονομαστών.

$$\frac{2}{9} \cdot \frac{3}{2} = \frac{6}{18}$$

$$\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{4}{20}$$

$$\frac{3}{7} \cdot \frac{1}{6} = \frac{3}{42}$$

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{6}{25}$$

$$\frac{2}{9} \cdot \frac{5}{10} = \frac{10}{90}$$

**Απλά και Κατανοητά η Γνώση!**

**Άσκηση 4 - Λύση**

$$\frac{3}{2} \rightarrow \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{3} \rightarrow 3$$

$$\frac{2}{5} \rightarrow \frac{5}{2}$$

$$\frac{5}{20} \rightarrow \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{4} \rightarrow 4$$

$$\frac{6}{2} \rightarrow \frac{1}{3}$$

$$\frac{3}{2} \rightarrow \frac{1}{4}$$

**Άσκηση 5 - Λύση**

$$\frac{1}{5} \cdot \frac{6}{2} = \frac{6}{10}$$

$$\frac{3}{7} \cdot \frac{4}{5} = \frac{12}{35}$$

$$\frac{9}{10} \cdot \frac{2}{5} = \frac{18}{50}$$

$$\frac{15}{7} \cdot \frac{7}{15} = 1$$

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{11} = \frac{2}{55}$$

$$\frac{3}{9} \cdot \frac{12}{2} = 2$$

**Άσκηση 6 - Λύση**

το  $\frac{1}{4}$  του κιλού =  $1.000 : 4 = 250$  γραμμ.

τα  $\frac{3}{8}$  της ημέρας =  $24 : 8 = 3$  ώρες

τα  $\frac{2}{5}$  της ώρας =  $60 : 5 = 12$  λεπτά

τα  $\frac{3}{4}$  του μέτρου =  $3 \times 25 = 75$  εκ.

το  $\frac{1}{5}$  των 120€ =  $120 : 5 = 24$  €.

το  $\frac{3}{10}$  των 2€ =  $3 \times 20 = 60$  λεπτά

**Απλά και Κατανοητά η Γνώση!**

**Άσκηση 7 - Λύση**

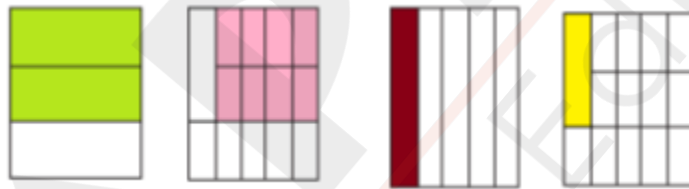
$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \quad , \quad \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

Απάντηση: Έφαγαν και οι δύο την ίδια ποσότητα σοκολάτας.

**Άσκηση 8 - Λύση**

$$\frac{1}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{15}$$

Άρα είναι το τελευταίο σχήμα:

**Άσκηση 9 - Λύση**

$$140 \cdot \frac{2}{5} = \frac{280}{5} = 56 \text{ ευρώ}$$

Απάντηση: Το φόρεμα της Μυρτώς κόστιζε 56 ευρώ.

*Απλά και Κατανοητά η Γνώση!*



**Άσκηση 10 - Λύση**

$$2\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{12}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{36}{20} = \frac{9}{5}$$

Απάντηση: τα  $\frac{3}{4}$  της κανάτας χωρούν  $1\frac{4}{5}$  λίτρα φυσικό χυμό.

**Άσκηση 11 - Λύση**

$$7\frac{1}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{36}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{108}{20} = 5\frac{8}{20} \text{ ή } 5,80 \text{ στρέμματα έχουν καλλιεργηθεί.}$$

$$7\frac{1}{5} = 7,20 \text{ στρέμματα είναι ή έκταση όλου του χωραφιού.}$$

Άρα  $7,20 - 5,80 = 1,40$  στρέμματα έμειναν ακαλλιεργητα.

Απάντηση: Έχουν μείνει ελεύθερα 1,40 στρέμματα.

**Άσκηση 12 - Λύση**

Ξεκινώντας το ταξίδι του ο Αλέξης είχε στο ρεζερβουάρ του αυτοκινήτου του:

$$48 \cdot \frac{3}{4} = \frac{144}{4} = 36 \text{ λίτρα βενζίνη}$$

Στο τέλος του ταξιδιού του είχε μείνει :

$$36 \cdot \frac{2}{3} = \frac{72}{3} = 24 \text{ λίτρα βενζίνη}$$

Απάντηση: Έμειναν στο ρεζερβουάρ 24 λίτρα βενζίνη.

**Απλά και Κατανοητά η Γνώση!**

**Άσκηση 13 - Λύση**

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{6}{12}$$

Άρα, τα  $\frac{6}{12}$  του συγκεκριμένου αριθμού ισούνται με 60.

Απλοποιώντας το κλάσμα γίνεται:  $\frac{6:6}{12:6} = \frac{1}{2}$ . Άρα το 60 είναι το μισό του αριθμού που ψάχνω.

Επομένως  $60 + 60 = 120$ .

Απάντηση: Ο αριθμός είναι ο 120.

**Απλά και Κατανοητά η Γνώση!**

**Κεφάλαιο 20. Διαίρεση κλασμάτων**

**Λύσεις Ασκήσεων - Προβλημάτων**

**Άσκηση 1 - Λύση**

$$3 : \frac{1}{2} = \frac{3}{\frac{1}{2}} = 3 \cdot \frac{2}{1} = 6$$



$$4 : \frac{1}{3} = \frac{4}{\frac{1}{3}} = 4 \cdot \frac{3}{1} = 12$$



$$4 : \frac{1}{5} = \frac{4}{\frac{1}{5}} = 4 \cdot \frac{5}{1} = 20$$



**Απλά και Κατανοητά η Γνώση!**

### Άσκηση 2 - Λύση

Αν θέλουμε να διαιρέσουμε δυο ομώνυμα κλάσματα, μπορούμε να διαιρέσουμε τους αριθμητές τους.

$$\frac{8}{9} : \frac{4}{9} = 8:4 = 2$$

$$\frac{12}{5} : \frac{3}{5} = 12:3 = 4$$

$$\frac{15}{10} : \frac{3}{10} = 15:3 = 5$$

$$\frac{28}{12} : \frac{7}{12} = 28:7 = 4$$

$$\frac{45}{50} : \frac{9}{50} = 45:9 = 5$$

$$\frac{18}{8} : \frac{6}{8} = 18:6 = 3$$

### Άσκηση 3 - Λύση

Αντιστρέφουμε τους όρους του δεύτερου κλάσματος (του διαιρέτη) και αντί για διαίρεση κάνουμε πολλαπλασιασμό:

$$\frac{2}{3} : \frac{4}{9} = \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{4} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$$

$$\frac{6}{10} : \frac{12}{5} = \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{12} = \frac{30}{120} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{7}{10} : \frac{2}{7} = \frac{7}{10} \cdot \frac{7}{2} = \frac{49}{20} = 2\frac{9}{20}$$

$$\frac{12}{16} : \frac{1}{4} = \frac{12}{16} \cdot \frac{4}{1} = \frac{48}{16} = \frac{12}{4} = 3$$

$$\frac{15}{20} : \frac{2}{3} = \frac{15}{20} \cdot \frac{3}{2} = \frac{45}{20} = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$$

$$\frac{3}{18} : \frac{1}{12} = \frac{3}{18} \cdot \frac{12}{1} = \frac{36}{18} = \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$$

### Άσκηση 4 - Λύση

$$6 : \frac{2}{3} = \frac{6}{1} \cdot \frac{3}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

$$2\frac{1}{4} : \frac{2}{9} = \frac{9}{4} \cdot \frac{9}{2} = \frac{81}{8} = 10\frac{1}{8}$$

$$1\frac{3}{9} : \frac{4}{3} = \frac{12}{9} \cdot \frac{3}{4} = \frac{36}{36} = 1$$

$$0,1 : \frac{5}{6} = \frac{1}{10} \cdot \frac{6}{5} = \frac{6}{50} = \frac{3}{25}$$

$$\frac{18}{5} : 0,4 = \frac{18}{5} \cdot \frac{10}{4} = \frac{180}{20} = 9$$

$$4 : \frac{2}{7} = \frac{4}{1} \cdot \frac{7}{2} = \frac{28}{2} = 14$$

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

**Άσκηση 5 - Λύση**

$$\frac{6}{10} : \frac{1}{5} = \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{1} = \frac{30}{10} = 3$$

$$\frac{3}{4} : \frac{2}{5} = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{2} = \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$$

$$\frac{3}{8} : \frac{4}{6} = \frac{3}{8} \cdot \frac{6}{4} = \frac{18}{32} = \frac{9}{16}$$

$$\frac{7}{15} : \frac{5}{7} = \frac{7}{15} \cdot \frac{7}{5} = 3$$

**Άσκηση 6 - Λύση**

$$12 : 1\frac{1}{2} = \frac{12}{1} : \frac{3}{2} = \frac{12}{1} \cdot \frac{2}{3} = \frac{24}{3} = 8$$

Απάντηση: Ο κτηνοτρόφος χρησιμοποίησε 8 μπουκάλια.

**Άσκηση 7 - Λύση**

$$4 : \frac{2}{3} = \frac{4}{1} \cdot \frac{3}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

Απάντηση: Η γιαγιά Σοφία έχει 6 εγγόνια.

**Απλά και Κατανοητά η Γνώση!**

**Άσκηση 8 - Λύση**

$$45\frac{1}{2} : \frac{4}{10} = \frac{91}{2} \cdot \frac{10}{4} = \frac{910}{8} = 113\frac{6}{8}$$

Απάντηση: Το πετρέλαιο θα τους φτάσει για  $113\frac{6}{8}$  μέρες.

**Άσκηση 9 - Λύση**

Πρώτα θα αφαιρέσω το λάδι που πούλησε από το λάδι που συγκέντρωσε για να βρω πόσο λάδι του έμεινε.

$$1.050\frac{1}{2} - 860\frac{1}{4} = \frac{2.101}{2} - \frac{3.441}{4} = \frac{4.202}{4} - \frac{3.441}{4} = \frac{761}{4} = 190\frac{1}{4}, \text{ με: Ε.Κ.Π}(2,4)=4$$

Μετά θα διαιρέσω την ποσότητα που του έμεινε με τη χωρητικότητα των δοχείων που χρησιμοποίησε. Η χωρητικότητα των δοχείων που χρησιμοποίησε είναι:

$$\frac{3.805}{100} = 38\frac{1}{20}$$

Επομένως :

$$190\frac{1}{4} : 38\frac{1}{20} = \frac{761}{4} : \frac{761}{20} = \frac{761}{4} \cdot \frac{20}{761} = \frac{15.220}{3.044} = 5$$

Απάντηση: Χρειάστηκε 5 δοχεία.

**Απλά και Κατανοητά η Γνώση!**

**Άσκηση 10 - Λύση**

$$6\frac{3}{4} : \frac{1}{4} = \frac{27}{4} : \frac{1}{4} = \frac{27}{4} \cdot \frac{4}{1} = \frac{108}{4} = 27$$

Απάντηση: Οι καλεσμένοι ήταν 27.

**Άσκηση 11 - Λύση**

$$\frac{1}{2} : 3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

Απάντηση: Ο Νίκος δεν έχει δίκιο γιατί θα φάει ο καθένας το  $\frac{1}{6}$  της πίτσας.

**Άσκηση 12 - Λύση**

$$\frac{4}{5} : \frac{1}{20} = \frac{4}{5} \cdot \frac{20}{1} = \frac{80}{5} = 16$$

Απάντηση: Οι φίλοι του Νίκου ήταν 16.

**Απλά και Κατανοητά η Γνώση!**

**Κεφάλαιο 21. Αναγωγή στην κλασματική μονάδα****Λύσεις Ασκήσεων - Προβλημάτων****Άσκηση 1 - Λύση**

το  $\frac{1}{100}$  του 280:  $280 : 100 = 2,8$

το  $\frac{1}{1000}$  του 9000:  $9.000 : 1.000 = 9$

το  $\frac{1}{100}$  του 350:  $350 : 100 = 3,5$

το  $\frac{1}{1000}$  του 3750:  $3.750 : 1.000 = 3,75$

**Άσκηση 2 - Λύση**τα  $\frac{2}{5}$  του μέτρου αντιστοιχούν σε:

$100 : 5 = 20$  άρα  $2 \cdot 20 = 40$  εκατοστά

τα  $\frac{3}{9}$  της ώρας αντιστοιχούν σε:

$60 : 9 = 6,66$  άρα  $6,66 \cdot 3 = 19,98$  λεπτά

τα  $\frac{2}{8}$  της ημέρας αντιστοιχούν σε:

$24 : 8 = 3$  άρα  $2 \cdot 3 = 6$  ώρες

τα  $\frac{2}{5}$  του κιλού αντιστοιχούν σε:

$1.000 : 5 = 200$  άρα  $2 \cdot 200 = 400$  γραμμάρια

**Απλά και Κατανοητά η Γνώση!**



**Άσκηση 3 - Λύση**Τα  $\frac{2}{1000}$  του 9000 αντιστοιχούν σε:

$$9.000 : 1.000 = 9 \text{ άρα } 2 \cdot 9 = 18$$

Τα  $\frac{18}{1000}$  του 6000 αντιστοιχούν σε :

$$6.000 : 1.000 = 6 \text{ άρα } 18 \cdot 6 = 108$$

Τα  $\frac{28}{1000}$  του 12000 αντιστοιχούν σε:

$$12.000 : 1.000 = 12$$

Τα  $\frac{46}{1000}$  του 4000 αντιστοιχούν σε:

$$4.000 : 1.000 = 4 \text{ άρα } 46 \cdot 4 = 184$$

Τα  $\frac{55}{1000}$  του 15000 αντιστοιχούν σε:

$$15.000 : 1.000 = 15 \text{ άρα } 55 \cdot 15 = 825$$

**Άσκηση 4 - Λύση**Το  $\frac{1}{10}$  αντιστοιχεί σε:

$$60 : 10 = 6 \text{ άρα } 1 \cdot 6 = 6$$

Τα  $\frac{3}{10}$  αντιστοιχούν σε:

$$60 : 10 = 6 \text{ άρα } 3 \cdot 6 = 18$$

Τα  $\frac{7}{10}$  αντιστοιχούν σε:

$$60 : 10 = 6 \text{ άρα } 7 \cdot 6 = 42$$

**Απλά και Κατανοητά η Γνώση!**

**Άσκηση 5 - Λύση**

Γνωρίζουμε ένα κλασματικό μέρος του όλου ( $\frac{3}{7} = 48$ ) και θέλουμε να βρούμε:

α) ένα άλλο κλασματικό μέρος του

β) το όλο

$$\text{Το } \frac{1}{7} \text{ του ποσού αντιστοιχεί σε : } 48 : 3 = 16 \text{ €}$$

$$\text{Τα } \frac{4}{7} \text{ του ποσού αντιστοιχούν σε : } 4 \cdot 16 = 64 \text{ €}$$

$$\text{Όλο το ποσό αντιστοιχεί σε: } 7 \cdot 16 = 112 \text{ €}$$

**Άσκηση 6 - Λύση**

Γνωρίζουμε ένα κλασματικό μέρος του όλου ( $\frac{4}{10} = 256$ ) και θέλουμε να βρούμε το όλο.

$$256 : 4 = 64 \text{ άρα } 64 \cdot 10 = 640$$

Απάντηση: Ο αριθμός είναι ο 640.

**Άσκηση 7 - Λύση**

Γνωρίζουμε ένα κλασματικό μέρος του όλου ( $\frac{36}{100} = 54$ ) και θέλουμε να βρούμε το όλο.

$$54 : 36 = 1,5 \text{ άρα } 1,5 \cdot 100 = 150$$

Απάντηση: Ο αριθμός είναι ο 150.

*Απλά και Κατανοητά η Γνώση!*

**Άσκηση 8 - Λύση**

Γνωρίζουμε ένα κλασματικό μέρος του όλου ( $\frac{8}{10} = 240$ ) και θέλουμε να βρούμε το όλο.

$$240 : 8 = 3 \text{ άρα } 3 \cdot 100 = 300$$

Απάντηση: Όλα τα χρήματα που είχε ήταν 300 ευρώ.

**Άσκηση 9 - Λύση**

Αφού Τα  $\frac{4}{7}$  του κιλού κρέας κοστίζουν 6,8€. τότε το  $\frac{1}{7}$  κοστίζει:  $6,8 : 4 = 1,7$ .

Άρα τα  $\frac{11}{7}$  του κιλού κρέας κοστίζουν:

$$11 \cdot 1,7 = 18,7\text{€}.$$

Απάντηση: Ο κύριος Θωμάς πλήρωσε 18,7€.

**Άσκηση 10 - Λύση**

$$5.400 : 10 = 540$$

$540 \cdot 7 = 3.780$  γραμμάρια αλεύρι χρησιμοποίησε για να φτιάξει το ψωμί.

$5.400 - 3.780 = 1.620$  γραμμάρια αλεύρι της έμεινε για να φτιάξει τα μπισκότα.

$$1.620 : 10 = 162$$

$162 \cdot 6 = 972$  γραμμάρια αλεύρι χρησιμοποίησε για να φτιάξει τα μπισκότα.

$1.620 - 972 = 648$  γραμμάρια αλεύρι της περίσσεψε.

Απάντηση: Στην κυρία Βούλα περίσσεψε 648 γραμμάρια αλεύρι .

**Απλά και Κατανοητά η Γνώση!**

**Άσκηση 11 - Λύση**

- $180 : 9 = 20$  άρα  $5 \cdot 20 = 100$  ήταν οι άντρες.
- $100 : 5 = 20$  άρα  $2 \cdot 20 = 40$  ήταν τα παιδιά.
- $100 + 40 = 140$
- $180 - 140 = 40$  ήταν οι γυναίκες.

Απάντηση: Οι γυναίκες ήταν 140.

**Άσκηση 12 - Λύση**

Το σύνολο κοριτσιών και αγοριών είναι  $\frac{16}{16}$ . Αφού τα κορίτσια είναι τα  $\frac{10}{16}$  του

συνόλου των παιδιών, τότε τα αγόρια είναι:  $\frac{16}{16} - \frac{10}{16} = \frac{6}{16}$  του συνόλου των

παιδιών

- Επομένως, αφού τα κορίτσια είναι τα  $\frac{10}{16}$  του συνόλου των παιδιών και τα

αγόρια είναι τα  $\frac{6}{16}$ , τότε τα αγόρια είναι λιγότερα κατά:  $\frac{10}{16} - \frac{6}{16} = \frac{4}{16}$ .

- Επομένως το  $\frac{4}{16}$  αντιστοιχεί στα 20 λιγότερα αγόρια. Δηλαδή τα  $\frac{4}{16}$  των

παιδιών αντιστοιχούν σε χορευτές, άρα το  $\frac{1}{16}$  των παιδιών αντιστοιχεί σε

$20 : 4 = 5$  χορευτές.

**Απλά και Κατανοητά η Γνώση!**

Τα κορίτσια είναι επομένως τα  $\frac{10}{16}$  του συνόλου των παιδιών, άρα είναι:  $5 \cdot 10 = 50$ .

Τα αγόρια είναι τα  $\frac{6}{16}$  του συνόλου των παιδιών, άρα  $5 \cdot 6 = 30$ .

Απάντηση: Τα αγόρια που συμμετέχουν στον σύλλογο είναι 30 και τα κορίτσια 50.

*Απλά και Κατανοητά η Γνώση!*

# Αξίες για μια ζωή!

- ✓ Εξυπνάδα
- ✓ Κριτική Σκέψη
- ✓ Αυτοπεποίθηση



Βρες το Δάσκαλό σου!  
στο [arnos.gr](https://arnos.gr)

## Ο Καθηγητής - Δάσκαλος [arnos.gr](https://arnos.gr):

- ★ Διδάσκει μεθοδικά και οργανωμένα με το Τετράδιο Σπουδής.
- ★ Καθοδηγεί το Μαθητή να μαθαίνει βήμα - βήμα.
- ★ Οδηγεί στην **Αυτομάθηση**.
- ★ **Υλοποιεί** τους στόχους του μαθήματος.
- ★ **Πιστοποιεί** με διαγωνίσματα την πρόοδο του Μαθητή.

## Γιατί επιλέγω Τετράδιο Σπουδής;

- ★ Είναι απαραίτητο διδακτικό εργαλείο βασισμένο στους στόχους του μαθήματος και τον τρόπο Υλοποίησής του.
- ★ Σε αυτό βρίσκεται το υλικό Διδασκαλίας για τον Καθηγητή και Μελέτης για το Μαθητή.
- ★ Το Τετράδιο Σπουδής σε συνδυασμό με το course οδηγούν το **Μαθητή** στην **Αυτομάθηση**.
- ★ Είναι το Φροντιστηριακό Εγχειρίδιο πραγματοποίησης της **online διδασκαλίας με φυσικό τρόπο**.
- ★ Με αυτό **ενημερώνονται άμεσα οι γονείς** και **ελέγχουν την πρόοδο** του παιδιού τους.

## Τετράδια Σπουδής για:

### Δημοτικό

#### Μαθηματικά



#### Φυσικά



#### Γλώσσα



6-12  
ετών

