

## ΕΝΟΤΗΤΑ 2.4 : ΚΑΝΟΝΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

### Λύσεις των Ασκήσεων

#### Άσκηση 1

Το σύνολο των μαθητών/τριών μιας πόλης, ρωτήθηκαν για τον χρόνο που κάνουν να πάνε από το σπίτι στο σχολείο. Το 50% περίπου έδωσε απαντήσεις που ήταν από 12 λεπτά και πάνω, ενώ το 16% περίπου έδωσε απαντήσεις που ήταν από 10 λεπτά και κάτω. Υποθέτουμε ότι η κατανομή του χρόνου της διαδρομής σπίτι-σχολείο των μαθητών είναι κανονική.

1) Να εκτιμήσετε τον μέσο χρόνο διαδρομής σπίτι-σχολείο, των μαθητών και την τυπική απόκλιση του χρόνου διαδρομής τους, σύμφωνα με τις απαντήσεις τους.

2) Αν οι μαθητές/τριες της πόλης είναι 4.000, να εκτιμήσετε πόσοι/ες απάντησαν ότι έχουν χρόνο διαδρομής σπίτι-σχολείο μεταξύ 14 και 16 λεπτών;

#### Λύση

1) Σε μια κανονική κατανομή το 50% περίπου του πληθυσμού είναι πάνω από  $\mu$ . Οπότε, αφού το 50% περίπου έδωσε απαντήσεις που ήταν από 12 λεπτά και πάνω, θα είναι  $\mu=12$ . Επιπλέον, το  $100\%-68\%=32\%$  περίπου του πληθυσμού αναμένεται να έδωσαν απαντήσεις κάτω από  $\mu-\sigma$  και πάνω από  $\mu+\sigma$ , οπότε το 16% των απαντήσεων αναμένεται να είναι κάτω από  $\mu-\sigma$ . Οπότε, θα είναι  $\mu-\sigma=10$ , και άρα  $\sigma=2$ . Δηλαδή εκτιμούμε ότι  $\mu=12$  λεπτά και  $\sigma=2$  λεπτά.

2)  $14=\mu+\sigma$  και  $16=\mu+2\sigma$ . Οπότε μεταξύ 14 και 16 αναμένεται ότι απάντησαν περίπου  $\frac{95\% - 68\%}{2} = 13,5\%$  των μαθητών

#### Άσκηση 2

Υποθέτουμε ότι το βάρος των μαθητών λυκείου ακολουθεί κανονική κατανομή και παίρνουμε ένα μεγάλο δείγμα μαθητών λυκείου. Το 50% των μαθητών του δείγματος έχουν βάρος το πολύ 65 Kg, ενώ περίπου το 47,5% αυτών έχουν βάρος από 65 Kg έως 75 Kg.

1) Να εκτιμήσετε τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση του βάρους των μαθητών του δείγματος.

2) Να εκτιμήσετε το ποσοστό των μαθητών του δείγματος που έχουν βάρος από 55 Kg έως 70 Kg.

### Λύση

1) Αφού το 50% των μαθητών του δείγματος έχουν βάρος το πολύ 65 Kg, θα είναι  $\mu=65\text{kg}$ .

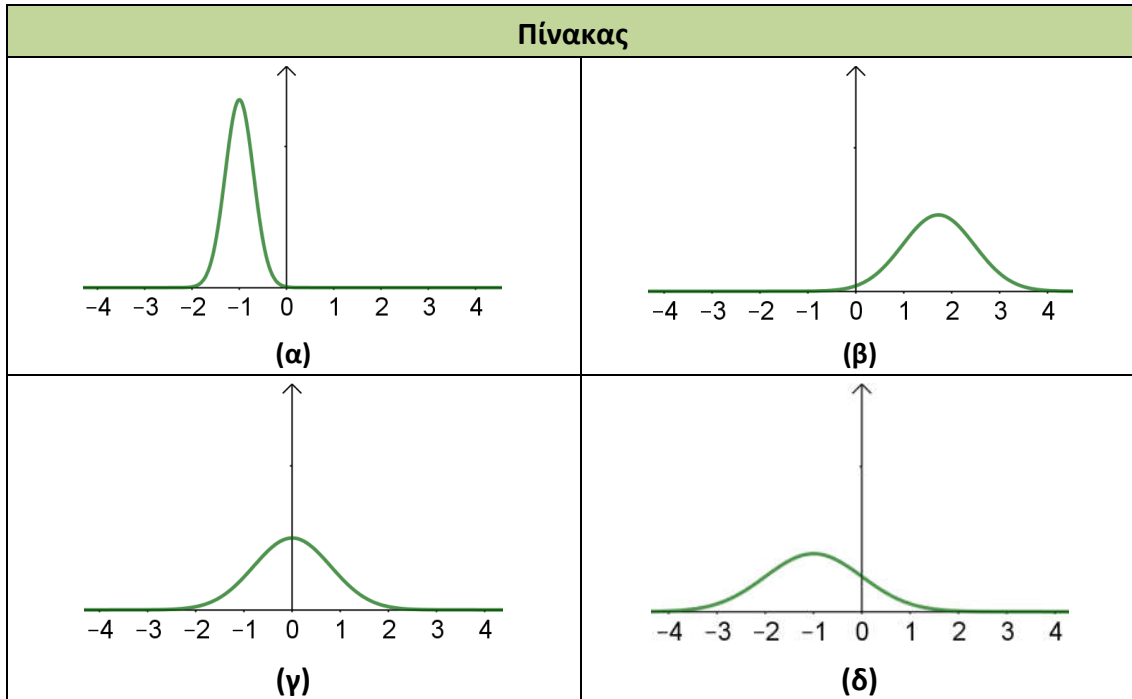
Αφού το  $\frac{95\%}{2} = 47,5\%$  έχουν βάρος από 65 Kg έως 75 Kg θα είναι  $75=\mu+2\sigma$ , και άρα  $\sigma=5$ .

Δηλαδή, μπορούμε να εκτιμήσουμε ότι  $\mu=65\text{kg}$  και  $\sigma=5\text{kg}$ .

2) Επειδή  $55=\mu-2\sigma$  και  $70=\mu+\sigma$ , στο διάστημα (55,70), δηλαδή στο  $(\mu-2\sigma,\mu+\sigma)$  αναμένεται να έχουν βάρος περίπου το  $68\% + \frac{95\% - 68\%}{2} = 81,5\%$  των μαθητών.

### Άσκηση 3

1) Να αντιστοιχίσετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων που είναι μοντέλα κανονικών κατανομών και περιέχονται στον παρακάτω πίνακα με τα ζεύγη τιμών των παραμέτρων  $\sigma$  και  $\mu$  που ακολουθούν. Ο κατακόρυφος άξονας των συστημάτων συντεταγμένων ακολουθεί την ίδια κλίμακα σε όλες τις περιπτώσεις.



A.  $\mu = -1, \sigma = 1,$    B.  $\mu = -1, \sigma = 0,3,$    Γ.  $\mu > 0, \sigma = 0,75$    Δ.  $\mu = 0, \sigma < 1$

2) Να συγκρίνετε την τιμή του  $\sigma$  στο σχήμα (γ) με το 0,3.

### Λύση

1) α-B, β-Γ, γ-Δ, δ-A.

2) Το εύρος είναι περίπου 4 (μεταξύ του -2 και του 2 φαίνεται να είναι σχεδόν το 100% των παρατηρήσεων). Άρα,  $6\sigma \approx 4$ , οπότε  $\sigma \approx 0,66$ , άρα  $\sigma > 0,3$ .