

Το ποσοστό των ατόμων του δείγματος που το ύψος τους (σε cm) ανήκει στο διάστημα (159 , 183) εκτιμάται σε 95%.

Λόγω συμμετρίας της κανονικής κατανομής εκτιμούμε:

- Το ποσοστό των ατόμων του δείγματος που το ύψος τους ανήκει στο διάστημα (171 , 183) σε $95 : 2 = 47,5 \%$.
- Το ποσοστό των ατόμων του δείγματος που είναι ψηλότερα από 171 cm σε 50%.

Επομένως, το ποσοστό των ατόμων του δείγματος που είναι ψηλότερα από 183 cm, άρα και από την πόρτα, εκτιμάται σε $50\% - 47,7\% = 2,5\%$

2) Υποθέτουμε ότι η πόρτα έχει ύψος u cm.

Έστω ένας τυχαίος ενήλικας και το ενδεχόμενο «ο τυχαίος ενήλικας έχει ύψος μεγαλύτερο από u cm». Θέλουμε να βρούμε την τιμή του u , ώστε η πιθανότητα του ενδεχομένου να είναι περίπου 0,15%.

Παρατηρούμε ότι $0,15\% = 50\% - 49,85\%$.

Επίσης ισχύει ότι $\mu + 3\sigma = 171 + 3 \cdot 6 = 189$.

Η πιθανότητα ο τυχαίος ενήλικας να είναι ψηλότερος από 171 cm είναι 50% και η πιθανότητα να έχει ύψος (σε εκατοστά) που ανήκει στο διάστημα $(\mu, \mu + 3\sigma) = (171, 189)$ είναι περίπου ίση με $\frac{99,7\%}{2} = 49,85\%$, λόγω συμμετρίας της κανονικής κατανομής.

Άρα, η πιθανότητα ο τυχαίος ενήλικας να είναι ψηλότερος από 189 cm είναι περίπου $50\% - 49,85\% = 0,15\%$.

Άρα η πόρτα πρέπει να έχει ύψος $u = 189$ cm.

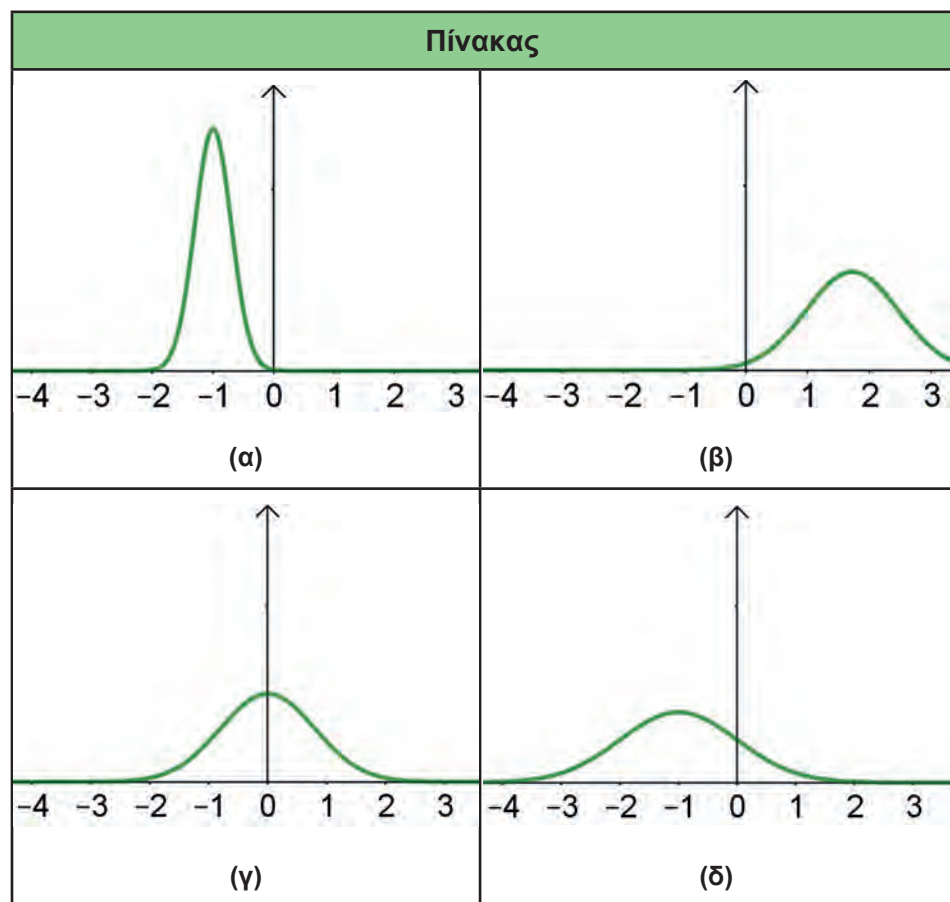
Ασκήσεις – Προβλήματα – Δραστηριότητες

1) Το σύνολο των μαθητών/τριών μιας πόλης, ρωτήθηκαν για τον χρόνο που κάνουν να πάνε από το σπίτι στο σχολείο. Το 50% περίπου έδωσε απαντήσεις που ήταν από 12 λεπτά και πάνω, ενώ το 16% περίπου έδωσε απαντήσεις που ήταν από 10 λεπτά και κάτω. Υποθέτουμε ότι η κατανομή του χρόνου της διαδρομής σπίτι-σχολείο των μαθητών είναι κανονική.

1) Να εκτιμήσετε τον μέσο χρόνο διαδρομής σπίτι-σχολείο, των μαθητών και την τυπική απόκλιση του χρόνου διαδρομής τους, σύμφωνα με τις απαντήσεις τους.

2) Αν οι μαθητές/τριες της πόλης είναι 4.000, να εκτιμήσετε πόσοι/ες απάντησαν ότι έχουν χρόνο διαδρομής σπίτι-σχολείο μεταξύ 14 και 16 λεπτών;

- 2) Υποθέτουμε ότι το βάρος των μαθητών λυκείου ακολουθεί κανονική κατανομή και παίρνουμε ένα μεγάλο δείγμα μαθητών λυκείου. Το 50% των μαθητών του δείγματος έχουν βάρος το πολύ 65 Kg, ενώ περίπου το 47,5% αυτών έχουν βάρος από 65 Kg έως 75 Kg.
- 1) Να εκτιμήσετε τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση του βάρους των μαθητών του δείγματος.
 - 2) Να εκτιμήσετε το ποσοστό των μαθητών του δείγματος που έχουν βάρος από 55 Kg έως 70 Kg.
- 3) 1) Να αντιστοιχίσετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων που είναι μοντέλα κανονικών κατανομών και περιέχονται στον παρακάτω πίνακα με τα ζεύγη τιμών των παραμέτρων σ και μ που ακολουθούν. Ο κατακόρυφος άξονας των συστημάτων συντεταγμένων ακολουθεί την ίδια κλίμακα σε όλες τις περιπτώσεις.



- A. $\mu = -1, \sigma = 1$ B. $\mu = -1, \sigma = 0,3$ Γ. $\mu > 0, \sigma = 0,75$
 Δ. $\mu = 0, \sigma < 1$
- 2) Να συγκρίνετε την τιμή του σ στο σχήμα (γ) με το 0,3.

Πρόσθετο Υλικό

- 1) Η κανονική κατανομή ανακαλύφθηκε το 1720 από τον μαθηματικό Abraham de Moivre, στην προσπάθειά του να λύσει προβλήματα παιγνίων τύχης. Εκατόν πενήντα χρόνια αργότερα περί το 1870 ο Adolphe Quetelet, Βέλγος μαθηματικός, χρησιμοποιεί την καμπύλη της κανονικής κατανομής ως το ιδεώδες οριακό ιστόγραμμα - πρότυπο, προς το οποίο συγκρίνονται τα ιστογράμματα δεδομένων.

Με τη χρήση κατάλληλου εκπαιδευτικού λογισμικού να σχεδιάσετε την κα-

μπύλη (δηλ. τη γραφική παράσταση) της συνάρτησης $f(x) = \frac{e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}}{\sigma\sqrt{2\pi}}$, για διά-

φορες τιμές των φυσικών αριθμών μ και σ και να κάνετε παρατηρήσεις για τη μορφή της.