

του δικού μας αυτοκινήτου και όλων όσων μας προσπέρασαν ή προσπεράσαμε στο ταξίδι μας αυτό.

### Λύση

Η διάμεσος είναι  $\delta = 100$  Km/h διότι το πολύ 50% των ταχυτήτων είναι μικρότερες και το πολύ 50% είναι μεγαλύτερες από 100 Km/h.

### Εφαρμογή 5

Σε μια κάλπη υπάρχουν άσπρες, μαύρες, κόκκινες και πράσινες μπάλες σε αναλογία 10%, 20%, 30% και 40% αντίστοιχα. Μια άσπρη μπάλα έχει βάρος 10 gr, μια μαύρη 11 gr, μια κόκκινη 12 gr και μια πράσινη 13 gr. Να βρείτε τη μέση τιμή του βάρους τους, αν γνωρίζουμε ότι στην κάλπη υπάρχουν:

- 1) 10 μπάλες.
- 2) 20 μπάλες.
- 3) Δε γνωρίζουμε πόσες μπάλες υπάρχουν στην κάλπη.

### Λύση

$x_i$	$v_i$	$f_i$
10	1	0,10
11	2	0,20
12	3	0,30
13	4	0,40
Σύνολο	10	1,00

- 1) Με βάση την αναλογία της εκφώνησης, στις 10 μπάλες θα έχουμε 1 άσπρη, 2 μαύρες, 3 κόκκινες και 4 πράσινες. Αν οι τιμές των βαρών είναι οι παρατηρήσεις  $x_i$  με αντίστοιχες συχνότητες  $v_i$  και σχετικές συχνότητες  $f_i$ , τότε:

$$\bar{x} = \frac{1 \cdot 10 + 2 \cdot 11 + 3 \cdot 12 + 4 \cdot 13}{10}$$

$$= 0,10 \cdot 10 + 0,20 \cdot 11 + 0,30 \cdot 12 + 0,40 \cdot 13 = 12 \text{ gr}$$

- 2) Με βάση την αναλογία της εκφώνησης, στις 20 μπάλες θα έχουμε 2 άσπρες, 4 μαύρες, 6 κόκκινες και 8 πράσινες. Αν οι τιμές των βαρών είναι οι παρατηρήσεις  $x_i$  με αντίστοιχες συχνότητες  $v_i$  και σχετικές συχνότητες  $f_i$ , τότε:

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 10 + 4 \cdot 11 + 6 \cdot 12 + 8 \cdot 13}{20}$$

$$= 0,10 \cdot 10 + 0,20 \cdot 11 + 0,30 \cdot 12 + 0,40 \cdot 13 = 12 \text{ gr}$$

- 3) Παρατηρώντας προσεκτικά την παραπάνω διαδικασία καταλήγουμε ότι ανεξαρτήτως του πλήθους από τις μπάλες έχουμε:

$$\bar{x} = f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + f_3 \cdot x_3 + f_4 \cdot x_4 = 0,10 \cdot 10 + 0,20 \cdot 11 + 0,30 \cdot 12 + 0,40 \cdot 13 = 12 \text{ gr}$$

Έστω ότι έχουμε τις τιμές  $x_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, v$  με σχετικές συχνότητες  $f_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, v$ . Τότε για τη μέση τιμή  $\bar{x}$  είναι:

$$\bar{x} = f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + \dots + f_v \cdot x_v$$

### Ασκήσεις – Προβλήματα – Δραστηριότητες

- 1) Οι βαθμοί του Αντρέα σε 4 διαγωνίσματα στα Μαθηματικά ήταν 15, 18, 18, 17. Για τα ίδια διαγωνίσματα, ο Βασίλης είχε πάρει 2 μονάδες περισσότερες σε κάθε διαγώνισμα από τον Αντρέα, ενώ ο Γιάννης είχε πάρει 4 μονάδες λιγότε-

ρες από τον Αντρέα σε κάθε διαγώνισμα. Να βρείτε τη μέση τιμή των βαθμών του κάθε παιδιού.

- 2) Αν ο μέσος όρος του μηνιαίου μισθού των υπαλλήλων ενός εργοστασίου πέρυσι ήταν 850€ και φέτος σε κάθε υπάλληλο δοθεί αύξηση 50€, να βρείτε τον νέο μέσο όρο των μισθών.
- 3) Καθεμία από τις παρακάτω λίστες δεδομένων έχουν μέση τιμή 50.
- (I) 0, 20, 40, 50, 60, 80, 100  
 (II) 0, 48, 49, 50, 51, 52, 100  
 (III) 0, 1, 2, 50, 98, 99, 100
- 1) Μπορεί να χρησιμοποιηθεί το εύρος για σύγκριση της μεταβλητότητας των δεδομένων αυτών;  
 2) Χωρίς να γίνουν οι πράξεις, να βρείτε σε ποια λίστα υπάρχει μεγαλύτερη και σε ποια μικρότερη διασπορά παρατηρήσεων.
- 4) Να υπολογίσετε τη μέση τιμή και τη διάμεσο για τα παρακάτω δείγματα δεδομένων και να σχολιάσετε τα αποτελέσματα:  
 α) 1, 2, 6    β) 2, 4, 12    γ) 11, 12, 16    δ) 12, 14, 22
- 5) Να υπολογίσετε τη διακύμανση και την τυπική απόκλιση για καθεμία από τις παρακάτω λίστες δεδομένων. Συγκρίνοντας τα δεδομένα και τα αποτελέσματα, τι συμπέρασμα βγάζετε;  
 α) 1, 3, 4, 5, 7    β) 3, 9, 12, 15, 21    γ) 6, 8, 9, 10, 12    δ) -1, -3, -4, -5, -7
- 6) Η βαθμολογία 16 μαθητών σε ένα διαγώνισμα ήταν: 8, 15, 13, 20, 9, 13, 17, 19, 20, 9, 10, 10, 15, 13, 14, 17. Να υπολογίσετε:  
 1) Τα τρία μέτρα θέσης, μέση τιμή, διάμεσο και επικρατούσα τιμή.  
 2) Το εύρος, την τυπική απόκλιση και τον συντελεστή μεταβλητότητας.
- 7) Η μέση τιμή ηλικίας των υπαλλήλων μιας εταιρείας είναι 32 χρόνια. Ποια θα είναι η μέση τιμή ηλικίας των ίδιων υπαλλήλων ύστερα από τρία χρόνια;
- 8) Οι βαθμοί στα Μαθηματικά 20 μαθητών της Β΄ τάξης ενός Λυκείου είναι:

12	14	15	13	17	15	16	14	18	15	17	13	19	15	16	12	16	18	13	14
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

- 1) Να βρείτε τη μέση τιμή και την επικρατούσα τιμή.  
 2) Να βρείτε τη διάμεσο.  
 3) Να βρείτε το πρώτο και το τρίτο τεταρτημόριο.  
 4) Να σχεδιάσετε το θηκόγραμμα.

## Πρόσθετο Υλικό

### Σύνθετες ασκήσεις

- 1) Η μέση επίδοση 17 αγοριών και 13 κοριτσιών στο μάθημα των Μαθηματικών μιας τάξης είναι 16,8. Η μέση επίδοση των κοριτσιών είναι 15,6. Να βρείτε τη μέση επίδοση των αγοριών.
- 2) Σε ένα Λύκειο υπάρχουν 500 μαθητές. Η Α΄ τάξη έχει 200 μαθητές με μέσο όρο ηλικίας 15,7 χρόνια, ενώ η Β΄ τάξη έχει 180 μαθητές με μέσο όρο ηλικίας 16,9 χρόνια. Οι υπόλοιποι μαθητές της Γ΄ τάξης έχουν μέσο όρο ηλικίας 17,7 χρόνια. Να υπολογίσετε τον μέσο όρο ηλικίας όλων των μαθητών του σχολείου.
- 3) Η μέση τιμή 40 παρατηρήσεων είναι 20. Αν από αυτές οι 7 μειώνονται κατά 2 και οι 9 αυξάνονται κατά 6, να βρεθεί η νέα μέση τιμή.
- 4) Η τυπική απόκλιση ενός δείγματος με  $n$  παρατηρήσεις είναι ίση με μηδέν. Ποιο συμπέρασμα προκύπτει για τις παρατηρήσεις;
- 5) Η μέση τιμή 6 διαδοχικών ακέραιων αριθμών είναι 7,5. Να υπολογίσετε την τυπική τους απόκλιση.
- 6) Αν σε μία τάξη ο μέσος όρος της βαθμολογίας  $v_1$  αγοριών είναι  $\bar{x}$  και ο μέσος όρος της βαθμολογίας  $v_2$  κοριτσιών είναι  $\bar{y}$ , να αποδείξετε ότι ο μέσος όρος της βαθμολογίας όλων των παιδιών της τάξης είναι  $\bar{z} = \frac{v_1\bar{x} + v_2\bar{y}}{v_1 + v_2}$ .
- 7) Να αποδείξετε ότι η μέση τιμή είναι το άθροισμα των γινομένων των τιμών της μεταβλητής επί τις αντίστοιχες σχετικές συχνότητες.
- 8) Σε ένα εργοστάσιο με 100 εργαζόμενους η μέση τιμή των αμοιβών τους είναι 900€. Οι 40 από αυτούς πληρώνονται με μισθό μικρότερο της μέσης τιμής και οι μισθοί τους έχουν μέση τιμή 800€. Αν οι αποδοχές των εργαζομένων με μισθό μικρότερο της μέσης τιμής αυξηθούν και γίνουν όσο η μέση τιμή, τότε ποια θα είναι η νέα μέση τιμή των αμοιβών των 100 εργαζομένων;