πείραμα τύχης «κληρώνουμε τις 4 θέσεις στους 7 επιβάτες» και θεωρήσουμε ισοπίθανες όλες τις πιθανές εκβάσεις, τότε αυτές είναι 840.

Πρέπει να υπολογίσουμε το πλήθος ευνοϊκών εκβάσεων του ενδεχομένου «ο Βαγγέλης στη θέση 56 κι η Μαρία στη θέση 2». Όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα αρκεί να βρούμε με πόσους τρόπους μπορούν να συμπληρωθούν οι θέσεις 13 και 14, δηλαδή οι 2 θέσεις που μένουν για τα υπόλοιπα 5 άτομα (διατάξεις των 5 ανά 2 χωρίς επαναλήψεις). Αυτό γίνεται με $5 \cdot 4 = 20$ τρόπους. Συνεπώς, από τον κλασικό ορισμό, η πιθανότητα να καθίσουν ο Βαγγέλης και η Μαρία στις θέσεις 56 και 2 είναι $\frac{20}{840} = \frac{1}{42}$.

Θέση 56	*Θέση 2*	*Θέση 13*	*Θέση 14*
Βαγγ	*Μαρ*	*;*	*;*

Για το ερώτημα (α)

β) Οι μόνες διπλανές θέσεις είναι οι 13 και 14. Οι ευνοϊκές εκβάσεις είναι εκείνες που ο Βαγγέλης και η Μαρία κληρώνονται στις θέσεις αυτές, χωρίς να έχει σημασία ποιος από τους δύο κληρώνεται στην κάθε θέση. Υποθέτουμε ότι ο Βαγγέλης και η Μαρία κληρώνονται σε αυτές τις θέσεις. Ομοίως με το (α), οι υπόλοιποι επιβάτες κληρώνονται με 20 τρόπους στις θέσεις που μένουν (56 και 2). Ωστόσο, για κάθε έναν από αυτούς τους τρόπους υπάρχουν 2 μεταθέσεις του Βαγγέλη και της Μαρίας στις θέσεις 13 και 14. Άρα από την βασική αρχή απαρίθμησης οι ευνοϊκές εκβάσεις είναι $2 \cdot 20 = 40$. Άρα η πιθανότητα ο Βαγγέλης και η Μαρία να καθίσουν σε διπλανές θέσεις είναι ίση με $\frac{40}{840} = \frac{1}{21}$.

Θέση 13	*Θέση 14*	*Θέση 56*	*Θέση 2*
Βαγγ	*Μαρ*	*;*	*;*
Μαρ	*Βαγγ*		

Για το ερώτημα (β)

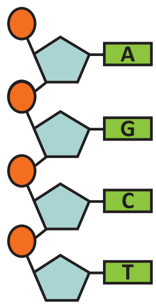
Ασκήσεις – Προβλήματα – Δραστηριότητες

1) Οι διοργανωτές αγώνων δρόμου 5 και 10 χιλιομέτρων, που θα γίνουν την ίδια ημέρα, θέλουν να δώσουν έναν μοναδικό κωδικό σε κάθε συμμετέχοντα. Επίσης, θα ήθελαν κάθε κωδικός συμμετέχοντα στα 5 χιλιόμετρα να είναι ευδιάκριτος από τον κωδικό ενός συμμετέχοντα στα 10 χιλιόμετρα. Στα 5 χιλιόμετρα υπάρχουν 2.573 συμμετέχοντες, ενώ στα 10 χιλιόμετρα υπάρχουν 1.113 συμμετέχοντες. Αποφασίστηκε για τα 5 χιλιόμετρα να δοθεί σε κάθε συμμετέχοντα ένας κωδικός από τρία διατεταγμένα σύμβολα, ώστε:
Το πρώτο και το δεύτερο να είναι τυχαίο σύμφωνο από το ελληνικό αλφάβητο και το τρίτο να είναι ένας τυχαίος μονοψήφιος αριθμός, π.χ. ΝΜ2.

α) Επαρκούν οι διατεταγμένες τριάδες αυτές για όλους τους συμμετέχοντες στα 5 χιλιόμετρα;

β) Τι θα προτείνατε στους διοργανωτές να κάνουν για τα 10 χιλιόμετρα;

2) Με πόσους τρόπους μπορούν να τοποθετηθούν τα γράμματα Α, Ε, Ε, Θ, Ι, Υ το ένα μετά από το άλλο; Ποια είναι η πιθανότητα, αν τοποθετήσουμε τα γράμματα σε τυχαία σειρά, να σχηματιστεί η λέξη ΕΥΘΕΙΑ;



3) Οι αζωτούχες βάσεις που μπορεί να έχει ένα νουκλεοτίδιο είναι η Αδενίνη (A), η Γουανίνη (G), η Κυτοσίνη (C) και η Θυμίνη (T). Τα νουκλεοτίδια, ανάλογα με την σειρά τους σε τριάδες, καθορίζουν ποιο αμινοξύ θα τοποθετηθεί στην αντίστοιχη θέση κατά τη σύνθεση των πρωτεϊνών. Οι τριάδες αυτές ονομάζονται κωδικόνια.

α) Πόσα διαφορετικά κωδικόνια μπορούν να σχηματιστούν;

β) Συνολικά τα κωδικόνια αντιστοιχούν στον σχηματισμό 20 αμινοξέων. Αν επιλέξουμε τυχαία ένα κωδικόνιο, είναι ίδια η πιθανότητα να αντιστοιχεί σε ένα από τα 20 αμινοξέα (θα χρειαστεί να αναζητήσετε πληροφορίες για την αντιστοιχία κωδικονίων και αμινοξέων για να απαντήσετε);

4) Αν κάποιος διαθέτει 2 μπουφάν (ένα μαύρο κι ένα μπλε), 4 παντελόνια, 3 μπλούζες, 10 ζευγάρια κάλτσες και 3 ζευγάρια παπούτσια, με πόσους τρόπους μπορεί να ντυθεί, φορώντας από όλα τα είδη; Αν ένας επιλέξει τυχαία έναν από αυτούς τους τρόπους για να ντυθεί φορώντας ένα μπουφάν, ένα παντελόνι, μία μπλούζα, ένα ζευγάρι κάλτσες και ένα ζευγάρι παπούτσια, ποια είναι η πιθανότητα να φοράει το μπλε μπουφάν;

5) Αν ρίξουμε ένα αμερόληπτο ζάρι 4 φορές ποια είναι η πιθανότητα να φέρουμε 4 διαφορετικά αποτελέσματα;

6) **α)** Πόσες πινακίδες κυκλοφορίας μπορούμε να κατασκευάσουμε που περιέχουν στη σειρά τρία κεφαλαία γράμματα του ελληνικού αλφαβήτου ακολουθούμενα από έναν τετραψήφιο αριθμό;

β) Από το σύνολο των πινακίδων που περιγράφονται στο ερώτημα (α), μπορούν να χρησιμοποιηθούν εκείνες που τα γράμματά τους ανήκουν και στο λατινικό αλφάβητο. Αν επιλέξουμε τυχαία μία πινακίδα του ερωτήματος, (α) ποια είναι η πιθανότητα να είναι κατάλληλη προς χρήση;

7) Ο Θανάσης, ο Μιχάλης, ο Κώστας, ο Αντρέι κι ο Δημήτρης είναι οι παίκτες της σχολικής ομάδας μπάσκετ των αγοριών του Γ1 και ο προπονητής της ομάδας πρόκειται να τους δώσει τις εμφανίσεις τους για τους σχολικούς αγώνες.

α) Οι διαθέσιμες εμφανίσεις έχουν τυπωμένα τα νούμερα 7, 13, 15, 20 και 27. Με πόσους τρόπους μπορούν να μοιραστούν οι εμφανίσεις στους μαθητές; Αν οι εμφανίσεις μοιραστούν τυχαία στους παίκτες, ποια είναι η πιθανότητα να πάρει ο Δημήτρης τη φανέλα με το 7; Ποια είναι η πιθανότητα να πάρει ο Δημήτρης τη φανέλα με το 7 και να μην πάρει ο Θανάσης τη φανέλα με το 13;

β) Να απαντήσετε στα ίδια ερωτήματα, αν οι διαθέσιμες εμφανίσεις είναι οι 7, 11, 13, 15, 19, 20 και 27.

8) Με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορούν να καθίσουν 4 άτομα σε 6 θέσεις μιας σειράς; Ποια είναι η πιθανότητα η τελευταία θέση να μείνει κενή;

9) Με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορούν να μπουν σε μια σειρά 4 αγόρια και 3 κορίτσια; Αν επιλέξουμε τη σειρά των 7 παιδιών τυχαία, ποια είναι η πιθανότητα να είναι όλα μαζί τα αγόρια και όλα μαζί τα κορίτσια;

10) Δέκα παιδιά, μεταξύ των οποίων ο Κώστας και η Ελένη, θα καθίσουν τυχαία ο ένας δίπλα στον άλλον σε δέκα θέσεις. Ποια είναι η πιθανότητα ο Κώστας και η Ελένη να καθίσουν σε διπλανές θέσεις;

11) Να βρείτε την πιθανότητα του ενδεχομένου τέσσερα τυχαία επιλεγμένα άτομα από την τάξη σας (ή το σχολείο σας), να έχουν γεννηθεί σε τέσσερις διαφορετικές εποχές του έτους.

Μέρος Β΄: Συνδυασμοί

Διερεύνηση

Έχετε να τοποθετήσετε τρεις επιστολές σε φακέλους. Επίσης έχετε στη διάθεσή σας τέσσερις φακέλους διαφορετικού χρώματος: κίτρινο, μπλε, κόκκινο και πράσινο. Μόνο μία επιστολή μπαίνει σε κάθε φάκελο. Αν κάνετε τυχαία την επιλογή των φακέλων που θα χρησιμοποιήσετε, πόσοι τρόποι υπάρχουν να τοποθετηθούν οι επιστολές στους φακέλους:

α) αν η πρώτη επιστολή είναι ευχαριστήρια, η δεύτερη είναι συγχαρητήρια και η τρίτη είναι πρόσκληση;

β) αν και οι τρεις επιστολές είναι ακριβώς ίδιες;

Βασικές μαθηματικές έννοιες-Ιδέες-Διεργασίες

Συνδυασμοί

Συχνά είναι χρήσιμο να υπολογίσουμε το πλήθος των δυνατών τρόπων να επιλεγούν κ από τα ν στοιχεία ενός συνόλου, χωρίς να μας ενδιαφέρει η σειρά επιλογής τους. Κάθε τέτοιος τρόπος ονομάζεται συνδυασμός των ν ανά κ. Με στόχο να βρούμε έναν τρόπο υπολογισμού του πλήθους των συνδυασμών των ν ανά κ, στη γενική περίπτωση, ας δούμε πρώτα το επόμενο παράδειγμα.

Συνδυασμός των ν στοιχείων ενός συνόλου Α ανά κ λέγεται κάθε υποσύνολο του Α με κ στοιχεία.

Ας υποθέσουμε ότι από τους 5 παίκτες μίας σχολικής ομάδας μπάσκετ πρέπει να επιλεγούν 3 για να λάβουν μέρος στο σχολικό πρωτάθλημα μπάσκετ με τίτλο «τρεις εναντίον τριών». Ο καθηγητής Φυσικής Αγωγής του σχολείου, αφού επιλέξει τους παίκτες, πρέπει να γράψει τα ονόματά τους στο διπλανό καρτελάκι δίπλα στα νούμερα που θα έχουν στις εμφανίσεις τους. Κάθε παίκτης θα έχει