

## Μέθοδος ARNOS – Έξυπνη Μελέτη

**Ατομική Φροντίδα Μελέτης** | Η καρδιά της Μεθόδου ARNOS είναι ότι κάθε μαθητής, ανεξαρτήτως γνώσεων ή επιπέδου, έχει από την αρχή την αίσθηση της επιτυχίας. Αισθάνεται ότι τα καταφέρνει με τις δικές του δυνάμεις και τις δικές του ικανότητες, χωρίς να αισθάνεται ότι διδάσκεται. Γι' αυτό και φροντίζουμε κάθε μαθητή ξεχωριστά, ανάλογα με τις γνώσεις, το επίπεδο και τον δικό του προσωπικό ρυθμό. Δίνουμε την ευκαιρία σε κάθε μαθητή να προχωρεί όσο του επιτρέπουν οι ικανότητές του και να βλέπει τη μάθηση ως **απόλαυση-ανακάλυψη** και **δημιουργία**.

**Οπτικοποιημένη Μεθοδολογία** | Η *Οπτικοποιημένη Μεθοδολογία* γράφτηκε για να μαγέψει όλα τα παιδιά και να τα βοηθήσει να κατανοήσουν βήμα - βήμα τα Μαθηματικά. Η Γλώσσα μας είναι **απλή, πλούσια** σε λέξεις και με **μαθηματική ακρίβεια**. Στην *Οπτικοποιημένη Μεθοδολογία* μπορεί κάθε μαθητής να ανακαλύψει μόνος του κάθε θεματική περιοχή της ύλης των Μαθηματικών με Λόγο, Εικόνα και Παρατήρηση. Με την καθοδήγηση του Δασκάλου του και με βασικό εφόδιο την *Οπτικοποιημένη Μεθοδολογία* ο μαθητής μελετά την αναλυτική διδασκαλία Θεωρίας-Μεθοδολογίας-Παραδειγμάτων μας και χτίζει από την αρχή τη σκέψη του.

**Μέθοδος ARNOS και Εξάσκηση** | Η Μέθοδος Arnός οδηγεί τον μαθητή να μελετά από το επίπεδο όπου αισθάνεται άνετα, ώστε να διαμορφώσει γερές βάσεις για μάθηση. Χτίζει βήμα βήμα τη σκέψη του, για να είναι σε θέση να διαχειρίζεται ύλη πιο προχωρημένου επιπέδου. Η Εξάσκηση είναι η καρδιά της Μεθόδου ARNOS. Γι' αυτό, τα προσεκτικά σχεδιασμένα Φύλλα Ασκήσεων παρουσιάζουν τις νέες έννοιες με τέτοιον τρόπο, ώστε οι μαθητές να λύνουν επιτυχώς και **ασκήσεις που δεν έχουν ξαναδεί**. Έτσι το παιδί προχωρεί με ασφάλεια και αυτοπεποίθηση **από τις πιο απλές στις πιο σύνθετες** έννοιες.

**Οδηγός ο Δάσκαλος** | Ο Δάσκαλος-Μέντορας καθοδηγεί από την αρχή τον μαθητή σε κάθε επίπεδο της Μεθόδου Arnός. **Κάθε επίπεδο** στηρίζεται εξελικτικά **στις γνώσεις που αποκτήθηκαν από το προηγούμενο**. Ο Δάσκαλος διασφαλίζει για κάθε μαθητή ότι έχει κατανοήσει πλήρως την έννοια που διδάχθηκε στο προηγούμενο επίπεδο και ότι μπορεί να την εφαρμόσει με επιτυχία στην πράξη.

**Το παιδί καλλιεργεί την Αντίληψη** | Οι περισσότεροι έχουν στη σκέψη τους τα Μαθηματικά σαν ατέλειωτες σελίδες με υπολογισμούς, χωρίς λογική, δίχως βάσεις και λογικούς συνειρμούς. Αυτό όμως είναι και το όμορφο σημείο που αναδεικνύουμε ως δάσκαλοι και σύγχρονοι παιδαγωγοί: ότι η ομορφιά των Μαθηματικών δεν πηγάζει από τον συμβολισμό τους, αλλά από τις ιδέες που αντιπροσωπεύουν.

Η Μέθοδος ARNOS είναι μια τεχνική που θεμελιώσαμε με στόχο να δημιουργήσουμε σε κάθε μαθητή **κίνητρα και ενδιαφέρον για μάθηση**. Με Λόγο και Εικόνα τον οδηγούμε να αισθάνεται και να αντιλαμβάνεται ενεργά και βιωματικά αυτό που διδάσκεται. Ενεργοποιώντας την Παρατήρηση προκαλούμε τη δημιουργική σκέψη του μαθητή.

*Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!*

## Μαθηματικά Γ' Γυμνασίου - Περιεχόμενα

<b>Κεφάλαιο 1ο - Αλγεβρικές Παραστάσεις.....</b>	<b>8</b>
1.1.Β Πράξεις με πραγματικούς αριθμούς - Δυνάμεις .....	8
1.1.Γ Πράξεις με πραγματικούς αριθμούς - Τετραγωνική ρίζα .....	12
1.2.Α Μονώνυμα - Αλγεβρικές παραστάσεις.....	16
1.2.Β Μονώνυμα - Πράξεις με μονώνυμα.....	21
1.3 Πολυώνυμα - Πρόσθεση και Αφαίρεση πολυωνύμων.....	23
1.4 Πολλαπλασιασμός πολυωνύμων.....	27
1.5 Αξιοσημείωτες ταυτότητες .....	30
1.6 Παραγοντοποίηση αλγεβρικών παραστάσεων.....	35
1.8 Ε.Κ.Π και Μ.Κ.Δ ακεραίων αλγεβρικών παραστάσεων .....	40
1.9 Ρητές αλγεβρικές παραστάσεις.....	44
1.10.Α Πολλαπλασιασμός & Διαίρεση ρητών παραστάσεων.....	46
1.10.Β Πρόσθεση & Αφαίρεση ρητών παραστάσεων .....	48
<b>Κεφάλαιο 2ο - Εξισώσεις – Ανισώσεις.....</b>	<b>51</b>
2.1 Η εξίσωση $ax + b = 0$ .....	51
2.2.Α Εξισώσεις δευτέρου βαθμού - Επίλυση με ανάλυση σε γινόμενο παραγόντων .....	54
2.2.Β Εξισώσεις δευτέρου βαθμού - Επίλυση με τη βοήθεια τύπου.....	59
2.3 Προβλήματα εξισώσεων δευτέρου βαθμού.....	63
2.5.Β Ανισότητες-Ανισώσεις μ' έναν άγνωστο - Ιδιότητες της διάταξης .....	65
2.5.Γ Επίλυση ανισώσεων πρώτου βαθμού μ' έναν άγνωστο.....	69
<b>Κεφάλαιο 3ο - Συστήματα γραμμικών εξισώσεων.....</b>	<b>73</b>
3.1 Η έννοια της γραμμικής εξίσωσης.....	73
3.2 Η έννοια του γραμμικού συστήματος και η γραφική επίλυση του .....	79
3.3 Αλγεβρική επίλυση γραμμικού συστήματος .....	82
<b>Κεφάλαιο 5ο – Πιθανότητες .....</b>	<b>86</b>
5.1 Σύνολα .....	86
5.2 Δειγματικός χώρος- Ενδεχόμενα .....	91
5.3 Έννοια της πιθανότητας.....	96

*Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!*

<b>Κεφάλαιο 1ο - Γεωμετρία.....</b>	<b>98</b>
1.1 Ισότητα τριγώνων .....	98
1.2 Λόγος ευθυγράμμων τμημάτων.....	110
1.3 Θεώρημα του Θαλή.....	117
1.5.A Ομοιότητα - Όμοια πολύγωνα .....	120
1.5.B Ομοιότητα - Όμοια τρίγωνα .....	124
<b>Κεφάλαιο 2ο - Τριγωνομετρία .....</b>	<b>126</b>
2.1 Τριγωνομετρικοί αριθμοί γωνίας $\omega$ με $0^\circ \leq \omega \leq 180^\circ$ .....	126
2.2 Τριγωνομετρικοί αριθμοί παραπληρωματικών γωνιών.....	132
2.3 Σχέσεις μεταξύ τριγωνομετρικών αριθμών μιας γωνίας .....	135
2.4 Νόμος των ημιτόνων-Νόμος των συνημιτόνων.....	138

*Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!*

## Κεφάλαιο 1ο - Αλγεβρικές Παραστάσεις

### 1.1.Β Πράξεις με πραγματικούς αριθμούς - Δυνάμεις

<b>Διδακτικοί Στόχοι</b>
<ul style="list-style-type: none"><li>• Εμπεδώνω τις ιδιότητες των δυνάμεων.</li></ul>
<b>Μαθησιακά ερωτήματα</b>
<ul style="list-style-type: none"><li>• Μαθαίνω τι είναι δύναμη πραγματικού αριθμού με εκθέτη φυσικό αριθμό <math>n \geq 2</math></li><li>• Μαθαίνω με τι ισούνται τα <math>a^1, a^0, a^{-n}</math></li><li>• Μαθαίνω τις ιδιότητες των δυνάμεων</li></ul>






➤ **Δυνάμεις πραγματικών αριθμών**

Η **δύναμη** με βάση έναν πραγματικό αριθμό  $a$  και εκθέτη ένα φυσικό αριθμό  $n \geq 2$  συμβολίζεται με  $a^n$  και είναι το γινόμενο  $n$  παραγόντων ίσων με τον αριθμό  $a$ .

**Παραδείγματα:**

- $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$
- $(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = 9$

- Ορίζουμε:  $a^1 = a$

**Παραδείγματα:**

- $5^1 = 5$
- $(-7)^1 = -7$
- Ορίζουμε:  $a^0 = 1$  με  $a \neq 0$

**Παραδείγματα:**

- $3^0 = 1$  και  $(-2)^0 = 1$
- η παράσταση  $0^0$  **δεν ορίζεται**

*Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!*

- Ορίζουμε:  $\alpha^{-\nu} = \frac{1}{\alpha^{\nu}}$  με  $\alpha \neq 0$

**Παραδείγματα:**

- $8^{-2} = \frac{1}{8^2} = \frac{1}{64}$
- $(-3)^{-4} = \frac{1}{(-3)^4} = \frac{1}{81}$

**➤ Ιδιότητες δυνάμεων**

Οι ιδιότητες των δυνάμεων με εκθέτες ακέραιους αριθμούς, είναι:

- $\alpha^{\mu} \cdot \alpha^{\nu} = \alpha^{\mu+\nu}$

**Παράδειγμα:**

$$3^2 \cdot 3^3 = 3^{2+3} = 3^5 = 243$$

- $\frac{\alpha^{\mu}}{\alpha^{\nu}} = \alpha^{\mu-\nu}$

**Παράδειγμα:**

$$\frac{5^6}{5^4} = 5^{6-4} = 5^2 = 25$$

- $(\alpha \cdot \beta)^{\nu} = \alpha^{\nu} \cdot \beta^{\nu}$

**Παράδειγμα:**

$$(5x)^3 = 5^3 \cdot x^3 = 125x^3$$

- $\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{\nu} = \frac{\alpha^{\nu}}{\beta^{\nu}}$

**Παράδειγμα:**

$$\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2^3}{5^3} = \frac{8}{125}$$

*Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!*

- $(\alpha^\mu)^\nu = \alpha^{\mu\nu}$

**Παράδειγμα:**

$$(2^3)^2 = 2^{3 \cdot 2} = 2^6 = 64$$

- $\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{-\nu} = \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^\nu$

**Παράδειγμα:**

$$\left(\frac{5}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$$

➤ **Σχόλια – Σημεία προσοχής**

🔗 Ιδιαίτερη προσοχή θα πρέπει να δοθεί στη διαφορά μεταξύ των παραστάσεων  $-3^2$  και  $(-3)^2$ .

Για την πρώτη έχουμε:  $-3^2 = -3 \cdot 3 = -9$

ενώ για την δεύτερη έχουμε:  $(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = +9$

🔗 Οι δυνάμεις με βάση αρνητικό αριθμό έχουν αποτέλεσμα

- **θετικό** αριθμό αν ο εκθέτης είναι **άρτιος**

**Παραδείγματα:**

$$(-5)^2 = (-5) \cdot (-5) = +25$$

$$(-3)^4 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = +81$$

- **αρνητικό** αριθμό αν ο εκθέτης είναι **περιττός**

**Παραδείγματα:**

$$(-4)^3 = (-4) \cdot (-4) \cdot (-4) = -64$$

$$(-2)^5 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -32$$

*Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!*

Για να υπολογίσουμε μία παράσταση στην οποία υπάρχουν δυνάμεις, ακολουθούμε τα εξής βήματα:

➤ **Μεθοδολογία**

**Η προτεραιότητα των πράξεων**

- 1) Πρώτα υπολογίζουμε τις δυνάμεις.
  - 2) Στη συνέχεια κάνουμε τους πολλαπλασιασμούς και τις διαιρέσεις.
  - 3) Τέλος, κάνουμε τις προσθέσεις και τις αφαιρέσεις.
- Όταν η παράσταση περιέχει και παρενθέσεις, εκτελούμε πρώτα τις πράξεις μέσα στις παρενθέσεις με τη σειρά που αναφέραμε παραπάνω.

**Παραδείγματα:**

$$\begin{array}{ll}
 3 \cdot 4^2 - 7 = & 4 \cdot 2^5 + (2^3 - 5)^2 = \\
 3 \cdot 16 - 7 = & 4 \cdot 32 + (8 - 5)^2 = \\
 48 - 7 = 41 & 128 + 3^2 = \\
 & 128 + 9 = 137
 \end{array}$$

Τυπολόγιο: Ιδιότητες δυνάμεων			
Ίδιες βάσεις	Ίδιοι εκθέτες	Αρνητικός εκθέτης	
$\alpha^m \cdot \alpha^n = \alpha^{m+n}$	$(\alpha \cdot \beta)^n = \alpha^n \cdot \beta^n$	$\alpha^{-n} = \frac{1}{\alpha^n}$	$(\alpha^m)^n = \alpha^{mn}$
$\frac{\alpha^m}{\alpha^n} = \alpha^{m-n}$	$\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^n = \frac{\alpha^n}{\beta^n}$	$\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{-n} = \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^n$	
<b>Ορίζουμε ακόμη:</b> $\alpha^0 = 1, \alpha \neq 0$		και $\alpha^1 = \alpha$	

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

## 1.1.Γ Πράξεις με πραγματικούς αριθμούς - Τετραγωνική ρίζα

**Διδακτικοί Στόχοι**

- Γνωρίζω τις ιδιότητες των ριζών και μαθαίνω να τις χρησιμοποιώ.

**Μαθησιακά ερωτήματα**

- Μαθαίνω τι είναι τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού
- Μαθαίνω ότι:
  - $\sqrt{0} = 0$
  - $\sqrt{x^2} = |x|$
  - $(\sqrt{x})^2 = x$ , αν  $x \geq 0$
- Μαθαίνω τις ιδιότητες των ριζών

**➤ Τετραγωνική ρίζα πραγματικού αριθμού**

Η **τετραγωνική ρίζα** ενός θετικού αριθμού  $x$  συμβολίζεται με  $\sqrt{x}$  και είναι ο θετικός αριθμός που όταν υψωθεί στο τετράγωνο μας δίνει τον αριθμό  $x$ .

**Παραδείγματα:**

$$\sqrt{36} = 6, \text{ γιατί } 6^2 = 36$$

$$\sqrt{121} = 11, \text{ γιατί } 11^2 = 121$$

Ορίζουμε ακόμη:

- $\sqrt{0} = 0$

Για κάθε πραγματικό αριθμό  $x$  ισχύει:

- $\sqrt{x^2} = |x|$

**Παραδείγματα:**

$$\sqrt{5^2} = |5| = 5$$

$$\sqrt{(-5)^2} = |-5| = 5$$

*Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!*



- Αν  $x \geq 0$ ,  $(\sqrt{x})^2 = x$

**Παραδείγματα:**

$$(\sqrt{4})^2 = 4$$

$$(\sqrt{7})^2 = 7$$

➤ **Ιδιότητες Ριζών**

Για δύο **μη αρνητικούς** αριθμούς  $\alpha, \beta$  ισχύει ότι:

- $\sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{\beta} = \sqrt{\alpha\beta}$

**Παράδειγμα:**

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{2 \cdot 8} = \sqrt{16} = 4$$

- $\frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}} = \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}$

**Παράδειγμα:**

$$\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{27}{3}} = \sqrt{9} = 3$$

➤ **Σχόλια - Σημεία προσοχής**

🔗 Δεν ορίζεται τετραγωνική ρίζα αρνητικού αριθμού, γιατί δεν υπάρχει αριθμός που το τετράγωνο του να είναι αρνητικός αριθμός.

🔗 Αν  $\alpha, \beta$  είναι θετικοί αριθμοί, τότε  $\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} \neq \sqrt{\alpha + \beta}$

**Παράδειγμα:**

- $\sqrt{36} + \sqrt{64} = 6 + 8 = 14$
- $\sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$

Άρα  $\sqrt{36} + \sqrt{64} \neq \sqrt{36 + 64}$

Πολλές φορές μπορούμε να απλοποιήσουμε μια ρίζα ώστε να έχουμε μικρότερους αριθμούς και ίσως να γίνονται κάποιες ακόμη πράξεις.

*Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!*

➤ **Μεθοδολογία****Απλοποίηση ρίζας**

- 1) Για να απλοποιήσουμε τη ρίζα ενός αριθμού  $a$ , γράφουμε τον αριθμό  $a$  ως γινόμενο δυνάμεων πρώτων αριθμών
- 2) Εφαρμόζουμε την ιδιότητα:
  - $\sqrt{\alpha \cdot \beta} = \sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{\beta}$
  - $\sqrt{\alpha \cdot \beta \cdot \gamma} = \sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{\beta} \cdot \sqrt{\gamma}$
  - κ.λ.π.

**Παραδείγματα:**

- Έχουμε ότι  $144 = 2 \cdot 72$   
 $= 2 \cdot 2 \cdot 36$   
 $= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 18$   
 $= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 9$   
 $= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$   
 $= 2^4 \cdot 3^2$

$$\text{Άρα } \sqrt{144} = \sqrt{2^4 \cdot 3^2} = \sqrt{2^4} \cdot \sqrt{3^2} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{3^2} = 4 \cdot 3 = 12$$

- Έχουμε ότι  $200 = 2 \cdot 100$   
 $= 2 \cdot 2 \cdot 50$   
 $= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 25$   
 $= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$   
 $= 2^3 \cdot 5^2$

$$\text{Άρα } \sqrt{200} = \sqrt{2^3 \cdot 5^2} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{5^2} = \sqrt{2} \cdot 2 \cdot 5 = 10\sqrt{2}$$

*Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!*

Όταν σε ένα κλάσμα έχουμε ρίζα στον παρονομαστή τότε ακολουθούμε την παρακάτω διαδικασία:

**Μετατροπή κλάσματος με άρρητο παρονομαστή, σε ισοδύναμο κλάσμα με ρητό παρονομαστή.**

- 1) Πολλαπλασιάζουμε και τους δύο όρους του κλάσματος με τον παρονομαστή
- 2) Στη συνέχεια διώχνουμε την ρίζα στον παρονομαστή με το τετράγωνο που προκύπτει

**Παραδείγματα:**

$$\frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3}^2} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{7}{2\sqrt{5}} = \frac{7 \cdot \sqrt{5}}{2\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{7\sqrt{5}}{2\sqrt{5}^2} = \frac{7\sqrt{5}}{2 \cdot 5} = \frac{7\sqrt{5}}{10}$$

**Τυπολόγιο: Ιδιότητες ριζών**

$$\sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{\beta} = \sqrt{\alpha\beta}$$

$$\frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}} = \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}$$

$$\sqrt{x^2} = |x|$$

για κάθε πραγματικό αριθμό x

**Ορίζουμε ακόμη:  $\sqrt{0} = 0$**

**Προσοχή!** Οι παραπάνω ιδιότητες **δεν** ισχύουν στις πράξεις της Πρόσθεσης και της Αφαίρεσης. Δηλαδή:

•  $\sqrt{\alpha + \beta} \neq \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}$  (π.χ.  $\sqrt{25+16} \neq \sqrt{25} + \sqrt{16}$ )

•  $\sqrt{\alpha - \beta} \neq \sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta}$  (π.χ.  $\sqrt{81-49} \neq \sqrt{81} - \sqrt{49}$ )

*Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!*

## 1.2.Α Μονώνυμα - Πράξεις - Αλγεβρικές παραστάσεις

### Διδακτικοί Στόχοι

- Μαθαίνω τι είναι αλγεβρική παράσταση και πώς βρίσκεται η αριθμητική τιμή της
- Διακρίνω αν μια αλγεβρική παράσταση είναι μονώνυμο και προσδιορίζω το βαθμό του.

### Μαθησιακά ερωτήματα

- Μαθαίνω τι είναι
  - αριθμητική παράσταση
  - αλγεβρική παράσταση
- Μαθαίνω πώς βρίσκεται η αριθμητική τιμή μιας αλγεβρικής παράστασης
- Μαθαίνω πότε μια αλγεβρική παράσταση λέγεται ακέραια
- Μαθαίνω τι είναι μονώνυμο και πως το διακρίνω – Ξεχωρίζω συντελεστή και κύριο μέρος
- Μαθαίνω να διακρίνω
  - τα όμοια μονώνυμα
  - τα ίσα μονώνυμα
  - τα αντίθετα μονώνυμα
  - τα σταθερά μονώνυμα
  - το μηδενικό μονώνυμο
- Μαθαίνω να προσδιορίζω το βαθμό του μονωνύμου
  - ως προς μια μεταβλητή
  - ως προς όλες τις μεταβλητές του
- Μαθαίνω το βαθμό
  - των σταθερών μονωνύμων
  - του μηδενικού μονώνυμου

*Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!*

➤ **Αλγεβρικές παραστάσεις**

**Αριθμητική παράσταση** ονομάζεται μια έκφραση που περιέχει μόνο πράξεις με αριθμούς.

**Παράδειγμα:**

$$3 \cdot 6^2 + 5$$

Όμως εκτός από αριθμούς μπορούμε να έχουμε και μεταβλητές

**Αλγεβρική παράσταση** ονομάζεται μια έκφραση που περιέχει πράξεις με αριθμούς και μεταβλητές.

**Παραδείγματα:**

$$3x, y^2 + \frac{5}{x}$$

Στις μεταβλητές αυτές μπορούμε να δώσουμε τιμές.

**Αριθμητική τιμή** ή απλά τιμή της αλγεβρικής παράστασης λέγεται ο αριθμός που θα προκύψει αν σε μια αλγεβρική παράσταση αντικαταστήσουμε τις μεταβλητές με αριθμούς και κάνουμε τις πράξεις.

**Παράδειγμα:**

Η αριθμητική τιμή της αλγεβρικής παράστασης  $7x + y^2$ , για  $x = 3$  και  $y = -2$ , είναι:  $7 \cdot 3 + (-2)^2 = 21 + 4 = 25$

**Ακέραια** λέγεται μια **αλγεβρική παράσταση**, όταν μεταξύ των μεταβλητών της σημειώνονται μόνο οι πράξεις της πρόσθεσης και του πολλαπλασιασμού και οι εκθέτες των μεταβλητών της είναι φυσικοί αριθμοί.

**Παραδείγματα:**

$$7x + y^2, 8x^2 + \frac{1}{3}x$$

*Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!*

➤ **Μονώνυμο**

**Μονώνυμο** λέγεται η ακέραια αλγεβρική παράσταση, στην οποία μεταξύ των μεταβλητών της σημειώνεται μόνο η πράξη του πολλαπλασιασμού.

**Παραδείγματα:**

$$2x, \frac{2}{5}y^2, -5x^3y$$

Πιο συγκεκριμένα:

Σ' ένα μονώνυμο

- **συντελεστής** του μονωνύμου λέγεται ο αριθμητικός παράγοντας,
- **κύριο μέρος** του μονωνύμου λέγεται το γινόμενο όλων των μεταβλητών του με τους αντίστοιχους εκθέτες τους.

**Παράδειγμα:**

Μονώνυμο	Συντελεστής	Κύριο μέρος
$-5x^3y$	$-5$	$x^3y$
$\frac{2}{5}y^2$	$\frac{2}{5}$	$y^2$

Τα μονώνυμα μπορούν να είναι μεταξύ τους όμοια, ίσα ή αντίθετα.

**Όμοια μονώνυμα** λέγονται τα μονώνυμα που έχουν το ίδιο κύριο μέρος

**Παραδείγματα:**

Τα μονώνυμα  $\frac{2}{5}y^2x^3$  και  $-7y^2x^3$  είναι όμοια

Τα μονώνυμα  $2x^3y$  και  $12x^3y$  είναι όμοια

Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!

**Ίσα μονώνυμα** λέγονται τα όμοια μονώνυμα που έχουν τον ίδιο συντελεστή

**Παραδείγματα:**

Τα μονώνυμα  $5y^2x^4$  και  $5y^2x^4$  είναι ίσα

Τα μονώνυμα  $-6x^3\omega$  και  $-6x^3\omega$  είναι ίσα

**Αντίθετα μονώνυμα** λέγονται τα όμοια μονώνυμα που έχουν αντίθετους συντελεστές

**Παραδείγματα:**

Τα μονώνυμα  $+5\omega^5x^2$  και  $-5\omega^5x^2$  είναι αντίθετα

Τα μονώνυμα  $+x^3y$  και  $-x^3y$  είναι αντίθετα

Ακόμη και οι αριθμοί μπορούν να θεωρηθούν μονώνυμα.

- **Σταθερό μονώνυμο** θεωρείται κάθε αριθμός.
- **Μηδενικό μονώνυμο** θεωρείται ο αριθμός 0.

**Παραδείγματα:**

Τα μονώνυμα  $2$ ,  $-\frac{5}{8}$  και  $\sqrt{7}$  είναι σταθερά

Το 0 είναι το μηδενικό μονώνυμο.

### ➤ Βαθμός μονωνύμου

**Βαθμός του μονωνύμου**

- ως προς μια μεταβλητή λέγεται ο εκθέτης της μεταβλητής.
- ως προς όλες τις μεταβλητές του λέγεται το άθροισμα των εκθετών των μεταβλητών του.

*Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!*

**Παραδείγματα:**

<i>Μονώνυμο</i>	<b>Βαθμός ως προς x</b>	<b>Βαθμός ως προς y</b>	<b>Βαθμός ως προς x και y</b>
$5y^2x^4$	<b>4</b>	<b>2</b>	6
$-5x^3y$	<b>3</b>	<b>1</b>	4
$\frac{2}{5}y^2$	<b>0</b>	<b>2</b>	2

- Τα **σταθερά μονώνυμα** που δεν είναι 0, είναι μηδενικού βαθμού.
- Το **μηδενικό μονώνυμο** δεν έχει βαθμό.

**Παραδείγματα:**

Το 5 είναι μηδενικού βαθμού

Το  $-\frac{3}{4}$  είναι μηδενικού βαθμού

Το  $2^3$  είναι μηδενικού βαθμού

Το 0 δεν έχει βαθμό

➤ **Σχόλια – Σημεία προσοχής**

🔑 Εάν σε ένα μονώνυμο δεν εμφανίζεται εκθέτης σε μία μεταβλητή, τότε ο βαθμός του μονώνυμου ως προς τη μεταβλητή αυτή ισούται με 1.

**Παράδειγμα:**

Ο βαθμός του μονωνύμου  $x^3y$  ως προς  $y$  είναι 1

🔑 Εάν σε ένα μονώνυμο δεν εμφανίζεται μία μεταβλητή, τότε ο βαθμός του μονώνυμου ως προς τη μεταβλητή αυτή ισούται με 0.

**Παράδειγμα:**

Ο βαθμός του μονωνύμου  $x^3y$  ως προς  $\omega$  είναι 1

*Έξυπνα και Εύκολα η Προετοιμασία!*