

Περιεχόμενα

Κεφάλαιο 1ο: Οι φυσικοί αριθμοί

- 1.1 Φυσικοί αριθμοί - Διάταξη Φυσικών - Στρογγυλοποίηση.....σελ.6
- 1.2 Πρόσθεση, αφαίρεση και πολλαπλασιασμός φυσικών αριθμών.....σελ.14
- 1.3 Δυνάμεις φυσικών αριθμών.....σελ.25
- 1.4 Ευκλείδεια διαίρεση - Διαιρετότητα.....σελ.32
- 1.5 Χαρακτήρες διαιρετότητας - ΜΚΔ - ΕΚΠ - Ανάλυση αριθμού σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.....σελ.38

Κεφάλαιο 2ο: Τα κλάσματα

- 2.1 Η έννοια του κλάσματος.....σελ.55
- 2.2 Ισοδύναμα κλάσματα.....σελ.63
- 2.3 Σύγκριση κλασμάτων.....σελ.72
- 2.4 Πρόσθεση και αφαίρεση κλασμάτων.....σελ.81
- 2.5 Πολλαπλασιασμός κλασμάτων.....σελ.94
- 2.6 Διαίρεση κλασμάτων.....σελ.101

Κεφάλαιο 3ο: Δεκαδικοί αριθμοί

- 3.1 Δεκαδικά κλάσματα - Δεκαδικοί αριθμοί – Διάταξη δεκαδικών αριθμών – Στρογγυλοποίησησελ.110
- 3.2 Πράξεις με δεκαδικούς αριθμούς - Δυνάμεις με βάση δεκαδικό αριθμόσελ.122
- 3.5 Μονάδες μέτρησης.....σελ.132

Εύκολα και Έξυπνα η Προετοιμασία!

Κεφάλαιο 4ο: Εξισώσεις και Προβλήματα

- 4.1 Η έννοια της εξίσωσης - Οι εξισώσεις: $\alpha + x = \beta$, $x - \alpha = \beta$,
 $\alpha - x = \beta$, $\alpha x = \beta$, $\alpha : x = \beta$ και $x : \alpha = \beta$σελ.148
- 4.2 Επίλυση προβλημάτων και παραδείγματα επίλυσης
προβλημάτων.....σελ.166

Κεφάλαιο 5ο: Ποσοστά

- 5.1 Ποσοστά.....σελ.177
- 5.2 Προβλήματα με ποσοστά.....σελ.185

Κεφάλαιο 6ο: Ανάλογα ποσά - Αντιστρόφως ανάλογα ποσά

- 6.1 Παράσταση σημείων στο επίπεδο.....σελ.209
- 6.2 Προβλήματα με ποσοστά.....σελ.217
- 6.3 Ανάλογα ποσά - Ιδιότητες αναλόγων ποσών.....σελ.227
- 6.4 Γραφική παράσταση σχέσης αναλογίας.....σελ.240
- 6.5 Προβλήματα αναλογιών.....σελ.250
- 6.6 Αντιστρόφως ανάλογα ποσάσελ.259

Κεφάλαιο 7ο: Θετικοί και αρνητικοί αριθμοί

- 7.1 Θετικοί και αρνητικοί αριθμοί (Ρητοί αριθμοί) - Η ευθεία
των ρητών - Τετμημένη σημείου.....σελ.276
- 7.2 Απόλυτη τιμή ρητού - Αντίθετοι ρητοί - Σύγκριση ρητών.....σελ.284
- 7.3 Πρόσθεση ρητών αριθμών.....σελ.292
- 7.4 Αφαίρεση ρητών αριθμών.....σελ.300
- 7.5 Πολλαπλασιασμός ρητών αριθμών.....σελ.311
- 7.6 Διαίρεση ρητών αριθμών.....σελ.322
- 7.7 Δεκαδική μορφή ρητών αριθμών.....σελ.330
- 7.8 Δυνάμεις ρητών αριθμών με εκθέτη φυσικό.....σελ.336

Εύκολα και Έξυπνα η Προετοιμασία!

Εύκολα και Έξυπνα η Προετοιμασία!

Κεφάλαιο 1ο:

Οι φυσικοί αριθμοί

Εύκολα και Έξυπνα η Προετοιμασία!

Εύκολα και Έξυπνα η Προετοιμασία!

1.1 – Φυσικοί αριθμοί, Διάταξη, Στρογγυλοποίηση

Μαθησιακά ερωτήματα

- Ποιους αριθμούς χρησιμοποιούμε καθημερινά για να μετρήσουμε;

Για παράδειγμα, βρισκόμαστε σε ένα μανάβικο και θέλουμε να αγοράσουμε μερικά μήλα. Μπορούμε να πάρουμε 1 μήλο, 2 μήλα, 3 μήλα, κτλ. Γρήγορα καταλαβαίνουμε ότι οπουδήποτε και να βρεθούμε, τέτοιους αριθμούς όπως το 1,2,3,..., 100,101,..., 729,730,... χρησιμοποιούμε συνεχώς. Είναι φυσικό λοιπόν αυτοί οι αριθμοί να έχουν μεγάλη σημασία για τα Μαθηματικά.

- Πώς καταλαβαίνουμε πόσο μεγάλος ή μικρός είναι ένας αριθμός;

Ας πάρουμε τον αριθμό 1.672.903. Είναι μεγάλος ή μικρός αριθμός; Ποια είναι η αξία κάθε ψηφίου του αριθμού αυτού;

- Πώς αποφασίζουμε ότι ένας αριθμός είναι μεγαλύτερος ή μικρότερος από κάποιον άλλο;

Για παράδειγμα, ας πάρουμε τους αριθμούς 17 και 58. Σίγουρα γνωρίζουμε ήδη ότι το 58 είναι μεγαλύτερο από το 17. Πώς όμως μπορούμε να το δικαιολογήσουμε; Πώς θα συγκρίνουμε δύο (ή περισσότερους) οποιουδήποτε αριθμούς;

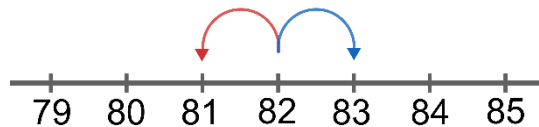
- Όταν θέλουμε να μιλήσουμε για έναν αριθμό «στο περίπου», τι ακριβώς εννοούμε στα Μαθηματικά;

Πολύ συχνά (ειδικά όταν μιλάμε για μεγάλους αριθμούς), δε μας ενδιαφέρει ακριβώς ο αριθμός, αλλά η τάξη μεγέθους, δηλαδή πόσο μεγάλος είναι αυτός ο αριθμός. Για παράδειγμα, οι κάτοικοι μίας πόλης είναι 56.708. Ή μήπως είναι 56.718; Αν δεν είμαστε σίγουροι/ες, μπορούμε απλώς να πούμε ότι οι κάτοικοι της πόλης είναι περίπου 56.700!

Α. Φυσικοί αριθμοί – Άρτιοι – Περιττοί

Οι αριθμοί $0, 1, 2, 3, \dots, 10, 11, \dots, 158, \dots, 2019, 2020, \dots$ ονομάζονται **φυσικοί αριθμοί**. Δηλαδή, ξεκινάμε από το 0, ο επόμενος φυσικός αριθμός είναι το 1, ο επόμενος είναι το 2, ο επόμενος είναι το 3, κ.ό.κ.

Αν διαλέξουμε έναν τυχαίο φυσικό αριθμό, π.χ. το 82, υπάρχει πάντα ένας **προηγούμενος** αριθμός, το 81, και ένας **επόμενος**, το 83. Μοναδική εξαίρεση είναι το 0, που έχει μόνο επόμενο φυσικό αριθμό, το 1.



Χωρίζουμε τους φυσικούς αριθμούς σε δύο μεγάλες κατηγορίες: τους άρτιους (ή ζυγούς) και τους περιττούς (ή μονούς). Οι **άρτιοι** είναι εκείνοι που διαιρούνται με το 2, ενώ **περιττοί** είναι εκείνοι που δε διαιρούνται με το 2.

Εφαρμογές

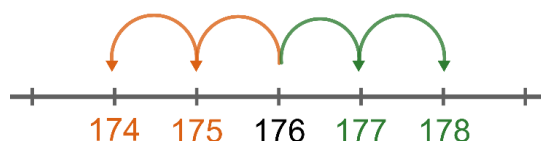
Εφαρμογή Α.1. Να βρείτε ποιοι είναι οι δύο προηγούμενοι και ποιοι οι δύο επόμενοι αριθμοί του 176.

Μεθοδολογία: Για να βρούμε τον επόμενο αριθμό ενός φυσικού αριθμού αρκεί να τον αυξήσουμε κατά 1 και να βρούμε τον προηγούμενο αρκεί να τον μειώσουμε κατά 1.

Απάντηση

Οι δύο προηγούμενοι είναι το 175 και το 174.

Οι δύο επόμενοι είναι το 177 και το 178.



Εύκολα και Έξυπνα η Προετοιμασία!

Εφαρμογή Α.2. Να ελέγξετε ποιοι από τους παρακάτω αριθμούς είναι άρτιοι και ποιοι περιττοί.

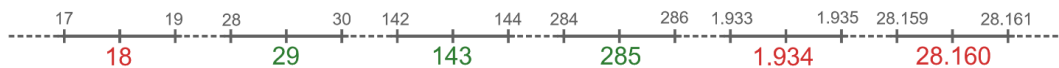
18, 29, 143, 285, 1.934, 28.160

Μεθοδολογία: Για να αποφασίσουμε αν ένας αριθμός είναι άρτιος ή περιττός, ελέγχουμε το ψηφίο των μονάδων. Αν είναι άρτιος, δηλαδή 0,2,4,6,8 τότε ολόκληρος ο αριθμός είναι άρτιος. Αν το τελευταίο ψηφίο είναι περιττός, δηλαδή 1,3,5,7,9 τότε ολόκληρος ο αριθμός είναι περιττός.

Απάντηση

Άρτιοι: 18, 1.934, 28.160

Περιττοί: 29, 143, 285



B. Δεκαδικό σύστημα αρίθμησης – Διάταξη φυσικών αριθμών

Για να γράψουμε έναν αριθμό, χρησιμοποιούμε το **δεκαδικό σύστημα αρίθμησης**, που σημαίνει ότι χρησιμοποιούμε μόνο τα ψηφία:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

και σχηματίζουμε όλους τους υπόλοιπους αριθμούς με αυτά. Για να το κάνουμε αυτό ορίζουμε τη **δεκαδική τάξη** ενός ψηφίου, δηλαδή τη θέση που έχει ένα ψηφίο μέσα στον αριθμό. Οι γνωστές μας δεκαδικές τάξεις είναι οι:

μονάδες, δεκάδες, εκατοντάδες, χιλιάδες, δεκάδες χιλιάδες, εκατοντάδες χιλιάδες, ...

Παράδειγμα Β.1. Ας βρούμε τη δεκαδική τάξη κάθε ψηφίου του αριθμού 2.084.136. Ξεκινάμε να διαβάζουμε τις δεκαδικές τάξεις από δεξιά προς

Εύκολα και Έξυπνα η Προετοιμασία!

αριστερά, δηλαδή το ψηφίο 6 αντιστοιχεί στις μονάδες, το 3 στις δεκάδες, κ.τ.λ. Σχηματικά έχουμε:

Εκατομμύρια	Εκατοντάδες Χιλιάδες	Δεκάδες Χιλιάδες	Χιλιάδες ή Μονάδες Χιλιάδες	Εκατοντάδες	Δεκάδες	Μονάδες
(Εκ)	(ΕΧ)	(ΔΧ)	(Χ) ή (ΜΧ)	(Ε)	(Δ)	(Μ)
2	0	8	4	1	3	6

Αξίζει να σημειώσουμε πως συνήθως χωρίζουμε τις εκατοντάδες από τις χιλιάδες, τις εκατοντάδες χιλιάδες από τα εκατομμύρια, τα εκατοντάδες εκατομμύρια από τα δισεκατομμύρια, κ.ο.κ. με μία τελεία. Με τον τρόπο αυτό μπορούμε να αναγνωρίζουμε εύκολα τις δεκαδικές τάξεις ενός αριθμού.

Ανάλογα με τη θέση των ψηφίων ενός αριθμού ορίζουμε την αξία του. Με τον τρόπο αυτό, μπορούμε να συγκρίνουμε δύο φυσικούς αριθμούς. Για τη **σύγκριση** χρησιμοποιούμε τα σύμβολα:

= ίσο με , > μεγαλύτερο από , < μικρότερο από

Αν συγκρίνουμε πολλούς αριθμούς μεταξύ τους, τότε λέμε ότι τους **διατάσσουμε**. Μπορούμε να διατάξουμε τους φυσικούς αριθμούς σε **αύξουσα σειρά**, δηλαδή από το μικρότερο προς το μεγαλύτερο ή σε **φθίνουσα σειρά**, δηλαδή από το μεγαλύτερο προς το μικρότερο.

Αν διατάξουμε όλους τους φυσικούς αριθμούς, ξεκινώντας από το 0 που είναι ο μικρότερος, μπορούμε να τους τοποθετήσουμε πάνω σε μία ευθεία, έτσι ώστε το 0 να συμπίπτει με ένα σημείο O και δεξιά από το O να τοποθετήσουμε σε ίσες αποστάσεις τους επόμενους φυσικούς αριθμούς: 1, 2, 3, 4, 5, Το σημείο O ονομάζεται **αρχή** και η ευθεία γραμμή που περιέχει όλους τους φυσικούς αριθμούς ονομάζεται **ευθεία των φυσικών αριθμών**.



Εύκολα και Έξυπνα η Προετοιμασία!

Εφαρμογές

Εφαρμογή Β.1. Να συγκρίνετε τους παρακάτω αριθμούς (ή να τοποθετήσετε το σύμβολο $<$, $>$ ή $=$ μεταξύ των αριθμών):

α) 5.901 ... 7.901 β) 631 ... 631 γ) 17.800 ... 1.780 δ) 1.000 ... 900

Μεθοδολογία: Για να συγκρίνουμε δύο αριθμούς, συγκρίνουμε πρώτα τη μεγαλύτερη δεκαδική τους τάξη. Αν είναι ίδιες, (π.χ. εκατοντάδες με εκατοντάδες ή χιλιάδες με χιλιάδες) τότε συγκρίνουμε τα ψηφία της τάξης αυτής. Αν και αυτά είναι ίδια, τότε συγκρίνουμε τα ψηφία της επόμενης δεκαδικής τάξης, κ.ό.κ. Αν όλα τα ψηφία τους είναι ίδια, τότε οι αριθμοί είναι ίσοι.

Απάντηση

α) 5.901 < 7.901

Αριθμός	(Χ)	(Ε)	(Δ)	(Μ)
5.901	5	9	0	1
7.901	7	9	0	1

β) 631 = 631

Αριθμός	(Ε)	(Δ)	(Μ)
631	6	3	1
631	6	3	1

γ) 17.800 > 1.780

Αριθμός	(ΔΧ)	(Χ)	(Ε)	(Δ)	(Μ)
17.800	1	7	8	0	0
1.780	0	1	7	8	0

δ) 1.000 > 900

Αριθμός	(Χ)	(Ε)	(Δ)	(Μ)
1.000	1	0	0	0
900	0	9	0	0

Εύκολα και Έξυπνα η Προετοιμασία!

Εφαρμογή Β.2. Να διατάξετε τους παρακάτω αριθμούς σε α) αύξουσα σειρά και β) φθίνουσα σειρά.

52, 148, 34, 1.790, 23.108, 4, 539, 1.789

Μεθοδολογία: Για να διατάξουμε κάποιους αριθμούς:

α) σε αύξουσα σειρά: βρίσκουμε το μικρότερο και τον γράφουμε πρώτο. Έπειτα, βρίσκουμε το μικρότερο από όσους έμειναν και το γράφουμε δεξιά του πρώτου και μεταξύ τους βάζουμε το σύμβολο «<». Συνεχίζουμε με τους υπόλοιπους αριθμούς.

β) σε φθίνουσα σειρά: βρίσκουμε το μεγαλύτερο αριθμό και τον γράφουμε πρώτο. Έπειτα βρίσκουμε το μεγαλύτερο από όσους έμειναν και τον γράφουμε δεξιά του πρώτου και μεταξύ τους βάζουμε το σύμβολο «>». Συνεχίζουμε με τους υπόλοιπους αριθμούς.

Απάντηση:

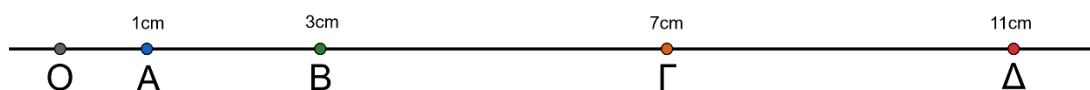
α) αύξουσα σειρά: $4 < 34 < 52 < 148 < 539 < 1.789 < 1.790 < 23.108$

β) φθίνουσα σειρά: $23.108 > 1.790 > 1.789 > 539 > 148 > 52 > 34 > 4$

Εφαρμογή Β.3. Να κατασκευάσετε μία ευθεία φυσικών αριθμών με αρχή το σημείο Ο και επιπλέον τα σημεία Α στο 1cm από το Ο, το σημείο Β στα 3cm, το σημείο Γ στα 7cm και το σημείο Δ στα 11cm.

Μεθοδολογία: Κατασκευάζουμε την ευθεία και επιλέγουμε (αυθαίρετα) το σημείο Ο. Μετράμε με το χάρακα απόσταση 1cm δεξιά του Ο και σημειώνουμε το Α. Μετράμε 3cm δεξιά του Ο και σημειώνουμε το Β. Συνεχίζουμε για τα υπόλοιπα σημεία.

Απάντηση:



Εύκολα και Έξυπνα η Προετοιμασία!

Γ. Στρογγυλοποίηση

Κάποιες φορές είναι χρήσιμο να αντικαταστήσουμε έναν αριθμό με μία προσεγγιστική τιμή του, παίρνοντας έναν άλλο αριθμό που είναι λίγο μεγαλύτερος ή λίγο μικρότερος από τον αρχικό. Τη διαδικασία αυτή την ονομάζουμε **στρογγυλοποίηση**.

Για να στρογγυλοποιήσουμε ένα φυσικό αριθμό ακολουθούμε τα εξής βήματα:

- 1) Επιλέγουμε τη δεκαδική τάξη που θα γίνει η στρογγυλοποίηση.
- 2) Ελέγχουμε αν το ψηφίο της αμέσως μικρότερης τάξης είναι μεγαλύτερο, ίσο ή μικρότερο του 5 και:

- αν είναι **μικρότερο του 5**, τότε αυτό και όλα τα ψηφία των μικρότερων τάξεων μηδενίζονται,
- αν είναι **μεγαλύτερο ή ίσο του 5**, τότε αυτό και όλα τα ψηφία των μικρότερων τάξεων μηδενίζονται και επιπλέον το ψηφίο της τάξης στρογγυλοποίησης αυξάνεται κατά 1.

Εφαρμογές

Εφαρμογή Γ.1. Να στρογγυλοποιήσετε τους αριθμούς: 1.734, 64.028, 346, 81.007 στις:

α) δεκάδες και β) εκατοντάδες.

Μεθοδολογία: Για να στρογγυλοποιήσουμε έναν αριθμό στις δεκάδες, ελέγχουμε αν το ψηφίο της αμέσως μικρότερης τάξης (μονάδες) είναι μικρότερο του 5 (δηλ. 0,1,2,3,4) ή μεγαλύτερο ή ίσο του 5 (δηλ. 5,6,7,8,9) και εφαρμόζουμε τον κανόνα στρογγυλοποίησης.

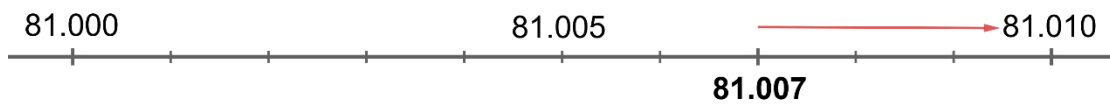
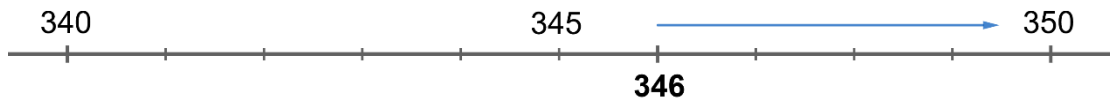
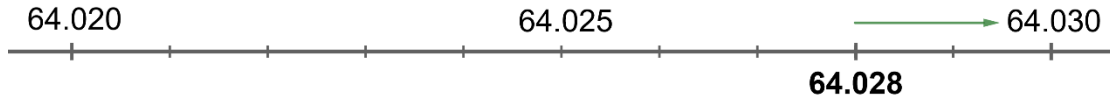
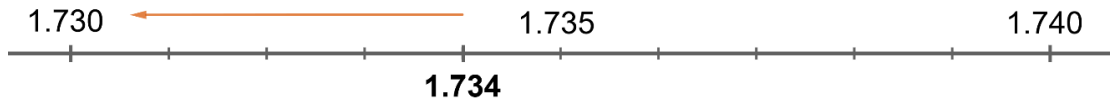
Για να στρογγυλοποιήσουμε στις εκατοντάδες, ελέγχουμε με τον ίδιο τρόπο το ψηφίο των δεκάδων.

Απάντηση

α) στρογγυλοποίηση στις δεκάδες:

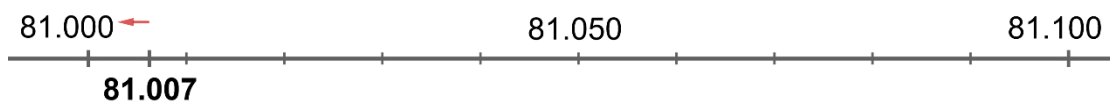
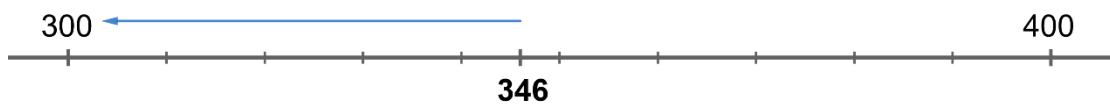
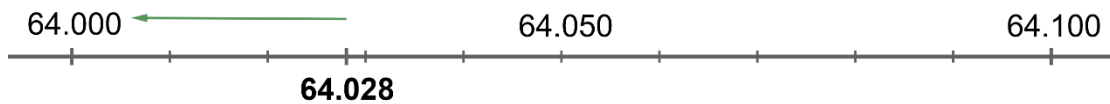
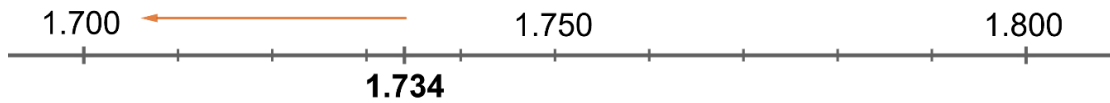
1.734 -> 1.730 , 64.028 -> 64.030 , 346 -> 350 , 81.007 -> 81.010

Εύκολα και Έξυπνα η Προετοιμασία!



β) στρογγυλοποίηση στις εκατοντάδες:

1.734 → 1.700 , 64.028 → 64.000 , 346 → 300 , 81.007 → 81.000



Εύκολα και Έξυπνα η Προετοιμασία!