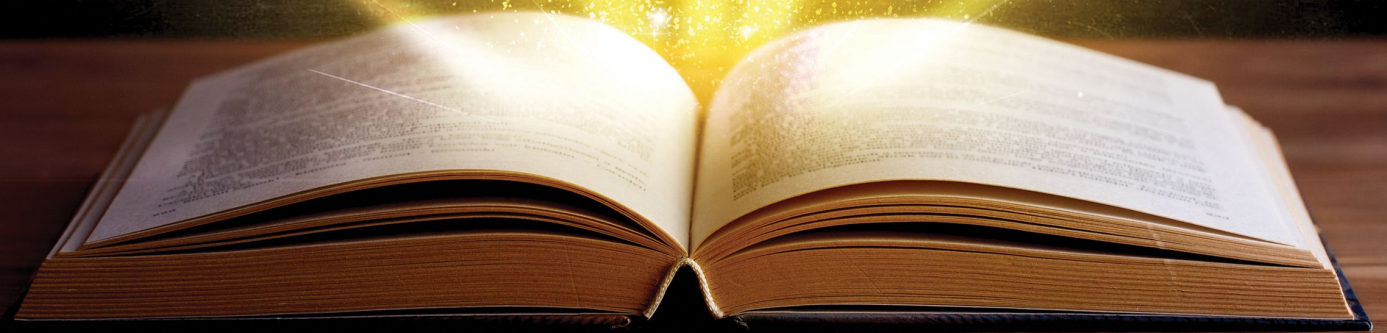


ΠΡΟΠΑΙΔΕΙΑ

Στοχευμένη Έξυπνη Μελέτη
για μαθητές Α', Β' και Γ' Δημοτικού

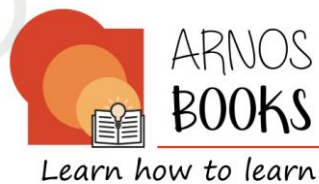


ΒΙΒΛΟΣ ΠΡΟΠΑΙΔΕΙΑΣ

Στοχευμένη Έξυπνη Μελέτη - ΣΤΕΜ

για μαθητές Α', Β' και Γ' Δημοτικού

Με Λόγο, Εικόνα και Παρατήρηση σε προσκαλούμε στη δημιουργική σκέψη



ΑΘΗΝΑ 2021

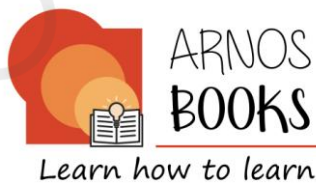
STEM Προπαίδειας για μαθητές Α΄, Β΄ και Γ΄ Δημοτικού

Απαγορεύεται η αναδημοσίευση και γενικά η ολική, μερική ή περιληπτική αναπαραγωγή και μετάδοση έστω και μιας σελίδας του παρόντος βιβλίου κατά παράφραση ή διασκευή με οποιονδήποτε τρόπο (μηχανικό, ηλεκτρονικό, φωτοτυπικό κ.λπ. – Ν. 2121/93, άρθρο 51).

Η απαγόρευση αυτή ισχύει και για τις δημόσιες υπηρεσίες, βιβλιοθήκες, οργανισμούς κ.λπ. (άρθρο 18). Οι παραβάτες διώκονται (άρθρο 13) και τους επιβάλλονται κατάσχεση, αστικές και ποινικές κυρώσεις σύμφωνα με το νόμο (άρθρο 64-66).

Συγγραφείς: Ιωάννης Π. Κρόκος Βασίλειος Κ. Τσιλιβής

Φιλολογική Επιμέλεια: Αθανάσιος Χαλιώτης



ARNOS ΚΕΝΤΡΟ ΜΕΛΕΤΩΝ & ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ ΕΠΕ

Αγαπητέ μαθητή του Κέντρου ΑΡΝΟΣ,

Το παρόν βιβλίο απευθύνεται στους μαθητές των τάξεων Α', Β' και Γ' Δημοτικού. Παρουσιάζει την Προπαίδεια με τρόπο απλό και κατανοητό. Συνοδεύεται από εικόνες, παραδείγματα και στοχευμένη ανάλυση, που σε βοηθούν να την κατανοήσεις γρήγορα και ουσιαστικά. Το συγκεκριμένο βιβλίο γράφτηκε από δύο μαθηματικούς που τρέφουν αγάπη για τα Μαθηματικά και θέλουν να απαντήσουν σε όλα τα παιδικά τους ερωτήματα. Ξαναγυρνάμε πίσω στα παιδικά μας χρόνια για να ρωτήσουμε το Δάσκαλο ό,τι τότε δεν νιώσαμε και με μαγεία αναρωτηθήκαμε.

Γράφτηκε λοιπόν αυτό το βιβλίο για να μαγέψει τους γονείς, ώστε μαζί με εσένα, το παιδί τους, να απολαύσετε κάτι το οποίο θεωρείται ταμπού και στερεότυπο που πρέπει να μάθουμε. Η Γλώσσα μας είναι απλή, πλούσια σε λέξεις και με μαθηματική ακρίβεια. Με εφόδιο αυτό το εγχειρίδιο, και με το Δάσκαλο-Μέντορά σου μπορείς να μελετήσεις βήμα βήμα το πλήρες εκπαιδευτικό υλικό του www.arnos.gr. Με την αναλυτική διδασκαλία μας σε Θεωρία, Παραδείγματα και Φύλλα Ασκήσεων, χτίζεις από την αρχή την σκέψη σου. Το βοήθημα είναι διαμορφωμένο και επιμελημένο με τρόπο προσεκτικά σχεδιασμένο, ώστε απλά και κατανοητά να αφομοιώσεις την Προπαίδεια κάθε αριθμού.

Να θυμάσαι ότι η **προσπάθεια ανταμείβεται και οι θυσίες τελικά δικαιώνονται**. Μην περιορίζεις τον πήχη της επίδοσής σου, **έχεις περισσότερες ικανότητες απ' όσες νομίζεις...** Γι' αυτό τόλμησε και μη φοβάσαι! Να σε οπλίζει η δύναμη, η αισιοδοξία και η ελπίδα και να επικεντρώσεις τη συνείδησή σου μόνο σε αυτά που επιθυμείς.

Σου ευχόμαστε ολόψυχα Καλή Επιτυχία και Κάθε Δύναμη.

Ιωάννης Π. Κρόκος

CEO & Founder Arnos Online Education

Βασίλειος Κ. Τσιλιβής

Διδάσκων καθηγητής Μαθηματικών

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Η Προπαίδεια και ο Ερατοσθένης.....	7
Πρώτοι και «Καλύτεροι» Αριθμοί.....	8
Μονοί και Ζυγοί Αριθμοί.....	12
Προπαίδεια του Μηδενός.....	16
Προπαίδεια του Ένα.....	18
Προπαίδεια του Πέντε	21
Προπαίδεια του Δέκα.....	27
Προπαίδεια του Δύο.....	33
Προπαίδεια του Τέσσερα.....	39
Προπαίδεια του Οχτώ.....	45
Προπαίδεια του Τρία.....	51
Προπαίδεια του Έξι.....	57
Προπαίδεια του Εννιά.....	63
Προπαίδεια του Επτά.....	69
Προπαίδεια του Έντεκα.....	77
Προπαίδεια του Δώδεκα.....	85
Μοτίβα για ευκολία στα 2, 5, 10, 4 και 8.....	92
Συμμετρίες για ευκολία στα 3, 6, 9 και 7.....	96
Πυθαγόρειος Πίνακας της Προπαίδειας.....	100
Κοσκινίζουμε και Θυμόμαστε την Προπαίδεια.....	104
Οι αριθμοί και οι «παρέες» γινομένου.....	107
Λέξεις-κλειδιά για τα Μαθηματικά Προβλήματα.....	110

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Μέθοδος ARNOS – Έξυπνη Μελέτη

- 1. Ατομική Φροντίδα Μελέτης** | Η καρδιά της Μεθόδου ARNOS είναι ότι κάθε μαθητής, ανεξαρτήτως γνώσεων ή επιπέδου, έχει από την αρχή την αίσθηση της επιτυχίας. Αισθάνεται ότι τα καταφέρνει με τις δικές του δυνάμεις και τις δικές του ικανότητες, χωρίς να αισθάνεται ότι διδάσκεται. Γι' αυτό και φροντίζουμε κάθε μαθητή ξεχωριστά, ανάλογα με τις γνώσεις, το επίπεδο και τον δικό του προσωπικό ρυθμό. Δίνουμε την ευκαιρία σε κάθε μαθητή να προχωρεί όσο του επιτρέπουν οι ικανότητές του και να βλέπει τη μάθηση ως **απόλαυση-ανακάλυψη** και **δημιουργία**.
- 2. Βίβλος της Προπαίδειας** | Η Βίβλος της Προπαίδειας γράφτηκε για να μαγέψει όλα τα παιδιά και να τα βοηθήσει να κατανοήσουν βήμα βήμα την Προπαίδεια. Η Γλώσσα μας είναι **απλή, πλούσια** σε λέξεις και με **μαθηματική ακρίβεια**. Στη Βίβλο της Προπαίδειας μπορεί κάθε μαθητής να ανακαλύψει μόνος του την Προπαίδεια κάθε αριθμού με Λόγο, Εικόνα και Παρατήρηση. Με την καθοδήγηση του Δασκάλου του και με βασικό εφόδιο τη Βίβλο, ο μαθητής μελετά την αναλυτική διδασκαλία Θεωρίας-Παραδειγμάτων μας και χτίζει από την αρχή τη σκέψη του.
- 3. Μέθοδος ARNOS και Εξάσκηση** | Η Μέθοδος Αρνός οδηγεί τον μαθητή να μελετά από το επίπεδο όπου αισθάνεται άνετα, ώστε να διαμορφώσει γερές βάσεις για μάθηση. Χτίζει βήμα βήμα τη σκέψη του, για να είναι σε θέση να διαχειρίζεται ύλη πιο προχωρημένου επιπέδου. Η Εξάσκηση είναι η καρδιά της Μεθόδου ARNOS. Γι' αυτό, τα προσεκτικά σχεδιασμένα Φύλλα Ασκήσεων παρουσιάζουν τις νέες έννοιες με τέτοιον τρόπο, ώστε οι μαθητές να λύνουν επιτυχώς και **ασκήσεις που δεν έχουν ξαναδεί**. Έτσι το παιδί προχωρεί με ασφάλεια και αυτοπεποίθηση **από τις πιο απλές στις πιο σύνθετες** έννοιες.
- 4. Οδηγός ο Δάσκαλος** | Ο Δάσκαλος-Μέντορας καθοδηγεί από την αρχή τον μαθητή σε κάθε επίπεδο της Μεθόδου Αρνός. **Κάθε επίπεδο** στηρίζεται εξελικτικά **στις γνώσεις που αποκτήθηκαν από το προηγούμενο**. Ο Δάσκαλος διασφαλίζει για κάθε μαθητή ότι έχει κατανοήσει πλήρως την

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

έννοια που διδάχθηκε στο προηγούμενο επίπεδο και ότι μπορεί να την εφαρμόσει με επιτυχία στην πράξη.

5. Το παιδί καλλιεργεί την Αντίληψη| Οι περισσότεροι έχουν στη σκέψη τους τα Μαθηματικά σαν ατέλειωτες σελίδες με υπολογισμούς, χωρίς λογική, δίχως βάσεις και λογικούς συνειρμούς. Αυτό όμως είναι και το όμορφο σημείο που αναδεικνύουμε ως δάσκαλοι και σύγχρονοι παιδαγωγοί: ότι η ομορφιά των Μαθηματικών δεν πηγάζει από τον συμβολισμό τους, αλλά από τις ιδέες που αντιπροσωπεύουν.

Η **Μέθοδος ARNOS** είναι μια τεχνική που θεμελιώσαμε με στόχο να δημιουργήσουμε σε κάθε μαθητή **κίνητρα και ενδιαφέρον για μάθηση**. Με Λόγο και Εικόνα τον οδηγούμε να αισθάνεται και να αντιλαμβάνεται ενεργά και βιωματικά αυτό που διδάσκεται. Ενεργοποιώντας την Παρατήρηση προκαλούμε τη δημιουργική σκέψη του μαθητή.

Με τη μέθοδό μας, οι καταστάσεις που χρησιμοποιούνται για τη διδασκαλία και **την απάντηση στα ποικίλα «γιατί;»** των Μαθηματικών έχουν σημείο αναφοράς τη Φύση και τη Ζωή, το Βίωμα και την Πράξη, την Εικόνα και την Παρατήρηση, τον Λόγο και τη Λογική... γνωρίζοντας από τα ίδια τους τα θεμέλια την Ιστορία των ελληνικών αλλά και των παγκόσμιων Μαθηματικών.

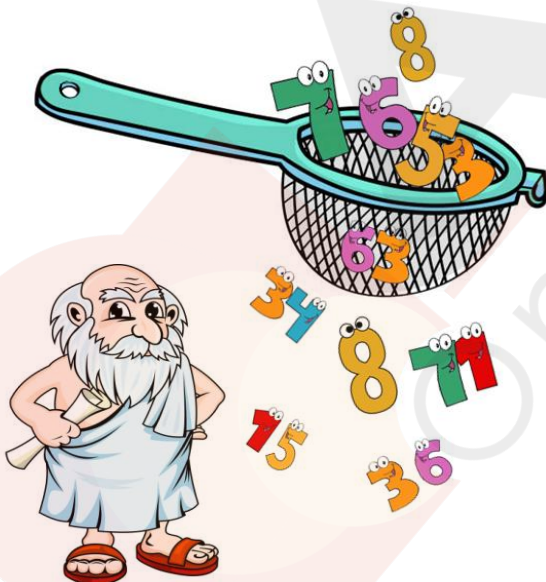
Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Η Προπαίδεια και ο Ερατοσθένης

Αγαπητά μας παιδιά,

Από παλιά οι αρχαίοι Έλληνες είχαν βρει ένα κόσκινο για να κοσκινίζουν τους Αριθμούς. Σιγά σιγά αυτούς θα τους γνωρίσουμε μαζί μέσα από το **Μεγάλο Μύθο των Αριθμών** έναν μύθο που εξελίχθηκε στο πέρασμα των αιώνων από πολλούς λαούς.

Εμείς παίρνουμε το Κόσκινο του Ερατοσθένη και εντοπίζουμε ποιοι αριθμοί το τρυπάνε, δηλαδή ποιοι γεννιούνται με πολλαπλασιασμό άλλων αριθμών (εξαιρείται η Κυρία Μονάδα). Για παράδειγμα το 20 το τρυπάει, αφού γεννιέται από τον πολλαπλασιασμό του 10 με το 2, δηλαδή $20 = 10 \times 2$.



Από ποιες τρυπούλες, λοιπόν, πέφτουν και εξαφανίζονται αυτοί οι αριθμοί που γεννιούνται με πολλαπλασιασμό; Για όσους βλέπουν τα νούμερα με δέος, μη φαντάζεστε ότι αυτό είναι κάτι τρομερό ή κάποιο φοβερό θηρίο... Ο Ερατοσθένης, χρησιμοποιώντας αυτό το κόσκινο, κράτησε τους **πρώτους** και «καλύτερους» **αριθμούς** και πέταξε έξω όλους τους άλλους.

Ερώτηση: Ποιοι είναι αυτοί οι πρώτοι και καλύτεροι αριθμοί;

Αυτό θα το γνωρίσουμε μαζί, με το καλό, βήμα - βήμα στη συνέχεια...

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Πρώτοι και «Καλύτεροι» Αριθμοί

Όλοι οι αριθμοί χτίζονται από τη Μονάδα με το μάζεμα πολλών μονάδων.

Γνωρίζουμε ότι: $1 + 1 = 2$, $1 + 1 + 1 = 3$, $1 + 1 + 1 + 1 = 4$, $1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5...$

Ξεκινάμε από το Ένα και, κάθε φορά που βάζουμε ακόμη μία μονάδα, έχουμε έναν νέο αριθμό. Από αυτούς τους νέους αριθμούς ξεχωρίζουμε όσους χτίζονται **μόνο** από μονάδες και τον εαυτό τους. Αυτούς τους αριθμούς τους ονομάζουμε **πρώτους** και «καλύτερους».

Για να δούμε λοιπόν ποιοι είναι αυτοί οι ξεχωριστοί αριθμοί:

Το **Δύο**: $1 + 1 = 2$ ή $2 \cdot 1 = 2$

Το **Τρία**: $1 + 1 + 1 = 3$ ή $3 \cdot 1 = 3$

Το **Πέντε**: $1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5$ ή $5 \cdot 1 = 5$

Το **Επτά**: $1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 7$ ή $7 \cdot 1 = 7$

Συνέχισε και ανακάλυψε και εσύ άλλους πρώτους αριθμούς!

Οι πρώτοι αριθμοί γεννούν με τη σειρά τους τη δική τους οικογένεια αριθμών.

Για να δούμε την **Οικογένεια του Δύο**:

$2 + 2 = 4$ ή $2 \cdot 2 = 4$, $2 + 2 + 2 = 6$ ή $3 \cdot 2 = 6$, $2 + 2 + 2 + 2 = 8$ ή $4 \cdot 2 = 8...$

Ο αριθμός **2-πρώτος** είναι το **πρώτο «παιδί»** της οικογένειας όλων των **ζυγών αριθμών**.

Για να δούμε την **Οικογένεια του Τρία**:

$3 + 3 = 6$ ή $2 \cdot 3 = 6$, $3 + 3 + 3 = 9$ ή $3 \cdot 3 = 9$, $3 + 3 + 3 + 3 = 12$ ή $4 \cdot 3 = 12...$

Για να δούμε την **Οικογένεια του Πέντε**:

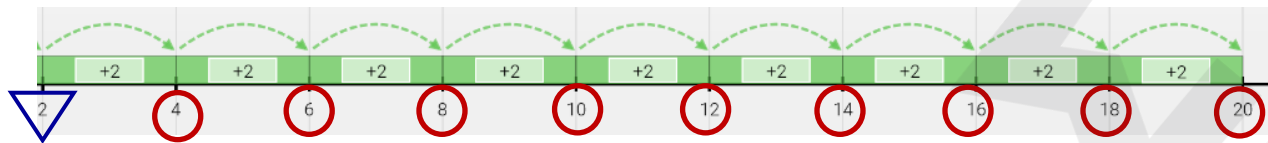
$5 + 5 = 10$ ή $2 \cdot 5 = 10$, $5 + 5 + 5 = 15$ ή $3 \cdot 5 = 15$, $5 + 5 + 5 + 5 = 20$ ή $4 \cdot 5 = 20...$

Για να δούμε την **Οικογένεια του Επτά**:

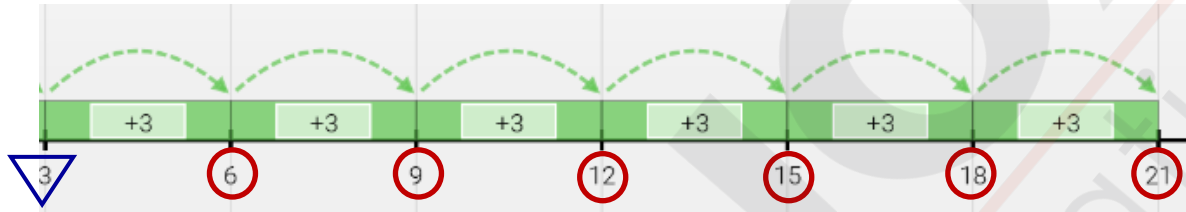
$7 + 7 = 14$ ή $2 \cdot 7 = 14$, $7 + 7 + 7 = 21$ ή $3 \cdot 7 = 21$, $7 + 7 + 7 + 7 = 28$ ή $4 \cdot 7 = 28...$

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

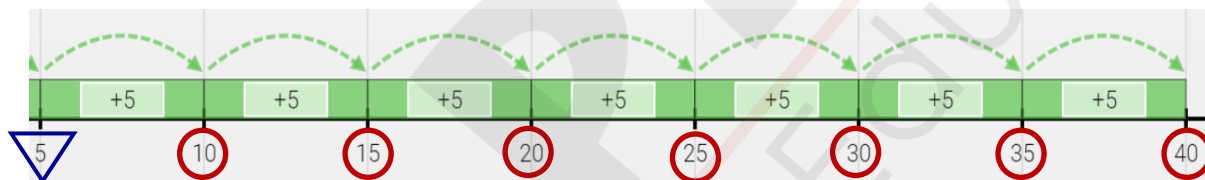
Ποιοι αριθμοί γεννιούνται από τον πρώτο αριθμό Δύο;



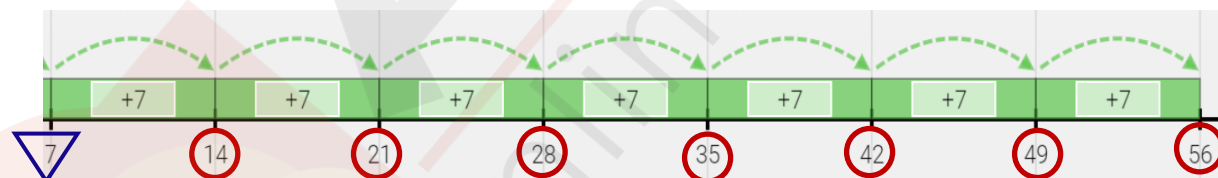
Ποιοι αριθμοί γεννιούνται από τον πρώτο αριθμό Τρία;




Ποιοι αριθμοί γεννιούνται από τον πρώτο αριθμό Πέντε;



Ποιοι αριθμοί γεννιούνται από τον πρώτο αριθμό Εφτά;



Οι αριθμοί που είναι μέσα σε **διαμάντι**  είναι **πρώτοι** και «καλύτεροι», γι' αυτό δεν μπορούν να περάσουν μέσα από τις τρύπες του Κόσκινου του Ερατοσθένη.

Ενώ οι αριθμοί 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14... που είναι μέσα σε **φωλιά**  χιτίζονται από γινόμενα άλλων αριθμών εκτός του 1, γι' αυτό περνούν από τις τρύπες του Κόσκινου. Αυτοί οι αριθμοί λέγονται **σύνθετοι**.

Δηλαδή $4=2 \times 2$, $6=2 \times 3$, $8=2 \times 4$, $9=3 \times 3$, $10=2 \times 5$, $12=2 \times 6$, $14=2 \times 7$...

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Στην Αρχαία Ελλάδα η σκέψη ήταν απλή και καθαρή, γι' αυτό μπορούμε να πούμε ότι οι αρχαίοι Έλληνες ήταν φωτεινοί και άμεσοι στο νου. Εμείς, λοιπόν, επιλέγουμε τον **Πίνακα των Δεκάδων** για να νιώσουμε τους αριθμούς στο δεκαδικό σύστημα, τα πολλαπλάσιά τους και τελικά τη λειτουργία του Κόσκινου του Ερατοσθένη.

Πίνακας των Δεκάδων

περπατάω τη γραμμή 10 Μονάδες →

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	⇒ 1η Δεκάδα
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	⇒ 2η Δεκάδα
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	⇒ 3η Δεκάδα
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	⇒ 4η Δεκάδα
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	⇒ 5η Δεκάδα
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	⇒ 6η Δεκάδα
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	⇒ 7η Δεκάδα
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	⇒ 8η Δεκάδα
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	⇒ 9η Δεκάδα
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	⇒ 10η Δεκάδα

↑ κατεβαίνω την στήλη 10 Μονάδες

Γνωρίζεις πότε ξεκινάει και πότε τελειώνει μία Δεκάδα;

Η **πρώτη** Δεκάδα αρχίζει με το Μηδέν και ολοκληρώνεται στο Δέκα.

Η **δεύτερη** Δεκάδα αρχίζει με το Δέκα και ολοκληρώνεται στο Είκοσι.

Η **έβδομη** Δεκάδα αρχίζει με το Εξήντα και τελειώνει στο Εβδομήντα.

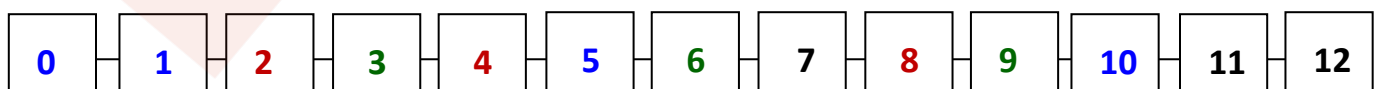
Να γιατί στον Πίνακα που φτιάξαμε, στην αρχή κάθε γραμμής-Δεκάδας ξεκινάμε από το τέλος της προηγούμενης Δεκάδας.

Ο **Πίνακας των Δεκάδων** είναι μια εικόνα που έχει την απλότητα των δέκα ψηφίων, το μοτίβο των Δεκάδων και τις συμμετρίες. Σε αυτόν θα ανακαλύψουμε μαζί τα πολλαπλάσια των αριθμών... την Προπαίδεια!

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Με ποια σειρά μαθαίνουμε εύκολα την Προπαίδεια;

- **Ευκολάκια: Η προπαίδεια των αριθμών 0, 1, 5 και 10**
Με τα «ευκολάκια» αρχίζει το όμορφο τραγούδι της Προπαίδειας!
Με το Μηδέν είμαστε αγκαλιά με τον Μηδενόταυρο!
Με το Ένα γυρίζουμε στα ίδια και στα ίδια!
Πέντε-πέντε τις παλάμες μου χαρούμενα μετρώ,
Δέκα-δέκα τα χεράκια μου χτυπώ!
- **Οικογένεια του Δύο: Η Προπαίδεια των αριθμών 2, 4 και 8**
Με το Δύο ανεβαίνουμε δύο-δύο τα σκαλιά! Από την Οικογένεια του Δύο-Δύο, ένα αφήνω ένα πατώ και στα πολλαπλάσια του Τέσσερα περπατώ!
Γιατί $2 + 2 = 2 \times 2 = 4$
Από την Προπαίδεια του Τέσσερα, ένα αφήνω ένα πατώ και στα πολλαπλάσια του Οχτώ περπατώ! Γιατί $4 + 4 = 2 \times 4 = 8$
- **Οικογένεια του Τρία: Η Προπαίδεια των αριθμών 3, 6 και 9**
Να 'μαστε στην Οικογένεια του 3! Τρία-τρία ανεβαίνω τα σκαλιά της Αριθμόσκαλας. Παίζω κουτσό, ένα αφήνω ένα πατώ και στα πολλαπλάσια του Έξι περπατώ! Γιατί $3 + 3 = 2 \times 3 = 6$
Δύο αφήνω ένα πατώ και στα πολλαπλάσια του Εννιά περπατώ!
Γιατί $3 + 3 + 3 = 3 \times 3 = 9$.
- **Ο Αριθμός Κύριος: Η Προπαίδεια του αριθμού 7**
Ο Αριθμός... Κύριος που μετρά το χρόνο εβδομάδα εβδομάδα. Είναι αληθινός κύριος, γιατί είναι μόνος σε όλη τη Δεκάδα χωρίς παρέα ανεξάρτητος και... άρχοντας!
- **Κλείνουμε Δωδεκάδα: Η Προπαίδεια των αριθμών 11 και 12**
Κάνουμε το παραπάνω βήμα από τους μονοψήφιους στους διψήφιους, με το δίδυμο 11 που γεννάει διδύμους και με το 12-δωδεκάωρο της ημέρας & της νύχτας!



Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Ζυγοί Αριθμοί

Ζυγοί: Είναι οι αριθμοί που μπορούν να χωριστούν σε «ζευγαράκια» και δε μένει κανένας μόνος και παραπονεμένος.

Δηλαδή:

- Τα 4 μήλα χωρίζονται σε 2 ζευγαράκια; **Ναι**, γιατί $2 + 2 = 2 \times 2 = 4$
- Τα 6 παπούτσια χωρίζονται σε 3 ζευγαράκια; **Ναι**, γιατί $2 + 2 + 2 = 3 \times 2 = 6$
- Τα 8 παπάκια χωρίζονται σε 4 ζευγαράκια; **Ναι**, γιατί $2 + 2 + 2 + 2 = 4 \times 2 = 8$

Όπως καταλαβαίνουμε, οι αριθμοί 4, 6 και 8 είναι ζυγοί.

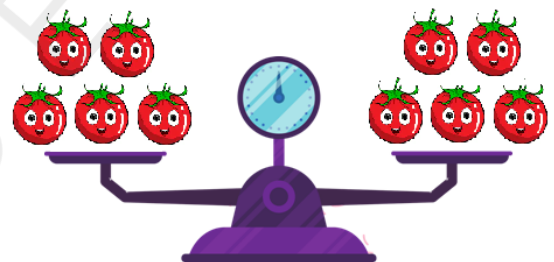
Οι Ζυγοί Αριθμοί στη Ζυγαριά

Για να το καταλάβουμε καλύτερα τους ζυγούς αριθμούς, ας τους δούμε πάνω σε μία ζυγαριά. Μπορούμε να τους μοιράσουμε, έτσι που να ισορροπεί η ζυγαριά;

Παράδειγμα: Έχουμε **10** ντομάτες...

Οι 10 ντομάτες μοιράζονται εξίσου στα δύο μέρη της ζυγαριάς, από **5** στο καθένα και η ζυγαριά ισορροπεί!

Άρα, ο αριθμός **10** είναι ζυγός.



$$5 + 5 = 2 \times 5 = 10$$

Οι Ζυγοί αριθμοί γεννιούνται από το διπλασιασμό κάποιων άλλων.

Για παράδειγμα, ζυγοί είναι οι αριθμοί:

$$2 = 2 \times 1, \quad 4 = 2 \times 2, \quad 6 = 2 \times 3, \quad 8 = 2 \times 4, \quad 10 = 2 \times 5, \quad 12 = 2 \times 6, \quad 14 = 2 \times 7, \\ 16 = 2 \times 8, \quad 18 = 2 \times 9, \quad 20 = 2 \times 10, \quad 22 = 2 \times 11, \quad 24 = 2 \times 12, \quad 26 = 2 \times 13$$

Συνέχισε και βρες κι άλλους, τέτοιους ζυγούς, πολλούς αριθμούς.

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Μονοί Αριθμοί

Μονοί: Είναι οι αριθμοί που αν χωριστούν σε «ζευγαράκια», στο τέλος μένει πάντα **ένας** μόνος και παραπονεμένος.

Δηλαδή:

- Τα 5 μήλα χωρίζονται σε ζευγαράκια; **Όχι**, γιατί $5 = 2 + 2 + 1 = 2 \times 2 + 1$
- Τα 7 παπούτσια χωρίζονται σε ζευγαράκια; **Όχι**, γιατί $7 = 2 + 2 + 2 + 1 = 3 \times 2 + 1$
- Τα 9 παπάκια χωρίζονται σε ζευγαράκια; **Όχι**, γιατί $9 = 2 + 2 + 2 + 2 + 1 = 4 \times 2 + 1$

Όπως καταλαβαίνουμε, οι αριθμοί 5, 7 και 9 είναι μονοί.

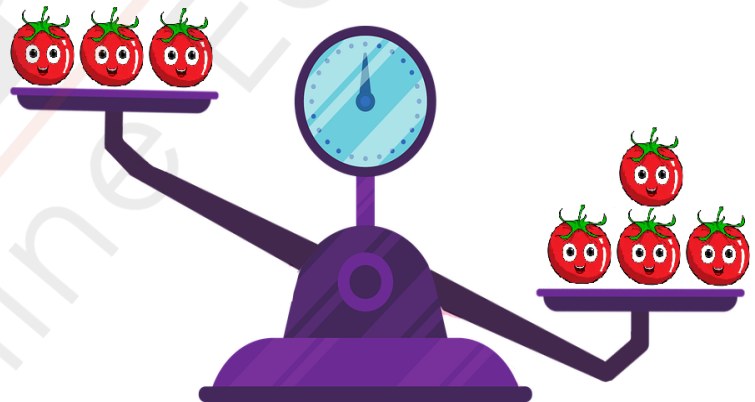
Οι Μονοί Αριθμοί στη Ζυγαριά

Για να το καταλάβουμε καλύτερα τους μονούς αριθμούς, ας τους δούμε πάνω σε μία ζυγαριά. Μπορούμε να τους μοιράσουμε, έτσι που να ισορροπεί η ζυγαριά;

Παράδειγμα: Έχουμε **7** ντομάτες...

Οι 7 ντομάτες δεν μπορούν να μοιραστούν εξίσου στα δύο μέρη της ζυγαριάς. Στη μία μεριά έχουμε ένα παραπάνω, για αυτό η ζυγαριά γέρνει!

Άρα, ο αριθμός **7** είναι **μονός**.



$$3 + 4 = 3 + 2 \times 2 = 7$$

Οι Μονοί αριθμοί στέκονται ακριβώς δίπλα στους ζυγούς αριθμούς.

Για παράδειγμα, μονοί είναι οι αριθμοί:

$$3 = 2 + 1 = 2 \times 1 + 1, \quad 5 = 2 + 2 + 1 = 2 \times 2 + 1, \quad 7 = 2 + 2 + 2 + 1 = 2 \times 3 + 1$$

$$9 = 2 + 2 + 2 + 2 + 1 = 2 \times 4 + 1, \quad 11 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 1 = 2 \times 5 + 1, \quad 13 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 1 = 2 \times 6 + 1$$

Συνέχισε και βρες κι άλλους, τέτοιους μονούς, πολλούς αριθμούς.

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

Μονοί και Ζυγοί αριθμοί στον Πίνακα των Δεκάδων

Παρατήρησε στον Πίνακα των Δεκάδων τους μονούς αριθμούς με πράσινο χρώμα και τους ζυγούς αριθμούς με κίτρινο.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

- Οι **Ζυγοί** αριθμοί λήγουν σε **0, 2, 4, 6, 8** (αξία μονάδων). Παρατήρησέ τους στον παραπάνω πίνακα με κίτρινο χρώμα.
- Οι **Μονοί** αριθμοί λήγουν σε **1, 3, 5, 7, 9** (αξία μονάδων). Παρατήρησέ τους στον παραπάνω πίνακα με πράσινο χρώμα.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Σε κάθε ραβδάκι-Δεκάδα έχουμε 5 μονούς και 5 ζυγούς αριθμούς.

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

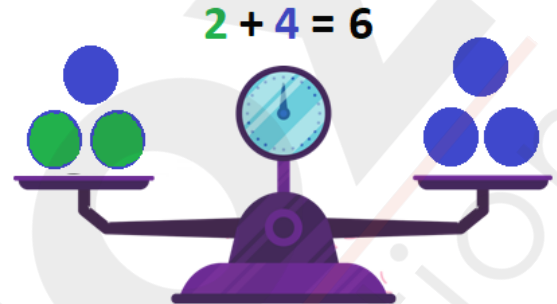
Σημαντικά Tips:

- **Πρόσθεσε Ζυγό με Ζυγό... Τι παρατηρείς;**

Π.χ. $2 + 4 = 6$

Οι **2** μπάλες (**ζυγός**) και οι **4** μπάλες (**ζυγός**) μοιράζονται στα δύο μέρη της ζυγαριάς και ισορροπεί.

Συμπέρασμα: Όταν προσθέσουμε **ζυγό** αριθμό με **ζυγό** αριθμό, το αποτέλεσμα που προκύπτει είναι πάντα **ζυγός** αριθμός.



Ζυγός + Ζυγός = Ζυγός

- **Πρόσθεσε Μονό με Μονό... Τι παρατηρείς;**

Π.χ. $3 + 5 = 8$

Οι **3** μπάλες (**μονός**) και οι **5** μπάλες (**μονός**) μοιράζονται στα δύο μέρη της ζυγαριάς και ισορροπεί.

Συμπέρασμα: Όταν προσθέσουμε **μονό** αριθμό με **μονό** αριθμό, το αποτέλεσμα που προκύπτει είναι πάντα **ζυγός** αριθμός.



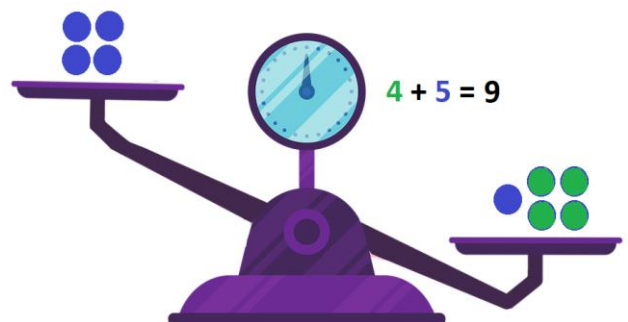
Μονός + Μονός = Ζυγός

- **Πρόσθεσε Ζυγό με Μονό... τι παρατηρείς;**

Π.χ. $4 + 5 = 9$

Οι **4** μπάλες (**ζυγός**) και οι **5** μπάλες (**μονός**) δε μοιράζονται εξίσου στα δύο μέρη της ζυγαριάς και δεν ισορροπεί.

Συμπέρασμα: Όταν προσθέσουμε **ζυγό** με **μονό** αριθμό, το αποτέλεσμα είναι **μονός**.






Ζυγός + Μονός = Μονός

Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

ΠΡΟΠΑΙΔΕΙΑ ΤΟΥ ΜΗΔΕΝΟΣ

Ο Μηδενόταυρος πολλαπλασιάζει και όλα στην κοιλιά του τα βάζει!

	<p>Σε 1 άδεια βάζο δεν υπάρχει κανένα (0) μπισκότο 1 φορά το 0 ίσον 0 , 1 x 0 = 0</p>
	<p>Σε 2 άδεια βάζα δεν υπάρχει κανένα (0) μπισκότο 2 φορές το 0 ίσον 0 , 2 x 0 = 0</p>
	<p>Σε 3 άδεια βάζα δεν υπάρχει κανένα (0) μπισκότο 3 φορές το 0 ίσον 0 , 3 x 0 = 0 Όταν έχουμε άδεια βάζα, θα έχουμε ΠΑΝΤΑ κανένα μα κανένα μπισκότο!</p>

Προπαίδεια του 0

$$1 \times 0 = 0$$

$$2 \times 0 = 0$$

$$3 \times 0 = 0$$

$$4 \times 0 = 0$$

$$5 \times 0 = 0$$

$$6 \times 0 = 0$$

$$7 \times 0 = 0$$

$$8 \times 0 = 0$$

$$9 \times 0 = 0$$

$$10 \times 0 = 0$$

Έτσι καταλαβαίνουμε: $4 \times 0 = 0$, $5 \times 0 = 0$, $6 \times 0 = 0$,
 $7 \times 0 = 0$, $8 \times 0 = 0$, $9 \times 0 = 0$, $10 \times 0 = 0$.

Συζητήστε για το Μηδέν

Ο αριθμός Μηδέν εμφανίστηκε στην Ευρώπη πριν από 1.000 χρόνια. Ήρθε στη ζωή μας για να καλύψει το κενό, δηλαδή να δώσει αξία στο κενό.

Για δες πώς το Μηδέν ανεβάζει τη Μονάδα σε Δεκάδα, Εκατοντάδα, Χιλιάδα...;

1 , 10 , 100 , 1.000 ...

Μπορούμε να σκεφτούμε το κενό και τη μεγάλη σημασία που έχει στη ζωή μας με την σιωπή;

Το θηρίο **Μηδενόταυρος** – 0 όταν πολλαπλασιάζει τους αριθμούς, τους «καταβροχθίζει», τους τσακίζει και στο τέλος τους μηδενίζει!



Απλά και Κατανοητά η Γνώση!

ΠΡΟΠΑΙΔΕΙΑ

Στοχευμένη Έξυπνη Μελέτη
για μαθητές Α', Β' και Γ' Δημοτικού

Το βιβλίο αυτό γράφτηκε από δύο μαθηματικούς που τρέφουν αγάπη για τα Μαθηματικά και θέλουν να απαντήσουν σε όλα τα παιδικά τους ερωτήματα. Ξαναγυρνάμε πίσω στα παιδικά μας χρόνια για να ρωτήσουμε το Δάσκαλο ό,τι τότε δε νιώσαμε και με μαγεία αναρωτηθήκαμε.

Γράφτηκε αυτό το βιβλίο για να μαγέψει τους γονείς ώστε μαζί με τα παιδιά τους να απολαύσουν κάτι το οποίο θεωρείται ταμπού και στερεότυπο που πρέπει να μάθουμε.

Η Γλώσσα μας είναι απλή, πλούσια σε λέξεις και με μαθηματική ακρίβεια.

