

Ανισώσεις 2^{ου} βαθμού

ΦΥΛΛΟ ΘΕΜΑΤΩΝ Α: Live διδασκαλία

Ασκήσεις

Θέμα 1

Δίνονται οι ανισώσεις $|x + 1| \leq 2$ και $x^2 - x - 2 > 0$.

1. Να λύσετε τις ανισώσεις.
2. Να δείξετε ότι οι ανισώσεις συναληθεύουν για κάθε $x \in [-3, -1)$.
3. Αν οι αριθμοί ρ_1, ρ_2 ανήκουν στο σύνολο των κοινών λύσεων των δύο ανισώσεων, να δείξετε ότι: $\rho_1 - \rho_2 \in (-2, 2)$.

Θέμα 2

1. Να λυθεί η εξίσωση $x^2 - x - 2 = 0$.
2. Να λυθεί η ανίσωση $x^2 - x - 2 > 0$ και να παραστήσετε το σύνολο λύσεών της στον άξονα των πραγματικών αριθμών.
3. Να τοποθετήσετε το $-\frac{4}{3}$ στον άξονα των πραγματικών αριθμών.
Είναι το $-\frac{4}{3}$ λύση της ανίσωσης του ερωτήματος (β); Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Θέμα 3

Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 2\lambda x + 4\lambda + 5 = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

1. Να αποδείξετε ότι αν $\lambda = 5$ η εξίσωση έχει μια διπλή ρίζα.
2. Να εξετάσετε αν υπάρχει και άλλη τιμή του λ , ώστε η εξίσωση να έχει διπλή ρίζα.
3. Να βρείτε τις τιμές του λ ώστε η εξίσωση να έχει δύο ρίζες άνισες.
4. Αν $|\lambda^2 - 4\lambda - 5| = 4\lambda - \lambda^2 + 5$, $\lambda \in \mathbb{R} - \{-1, 5\}$ να δείξετε ότι η εξίσωση δεν έχει ρίζες.

Θέμα 4

Μια μικρή μεταλλική σφαίρα εκτοξεύεται κατακόρυφα από το έδαφος. Το ύψος y (m) στο οποίο θα βρεθεί η σφαίρα τη χρονική στιγμή t (sec)τά την εκτόξευση, δίνεται από τη σχέση:

$$y = 60t - 5t^2.$$

1. Μετά από πόσο χρόνο η σφαίρα θα επανέλθει στο έδαφος;
2. Ποιες χρονικές στιγμές η σφαίρα θα βρεθεί σε ύψος $y = 175$ m;
3. Να βρεθεί το χρονικό διάστημα στη διάρκεια του οποίου η σφαίρα βρίσκεται σε ύψος μεγαλύτερο από 100m.