1. Αλγεβρικές Παραστάσεις

Λύσεις ασκήσεων Μαθηματικών Γ' Γυμνασίου

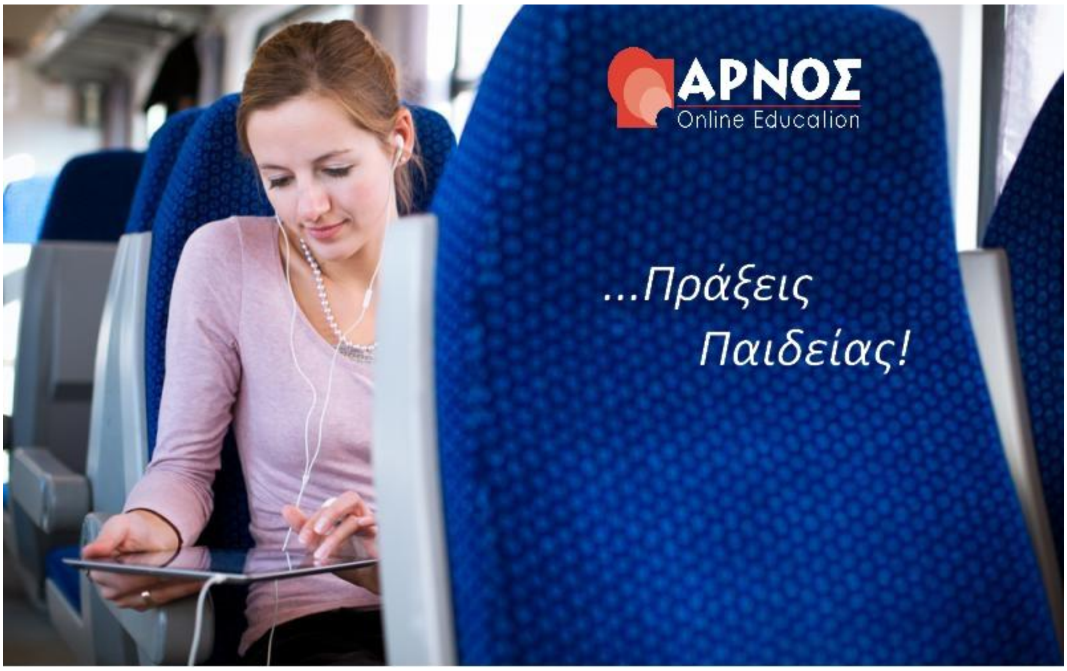
1.9 Ρητές αλγεβρικές παραστάσεις

σχ. βιβλίο (σσ. 73-74)

ΑΡΝΟΣ Online Education

Φροντιστηριακό e-μάθημα

Γυμνάσιο: 9.000 μαθήματα με βίντεο-διδασκαλία
για όλο το σχολικό έτος μόνο με 150 ευρώ!



Μελέτη όπου, όποτε και όσο εσύ θες!

Διδάσκουμε μεθοδικά σε βίντεο τη θεωρία του σχολικού βιβλίου και λύνουμε όλες τις ασκήσεις

Δημιουργούμε συνεχώς νέα βίντεο με διδασκαλία για τις εκπαιδευτικές σου απαιτήσεις

Παίζουμε και μαθαίνουμε με on line test αξιολόγησης & SOS διαγωνίσματα προσομοίωσης για τις εξετάσεις

Λύνουμε απορίες ζωντανά on line καθημερινά 3 μ.μ. - 8 μ.μ.

Λύσεις Ασκήσεων Μαθηματικών Γ΄ Γυμνασίου σχ. βιβλίου (σσ. 73 -74)

1.9 Ρητές αλγεβρικές παραστάσεις

Ερωτήσεις κατανόησης

Ερώτηση 1

Να συμπληρώστε τον πίνακα αντιστοιχίζοντας σε κάθε παράσταση της στήλης Α τις τιμές της μεταβλητής της από τη στήλη Β για τις οποίες ορίζεται.

Στήλη Α	Στήλη Β
α. $\frac{1}{x}$	1. $x \neq 1$
β. $\frac{x-1}{x+1}$	2. $x \neq 0$ και $x \neq 1$
γ. $\frac{x}{x^2-1}$	3. $x \neq -1$
δ. $\frac{2(x-1)}{x-1}$	4. $x \neq 1$ και $x \neq -1$
ε. $\frac{3}{x^2+1}$	5. οποιοσδήποτε αριθμός
	6. $x \neq 0$

Απάντηση

Για να ορίζονται τα κλάσματα πρέπει οι παρονομαστές να είναι διαφορετικοί του μηδενός

α) Πρέπει $x \neq 0$ Οπότε α -> 6

β) Πρέπει $x + 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -1$ Οπότε β -> 3

γ) Πρέπει $x^2 - 1 \neq 0$ Οπότε $(x+1)(x-1) \neq 0 \Leftrightarrow x+1 \neq 0$ και $x - 1 \neq 0$

$\Leftrightarrow x \neq -1$ και $x \neq 1$ Οπότε γ -> 4

δ) Πρέπει $x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$ Οπότε δ ->1

ε) Πρέπει $x^2 + 1 \neq 0$ Το οποίο ισχύει Οπότε ε ->5

Συμπληρώνουμε τα στοιχεία στον πίνακα

α	β	γ	δ	ε
6	3	4	1	5

Ερώτηση 2

Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω ισότητες με (Σ) αν είναι σωστές και με (Λ) αν είναι λανθασμένες.

α) $\dfrac{x^{\cancel{2}}+1}{\cancel{x}} = x+1$ β) $\dfrac{\cancel{x}(x+1)}{\cancel{x}} = x+1$

γ) $\dfrac{(x+2)(x\cancel{+}1)}{4(x\cancel{+}1)} = \dfrac{x+2}{4}$ δ) $\dfrac{x+2(x\cancel{+}1)}{4(x\cancel{+}1)} = \dfrac{x+2}{4}$

ε) $\dfrac{x^2-y^2}{x-y} = x+y$ στ) $\dfrac{(x-y)^{\cancel{2}}}{x\cancel{-}y} = x+y$

Απάντηση

Παραγοντοποιούμε τα κλάσματα και απαλοίφουμε τους ίσους όρους όπου είναι εφικτό.

α) Είναι λάθος (Λ), γιατί στον αριθμητή το x δεν είναι παράγοντας.

β) Είναι σωστό (Σ)

γ) Είναι σωστό (Σ)

δ) Είναι λάθος (Λ), γιατί στον αριθμητή το $(x+1)$ δεν είναι παράγοντας.

ε) Είναι σωστό (Σ)

στ) Είναι λάθος (Λ) , γιατί $\dfrac{(x-y)^2}{x-y} = x-y$.

Ερώτηση 3

Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω ισότητες

α) $\dfrac{7x}{x(\ldots\ldots\ldots)} = \dfrac{7}{x-2}$ **β)** $\dfrac{(\alpha+\beta)(\ldots\ldots\ldots)}{(\alpha-\beta)(\ldots\ldots\ldots)} = 1$ **γ)** $\dfrac{x(x+1)}{\ldots\ldots\ldots} = x$

δ) $\dfrac{x(x+1)}{\ldots\ldots\ldots} = x+1$ **ε)** $\dfrac{\ldots\ldots\ldots}{2(\alpha+\beta)^2} = \dfrac{1}{\alpha+\beta}$ **στ)** $\dfrac{3(x+2)}{\ldots\ldots\ldots} = \dfrac{3}{(x+2)}$

Απάντηση

α) $\dfrac{7x}{x(x-2)} = \dfrac{7}{x-2}$ **β)** $\dfrac{(\alpha+\beta)(\alpha-\beta)}{(\alpha-\beta)(\alpha+\beta)} = 1$ **γ)** $\dfrac{x(x+1)}{x+1} = x$

δ) $\dfrac{x(x+1)}{x} = x+1$ **ε)** $\dfrac{2(\alpha+\beta)}{2(\alpha+\beta)^2} = \dfrac{1}{\alpha+\beta}$ **στ)** $\dfrac{3(x+2)}{(x+2)^2} = \dfrac{3}{(x+2)}$

Ερώτηση 4

Ένας μαθητής για να βρει τις τιμές της μεταβλητής x για τις οποίες ορίζεται η παράσταση $\dfrac{x}{x(x-4)}$ έγραψε $\dfrac{\cancel{x}}{\cancel{x}(x-4)} = \dfrac{1}{x-4}$ και απάντησε ότι η παράσταση ορίζεται όταν $x \neq 4$. Είναι σωστή η απάντηση του ;

Απάντηση

Ο παρονομαστής πρέπει να είναι διάφορος του μηδενός. Οπότε πρέπει $x(x-4) \neq 0$

$\Leftrightarrow \quad x \neq 0$ και $x-4 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 0$ και $x \neq 4$

Ασκήσεις

Άσκηση 1

Να βρείτε τις τιμές των μεταβλητών για τις οποίες ορίζονται οι παραστάσεις

α) $\frac{1}{x-4}$ **β)** $\frac{y+3}{2y-5}$ **γ)** $\frac{\omega-2}{(\omega+1)^2}$ **δ)** $\frac{6x+1}{x(x-3)}$

Λύση

Πρέπει οι παρονομαστές των κλασμάτων να είναι διάφοροι του μηδενός. Άρα:

α) $x-4\neq 0 \Leftrightarrow x\neq 4$

β) $2y-5\neq 0 \Leftrightarrow y\neq \frac{5}{2}$

γ) $(\omega+1)^2\neq 0 \Leftrightarrow \omega+1\neq 0 \Leftrightarrow \omega\neq -1$

δ) $x(x-3)\neq 0 \Leftrightarrow x\neq 0$ και $x-3\neq 0 \Leftrightarrow x\neq 0$ και $x\neq 3$

Άσκηση 2

Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις

α) $\frac{4x}{6x}$ **β)** $\frac{3y^2}{12y}$ **γ)** $\frac{2x\omega^2}{8x^2\omega}$ **δ)** $\frac{5\alpha^2\beta\gamma^3}{10\alpha\beta^2\gamma}$

ε) $\frac{x+4}{4+x}$ **στ)** $\frac{y-1}{1-y}$ **ζ)** $\frac{\omega-2}{(2-\omega)^2}$ **η)** $\frac{(\alpha-\beta)(\beta-\gamma)}{(\beta-\alpha)(\gamma-\beta)}$

Λύση

Για κάθε παράσταση πρέπει οι παρονομαστές να είναι διάφοροι του μηδενός.

α) $\frac{4x}{6x} = \frac{2}{3}$, $x \neq 0$ **β)** $\frac{3y^2}{12y} = \frac{y}{4}$, $y \neq 0$ **γ)** $\frac{2x\omega^2}{8x^2\omega} = \frac{\omega}{4x}$, $x, \omega \neq 0$

δ) $\frac{5\alpha^2\beta\gamma^3}{10\alpha\beta^2\gamma} = \frac{\alpha\gamma^2}{2\beta}$, $\alpha, \beta, \gamma \neq 0$ **ε)** $\frac{x+4}{4+x} = 1$ $\chi \neq -4$

στ) $\frac{y-1}{1-y} = \frac{-(1-y)}{1-y} = -1$, $y \neq 1$

ζ) $\frac{\omega-2}{(2-\omega)^2} = \frac{\omega-2}{(\omega-2)^2} = \frac{1}{\omega-2}$, $\omega \neq 2$

η) $\frac{(\alpha-\beta)(\beta-\gamma)}{(\beta-\alpha)(\gamma-\beta)} = \frac{[-(\beta-\alpha)][-(\gamma-\beta)]}{(\beta-\alpha)(\gamma-\beta)} = \frac{(\beta-\alpha)(\gamma-\beta)}{(\beta-\alpha)(\gamma-\beta)} = 1$, $\alpha \neq \beta \neq \gamma$

Άσκηση 3

Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις

α) $\frac{6x}{2x^2+4x}$ **β)** $\frac{3y-9}{y^2-3y}$ **γ)** $\frac{x^2+x\omega}{\omega^2+x\omega}$ **δ)** $\frac{5\alpha^2-20}{(\alpha-2)^2}$

ε) $\frac{x^2-16}{x^2-4x}$ **στ)** $\frac{y^2-1}{y^2+2y+1}$ **ζ)** $\frac{6x^2+3x\omega}{4x^2-\omega^2}$ **η)** $\frac{\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2}{\alpha^3-\beta^3}$

Λύση

α) $\frac{6x}{2x^2+4x} = \frac{6x}{2x(x+2)} = \frac{3}{x+2}$ για $x \neq 0$, $x \neq -2$

β) $\frac{3y-9}{y^2-3y} = \frac{3(y-3)}{y(y-3)} = \frac{3}{y}$ για $y \neq 0$, $y \neq 3$

γ) $\dfrac{x^2+x\omega}{\omega^2+x\omega}=\dfrac{x(x+\omega)}{\omega(\omega+x)}=\dfrac{x}{\omega}$, για $\omega\neq 0$, $\omega\neq -x$

δ) $\dfrac{5\alpha^2-20}{(\alpha-2)^2}=\dfrac{5(\alpha^2-4)}{(\alpha-2)^2}=\dfrac{5(\alpha-2)(\alpha+2)}{(\alpha-2)^2}=\dfrac{5(\alpha+2)}{\alpha-2}$, για $\alpha\neq 2$

ε) $\dfrac{x^2-16}{x^2-4x}=\dfrac{(x-4)(x+4)}{x(x-4)}=\dfrac{x+4}{x}$, για $x\neq 0$, $x\neq 4$

στ) $\dfrac{y^2-1}{y^2+2y+1}=\dfrac{(y-1)(y+1)}{(y+1)^2}=\dfrac{y-1}{y+1}$, για $y\neq -1$

ζ) $\dfrac{6x^2+3x\omega}{4x^2-\omega^2}=\dfrac{3x(2x+\omega)}{(2x-\omega)(2x+\omega)}=\dfrac{3x}{2x-\omega}$, για $x\neq \dfrac{\omega}{2}$, $x\neq -\dfrac{\omega}{2}$

η) $\dfrac{\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2}{\alpha^3-\beta^3}=\dfrac{\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2}{(\alpha-\beta)(\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2)}=\dfrac{1}{\alpha-\beta}$, για $\alpha\neq\beta$

Άσκηση 4

Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις

α) $\dfrac{x^2+3x+2}{x^2+4x+4}$ **β)** $\dfrac{y^2-5y+4}{y^2-6y+8}$ **γ)** $\dfrac{\omega^3-2\omega^2+\omega}{\omega^3-\omega}$

Λύση

α) $\dfrac{x^2+3x+2}{x^2+4x+4}=\dfrac{(x+2)(x+1)}{(x+2)^2}=\dfrac{x+1}{x+2}$, για $x\neq -2$

β) $\dfrac{y^2-5y+4}{y^2-6y+8}=\dfrac{(y-1)(y-4)}{(y-2)(y-4)}=\dfrac{y-1}{y-2}$, για $y\neq 2$, $y\neq 4$

γ) $\dfrac{\omega^3-2\omega^2+\omega}{\omega^3-\omega}=\dfrac{\omega(\omega^2-2\omega+1)}{\omega(\omega^2-1)}=\dfrac{\omega(\omega-1)^2}{\omega(\omega-1)(\omega+1)}=\dfrac{\omega-1}{\omega+1}$,

για $\omega\neq 0$, $\omega\neq 1$, $\omega\neq -1$

Άσκηση 5

Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις

α) $\dfrac{x(x-1)+4(x-1)}{x^2+2x-3}$ **β)** $\dfrac{y(y-3)+y^2-9}{4y^2-9}$

γ) $\dfrac{(2\omega+1)^2-(\omega+2)^2}{\omega^4-1}$ **δ)** $\dfrac{(\alpha+1)(\alpha-2)^2-4(\alpha+1)}{\alpha^3+\alpha^2}$

Λύση

α) $\dfrac{x(x-1)+4(x-1)}{x^2+2x-3}=\dfrac{(x-1)(x+4)}{(x-1)(x+3)}=\dfrac{x+4}{x+3}$ με $x\neq 1$ και $x\neq -3$

β) $\dfrac{y(y-3)+y^2-9}{4y^2-9}=\dfrac{y(y-3)+(y+3)(y-3)}{(2y-3)(2y+3)}=\dfrac{(y-3)[y+(y+3)]}{(2y-3)(2y+3)}=$

$=\dfrac{(y-3)(2y+3)}{(2y-3)(2y+3)}=\dfrac{y-3}{2y-3}$ με $y\neq\dfrac{3}{2}$ και $y\neq-\dfrac{3}{2}$

γ) $\dfrac{(2\omega+1)^2-(\omega+2)^2}{\omega^4-1}=\dfrac{[(2\omega+1)+(\omega+2)][(2\omega+1)-(\omega+2)]}{(\omega^2-1)(\omega^2+1)}=$

$=\dfrac{(3\omega+3)(\omega-1)}{(\omega-1)(\omega+1)(\omega^2+1)}=\dfrac{3(\omega+1)(\omega-1)}{(\omega-1)(\omega+1)(\omega^2+1)}=$

$=\dfrac{3}{\omega^2+1}$ με $\omega\neq 1$ και $\omega\neq -1$

δ) $\dfrac{(\alpha+1)(\alpha-2)^2-4(\alpha+1)}{\alpha^3+\alpha^2}=\dfrac{(\alpha+1)[(\alpha-2)^2-4]}{\alpha^2(\alpha+1)}=$

$=\dfrac{(\alpha+1)[(\alpha-2)-2][(\alpha-2)+2]}{\alpha^2(\alpha+1)}=\dfrac{\alpha(\alpha-4)(\alpha+1)}{\alpha^2(\alpha+1)}=\dfrac{\alpha-4}{\alpha}$ με $\alpha\neq 0$ και $\alpha\neq -1$

Άσκηση 6

Ένας λαμπαδηδρόμος κατά τα τελευταία μέτρα της διαδρομής του διήνυσε την απόσταση ΑΒ με σταθερή ταχύτητα 5m/sec. Φτάνοντας στο σημείο Β, ένας άλλος λαμπαδηδρόμος ξεκινώντας από το σημείο Β διήνυσε την απόσταση ΒΓ με σταθερή επιτάχυνση 4 m/sec^2. Αν ο χρόνος που κινήθηκε κάθε αθλητής ήταν t sec, να αποδείξετε ότι η μέση ταχύτητα με την οποία διανύθηκε η απόσταση ΑΓ ήταν $t + \frac{5}{2}$ m/sec.

Λύση

Στην κίνηση με σταθερή ταχύτητα ο τύπος που δίνει την απόσταση **s** ως συνάρτηση του χρόνου **t** (όπου εδώ είναι ο χρόνος που αρχίζει να μετρά από τη στιγμή που αρχίζει η ευθύγραμμη ομαλή κίνηση) είναι: **s** = υt

Στην κίνηση με σταθερή επιτάχυνση **α** και αρχική ταχύτητα υ = 0 ο τύπος που δίνει την απόσταση **s** ως συνάρτηση του χρόνου **t** (όπου είναι ο χρόνος που αρχίζει να μετρά από τη στιγμή που αρχίζει η επιταχυνόμενη κίνηση) είναι: $\mathbf{s} = \frac{1}{2}\alpha t^2$

Άρα προκύπτει ότι $\mathbf{s_1} = ΑΒ = 5t$

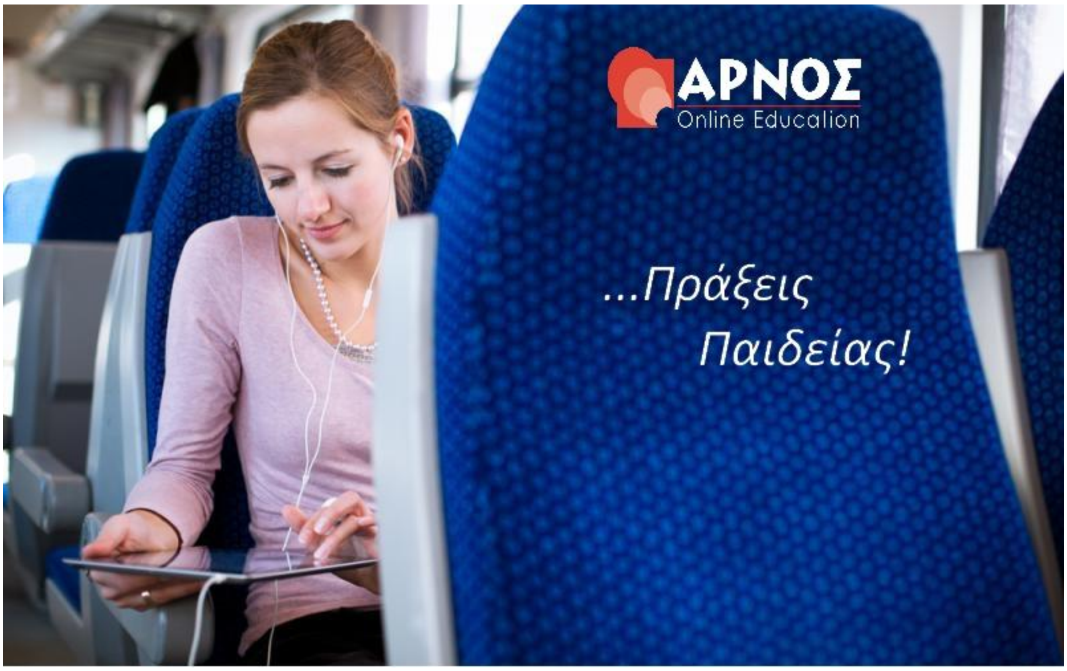
και $\mathbf{s_2} = ΒΓ = \frac{1}{2}\cdot 4\cdot t^2 = 2t^2$.

Η μέση ταχύτητα είναι $\upsilon_{\mu\varepsilon\sigma} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{5t + 2t^2}{2t} = \frac{5t}{2t} + \frac{2t^2}{2t} = t + \frac{5}{2}$ m/sec

Επιμέλεια: Βασίλης Γκιμίσης – MED - Μαθηματικός

Φροντιστηριακό e-μάθημα

Γυμνάσιο: 9.000 μαθήματα με βίντεο-διδασκαλία
για όλο το σχολικό έτος μόνο με 150 ευρώ!



Μελέτη όπου, όποτε και όσο εσύ θες!

Διδάσκουμε μεθοδικά σε βίντεο τη θεωρία του σχολικού βιβλίου και λύνουμε όλες τις ασκήσεις

Δημιουργούμε συνεχώς νέα βίντεο με διδασκαλία για τις εκπαιδευτικές σου απαιτήσεις

Παίζουμε και μαθαίνουμε με on line test αξιολόγησης & SOS διαγωνίσματα προσομοίωσης για τις εξετάσεις

Λύνουμε απορίες ζωντανά on line καθημερινά 3 μ.μ. - 8 μ.μ.

…Πράξεις Παιδείας!