

1. Αλγεβρικές Παραστάσεις



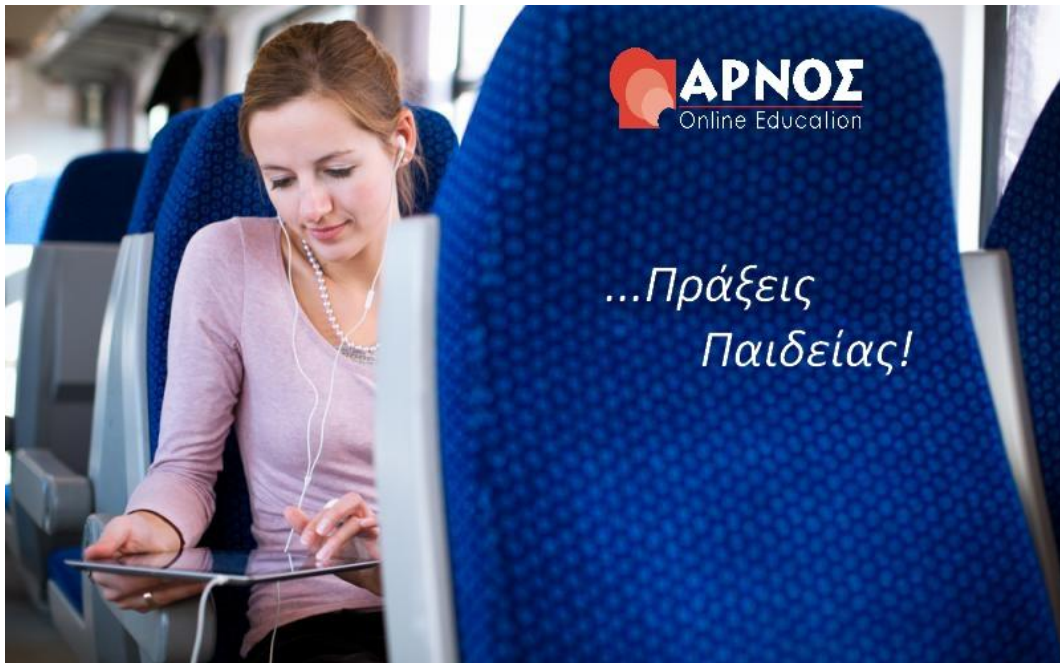
Λύσεις ασκήσεων Μαθηματικών Γ' Γυμνασίου

1.8 Ε.Κ.Π. και Μ.Κ.Δ. ακέραιων αλγεβρικών παραστάσεων

σχ. βιβλίο (σσ. 69-70)

Φροντιστηριακό e-μάθημα

Γυμνάσιο: 9.000 μαθήματα με βίντεο-διδασκαλία
για όλο το σχολικό έτος **μόνο με 150 ευρώ!**



Μελέτη όπου, όποτε και όσο εσύ θες!



Διδάσκουμε μεθοδικά σε βίντεο τη θεωρία του σχολικού βιβλίου και λύνουμε όλες τις ασκήσεις

Δημιουργούμε συνεχώς νέα βίντεο με διδασκαλία
για τις εκπαιδευτικές σου απαιτήσεις



Παίζουμε και μαθαίνουμε με on line test αξιολόγησης
& SOS διαγωνίσματα προσομοίωσης για τις εξετάσεις

Λύνουμε απορίες ζωντανά on line καθημερινά 3 μ.μ. - 8 μ.μ.



Λύσεις Ασκήσεων Μαθηματικών Γ' Γυμνασίου σχ. βιβλίου (σσ. 69 -70)

1.8 ΕΚΠ-ΜΚΔ ακεραίων αλγεβρικών παραστάσεων

Ερωτήσεις κατανόησης

Ερώτηση 1

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα αντιστοιχίζοντας σε κάθε ζεύγος παραστάσεων της στήλης Α το ΕΚΠ τους από την στήλη Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
	1. $6x^2(x+2)^2$
α. $x^4(x+2)^2, x(x+2)^3$	2. $x^3(x+2)^3$
β. $x^3(x+2), x(x+2)^3$	3. $6x^2(x+2)$
γ. $6x^2(x+2), 2x(x+2)^2$	4. $x^4(x+2)^3$

Απάντηση

Για να βρούμε το ΕΚΠ παρατηρώ τους παράγοντες των πολυωνύμων και εξετάζω ποιοί έχουν τους μεγαλύτερους εκθέτες.

α	β	γ
4	2	1

Ερώτηση 2

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα γράφοντας σε κάθε κενό το ΕΚΠ των παραστάσεων A , B .

$B \backslash A$	$4x^3$	$2x(x-1)$	$9(x-1)^2$
$6x^2$			
$x^2(x-1)$			
$8x^5$			

Απάντηση

Πολλαπλασιάζουμε κοινούς και μη κοινούς παράγοντες με εκθέτη τον μεγαλύτερο από τους εκθέτες.

$B \backslash A$	$4x^3$	$2x(x-1)$	$9(x-1)^2$
$6x^2$	$12x^3$	$6x^2(x-1)$	$18x^2(x-1)^2$
$x^2(x-1)$	$4x^3(x-1)$	$2x^2(x-1)$	$9x^2(x-1)^2$
$8x^5$	$8x^5$	$8x^5(x-1)$	$72x^5(x-1)^2$

Ερώτηση 3

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα αντιστοιχίζοντας σε κάθε ζεύγος παραστάσεων της στήλης A το ΜΚΔ τους από την στήλη B .

Στήλη A	Στήλη B
α. $6x^3(x+1)^2, 3x(x+1)^3$	1. $6x^2(x+1)^2$
β. $2x^2(x+1)^3, 3x^4(x+1)^3$	2. $3x(x+1)^2$
γ. $3x^2(x+1), 6x^3(x+1)^2$	3. $3x^2(x+1)$
δ. $(2^4 : 2^3) \cdot 2^2$	4. $x^2(x+1)^2$

Απάντηση

Όπως και στην προηγούμενη άσκηση, ελέγχουμε τους εκθέτες των γινομένων των πρώτων παραγόντων και επιλέγουμε τον παράγοντα με τον μεγαλύτερο εκθέτη

α	β	γ
2	4	3

Ερώτηση 4

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα γράφοντας σε κάθε κενό το ΜΚΔ των παραστάσεων A , B .

$B \backslash A$	$3x^2$	$x^4(x-2)^2$	$6(x-2)^3$
$6x(x-2)^2$			
$2x^3(x-2)$			
$3x^3(x-2)^3$			

Απάντηση

Αντίστοιχα, ΜΚΔ είναι το γινόμενο των πρώτων κοινών παραγόντων με εκθέτη των μικρότερων από τους εκθέτες του

$B \backslash A$	$3x^2$	$x^4(x-2)^2$	$6(x-2)^3$
$6x(x-2)^2$	$3x$	$x(x-2)^2$	$6(x-2)^2$
$2x^3(x-2)$	x^2	$x^3(x-2)$	$2(x-2)$
$3x^3(x-2)^3$	$3x^2$	$x^3(x-2)^2$	$3(x-2)^3$

Ασκήσεις

Άσκηση 1

Να βρείτε το ΕΚΠ και τον ΜΚΔ των παραστάσεων

α) $12 x^3 y^2 \omega^2$ $18 x^2 y \omega^3$ $24 x^2 y^3 \omega^4$
β) $15 \alpha \chi \gamma^3$ $10 \alpha x^2 \omega^2$ $5 \gamma \omega^2$
γ) $2x^2(x+y)^2$ $3\chi\gamma^3(x+y)^2$ $8x^2\gamma(x-y)(x+y)$

Λύση

Αναλύουμε σε πρώτους παράγοντες. Για το ΕΚΠ παίρνουμε κοινούς και μη κοινούς παράγοντες με εκθέτη τον μεγαλύτερο από τους εκθέτες. Για το ΜΚΔ παίρνουμε τους κοινούς παράγοντες με εκθέτη τον μικρότερο από τους εκθέτες.

α) $12 x^3 y^2 \omega^2 = 3 \cdot 2^2 x^3 y^2 \omega^2$
 $18 x^2 y \omega^3 = 2 \cdot 3^2 x^2 y \omega^3$
 $24 x^2 y^3 \omega^4 = 3 \cdot 2^3 x^2 y^3 \omega^4$
Οπότε: $\text{ΕΚΠ} = 3^2 \cdot 2^3 x^3 y^3 \omega^4 = 9 \cdot 8 x^3 y^3 \omega^4 = 72 x^3 y^3 \omega^4$
 $\text{ΜΚΔ} = 3 \cdot 2 x^2 y \omega^2 = 6 x^2 y \omega^2$

β) $15 \alpha \chi \gamma^3 = 3 \cdot 5 \alpha \chi \gamma^3$, $10 \alpha x^2 \omega^2 = 2 \cdot 5 \alpha x^2 \omega^2$, $5 \gamma \omega^2$
Οπότε: $\text{ΕΚΠ} = 3 \cdot 2 \cdot 5 \alpha x^2 \omega^2 \gamma^3 = 30 \alpha x^2 \omega^2 \gamma^3$
 $\text{ΜΚΔ} = 5$

γ) $2x^2(x+y)^2$, $3\chi\gamma^3(x+y)^2$, $2^3 x^2 \gamma(x-y)(x+y)$
Οπότε: $\text{ΕΚΠ} = 3 \cdot 2^3 x^2 \gamma^3 (x-y)(x+y)^2 = 24 x^2 \gamma^3 (x-y)(x+y)^2$
 $\text{ΜΚΔ} = x(x+y)$

Άσκηση 2

Να βρείτε το ΕΚΠ και τον ΜΚΔ των παραστάσεων

$$\begin{array}{lll} \alpha) & 6(x^2 - y^2) & 4(x - y)^2 & 12(x - y)^3 \\ \beta) & \alpha^2 - 3\alpha + 2 & \alpha^2 - 4 & \alpha^3 - 4\alpha \\ \gamma) & \alpha^3 - \alpha^2 & (\alpha^2 - \alpha)(\alpha^2 - 1) & \alpha^3 - 2\alpha^2 + \alpha \end{array}$$

Λύση

Ομοίως με την προηγούμενη άσκηση, αναλύουμε σε πρώτους παράγοντες και συγκρίνουμε τους εκθέτες.

$$\begin{array}{l} \alpha) \quad 6(x^2 - y^2) = 2 \cdot 3(x + y)(x - y) \\ \quad \quad 4(x - y)^2 = 2^2(x - y)^2 \\ \quad \quad 12(x - y)^3 = 3 \cdot 2^2(x - y)^3 \\ \text{Οπότε} \quad \text{ΕΚΠ} = 3 \cdot 2^2 (x + y)(x - y)^3 = 12 (x + y)(x - y)^3 \\ \quad \quad \text{ΜΚΔ} = 2(x - y) \\ \beta) \quad \alpha^2 - 3\alpha + 2 = (\alpha - 1)(\alpha - 2) \\ \quad \quad \alpha^2 - 4 = (\alpha - 2)(\alpha + 2) \\ \quad \quad \alpha^3 - 4\alpha = \alpha(\alpha - 2)(\alpha + 2) \\ \text{Οπότε} \quad \text{ΕΚΠ} = \alpha(\alpha - 2)(\alpha + 2)(\alpha - 1) \\ \quad \quad \text{ΜΚΔ} = \alpha - 2 \\ \gamma) \quad \alpha^3 - \alpha^2 = \alpha^2(\alpha - 1) \quad , \\ \quad \quad (\alpha^2 - \alpha)(\alpha^2 - 1) = \alpha(\alpha - 1)(\alpha - 1)(\alpha + 1) = \alpha(\alpha - 1)^2(\alpha + 1) \\ \quad \quad \alpha^3 - 2\alpha^2 + \alpha = \alpha(\alpha^2 - 2\alpha + 1) = \alpha(\alpha - 1)^2 \\ \text{Οπότε} \quad \text{ΕΚΠ} = \alpha^2(\alpha + 1)(\alpha - 1)^2 \\ \quad \quad \text{ΜΚΔ} = \alpha(\alpha - 1) \end{array}$$

Επιμέλεια: Βασίλης Γκιμίσσης – MED - Μαθηματικός



...Πράξεις Παιδείας!