

1. Αλγεβρικές Παραστάσεις



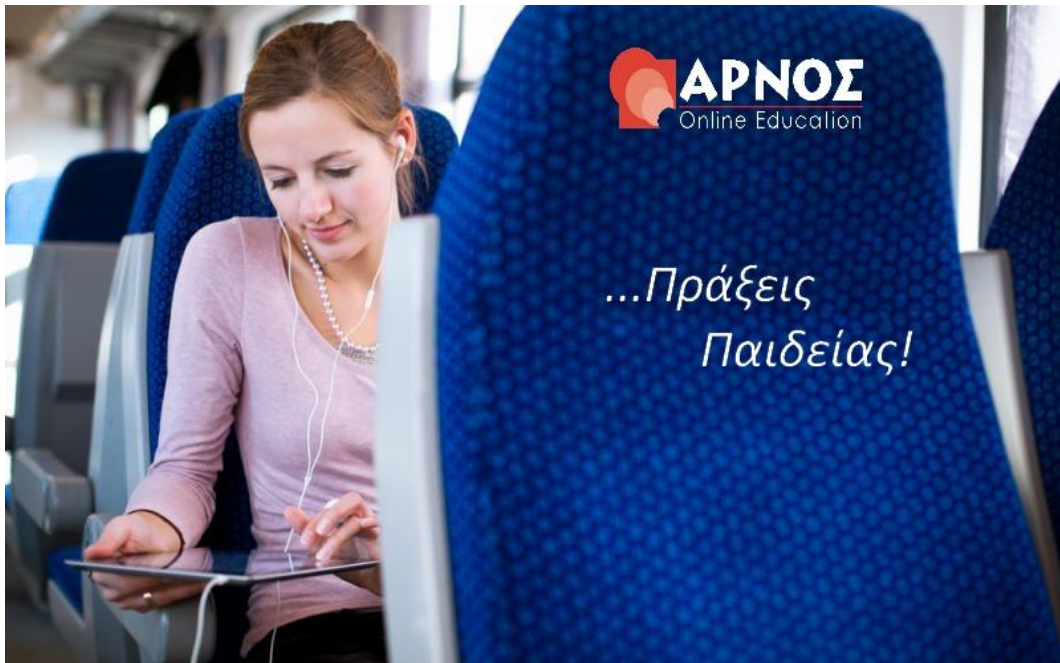
Λύσεις ασκήσεων Μαθηματικών Γ' Γυμνασίου

1.6 Παραγοντοποίηση αλγεβρικών παραστάσεων

σχ. βιβλίο (σσ. 60-62)

Φροντιστηριακό e-μάθημα

Γυμνάσιο: 9.000 μαθήματα με βίντεο-διδασκαλία για όλο το σχολικό έτος **μόνο με 150 ευρώ!**



Μελέτη όπου, όποτε και όσο εσύ θες!



Διδάσκουμε μεθοδικά σε βίντεο τη θεωρία του σχολικού βιβλίου και λύνουμε όλες τις ασκήσεις

Δημιουργούμε συνεχώς νέα βίντεο με διδασκαλία για τις εκπαιδευτικές σου απαιτήσεις



Παίζουμε και μαθαίνουμε με on line test αξιολόγησης & SOS διαγωνίσματα προσομοίωσης για τις εξετάσεις

Λύνουμε απορίες ζωντανά on line καθημερινά 3 μ.μ. - 8 μ.μ.



Λύσεις Ασκήσεων Μαθηματικών Γ' Γυμνασίου σχ. βιβλίου (σσ. 60 – 62)

1.6 Παραγοντοποίηση αλγεβρικών παραστάσεων

Ερωτήσεις κατανόησης

Ερώτηση 1

Ποιες από τις παρακάτω παραστάσεις είναι γινόμενο παραγόντων

- α) $2(x-y)(x+y)$ β) $2+(x-y)(x+y)$ γ) $4(\alpha-\beta)^2$
δ) $4+(\alpha-\beta)^2$ ε) $(x+2y)x-y$ στ) $(x+2y)(x-y)$
ζ) $(\alpha+\beta)(\alpha+3\beta)$ η) $(\alpha+\beta)(\alpha+3\beta)+1$

Απάντηση

Οι παραστάσεις πρέπει να είναι παραγοντοποιημένες και να προκύπτουν από γινόμενο παραγόντων. Άρα αποκλείουμε τις παραστάσεις που έχουν όρους έξω από το γινόμενο

Γινόμενο είναι οι παραστάσεις α, γ, στ και ζ

Ερώτηση 2

Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω ισότητες

- α) $8x+16=8(\dots\dots\dots)$ β) $3\alpha\gamma-\gamma^2=\gamma(\dots\dots\dots)$
γ) $6x^2+12x=\dots(x+2)$ δ) $-4x^2+8x=-4x(\dots\dots\dots)$
ε) $\sqrt{2}x+\sqrt{2}=\sqrt{2}(\dots\dots\dots)$
στ) $(x-1)^2-(x-1)=(x-1)(x-1-1)=(x-1)(\dots\dots\dots)$

Απάντηση

Μέσα στην παρένθεση βάζουμε τα πηλίκα των διαιρέσεων κάθε όρου με τον κοινό παράγοντα

$$\alpha) 8x + 16 = 8(x + 2)$$

$$\beta) 3\alpha\gamma - \gamma^2 = \gamma(3\alpha - \gamma)$$

$$\gamma) 6x^2 + 12x = 6x(x + 2)$$

$$\delta) -4x^2 + 8x = -4x(x - 2)$$

$$\epsilon) \sqrt{2}x + \sqrt{2} = \sqrt{2}(x + 1)$$

$$\sigma\tau) (x - 1)^2 - (x - 1) = (x - 1)(x - 1 - 1) = (x - 1)(x - 2)$$

Ερώτηση 3

Να επιλέξετε την σωστή απάντηση .

Η παράσταση $3x^3 + 3x^2 + x + 1$ παραγοντοποιείται ως εξής :

$$\alpha) 3x^2(x + 1) \quad \beta) (x + 3)(3x^2 - 1) \quad \gamma) (x + 1)(3x^2 + 1) \quad \delta) x(3x^2 + x + 1)$$

Απάντηση

Η σωστή απάντηση είναι το γ διότι $3x^3 + 3x^2 + x + 1 = 3x^2(x + 1) + (x + 1) = (x + 1)(3x^2 + 1)$

Ερώτηση 4

Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω ισότητες με (Σ) αν είναι σωστές και με (Λ) αν είναι λανθασμένες.

$$\alpha) x^2 - 2^2 = (x - 2)(x + 2)$$

$$\beta) x^2 - 9 = (x - 9)(x + 9)$$

$$\gamma) 112^2 - 12^2 = 100 \cdot 124$$

$$\delta) 4y^2 - 1 = (4y - 1)(4y + 1)$$

$$\epsilon) 4x^2 - \alpha^2 = (2x - \alpha)(2x + \alpha)$$

$$\sigma\tau) \alpha^2 - (\beta - 1)^2 = (\alpha + \beta - 1)(\alpha - \beta - 1)$$

Απάντηση

α) Είναι σωστό (Σ)

β) Είναι λάθος, (Λ) γιατί $x^2 - 9 = x^2 - 3^2 = (x-3)(x+3)$

γ) Είναι σωστό (Σ) γιατί $112^2 - 12^2 = (112 - 12)(112 + 12) = 100 \cdot 124$

δ) Είναι λάθος, (Λ) γιατί $4y^2 - 1 = (2y)^2 - 1^2 = (2y-1)(2y+1)$

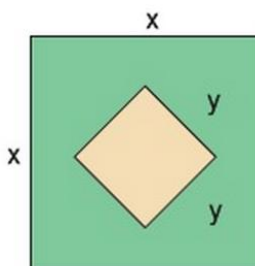
ε) Είναι σωστό (Σ) γιατί $4x^2 - \alpha^2 = (2x)^2 - \alpha^2 = (2x-\alpha)(2x+\alpha)$

στ) Είναι λάθος, (Λ) γιατί

$$\alpha^2 - (\beta - 1)^2 = [\alpha + (\beta - 1)][\alpha - (\beta - 1)] = (\alpha + \beta - 1)(\alpha - \beta + 1)$$

Ερώτηση 5

Αν ισχυριστούμε ότι το εμβαδόν του πράσινου μέρους είναι $(x-y)(x+y)$ αυτό είναι σωστό ή λάθος ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας .



Απάντηση

Το εμβαδόν του πράσινου μέρους προκύπτει αν από το εμβαδόν του τετραγώνου πλευράς x αφαιρέσουμε το εμβαδόν του τετραγώνου πλευράς y
 Επομένως πράσινη περιοχή = $x^2 - y^2 = (x+y)(x-y)$ άρα ο ισχυρισμός είναι σωστός

Ερώτηση 6

Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω ισότητες

- α) $\alpha^3 - 2^3 = (\alpha - 2)(\dots\dots\dots)$
- β) $\alpha^3 + 3^3 = (\alpha + 3)(\dots\dots\dots)$
- γ) $(2x)^3 - 1 = (2x - 1)(\dots\dots\dots)$
- δ) $1 + (5y)^3 = (1 + 5y)(\dots\dots\dots)$

Απάντηση

α) Διαφορά κύβων $\alpha^3 - \beta^3 = (\alpha - \beta)(\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2)$

$$\alpha^3 - 2^3 = (\alpha - 2)(\alpha^2 + 2\alpha + 4)$$

β) Άθροισμα κύβων $\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)(\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2)$

$$\alpha^3 + 3^3 = (\alpha + 3)(\alpha^2 - 3\alpha + 9)$$

γ) $(2x)^3 - 1 = (2x)^3 - 1^3 = (2x - 1)(4x^2 + 2x + 1)$

δ) $1 + (5y)^3 = 1^3 + (5y)^3 = (1 + 5y)(1 - 5y + 25y^2)$

Ερώτηση 7

Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω ισότητες με (Σ) αν είναι σωστές και με (Λ) αν είναι λανθασμένες.

α) $x^3 - 5^3 = (x - 5)(x^2 - 5x + 25)$

β) $8 + \alpha^3 = (2 + \alpha)(2^2 - 2\alpha + \alpha^2)$

γ) $(3y)^3 + 1 = (3y + 1)(3y^2 - 3y + 1)$

δ) $1 - (2\beta)^3 = (1 - 2\beta)(1 + 2\beta + 4\beta^2)$

Απάντηση

α) Είναι **λάθος**, (Λ) γιατί $x^3 - 5^3 = (x - 5)(x^2 + 5x + 25)$

β) Είναι **σωστό** (Σ) γιατί $8 + \alpha^3 = 2^3 + \alpha^3 = (2 + \alpha)(2^2 - 2\alpha + \alpha^2)$

γ) Είναι **λάθος**, (Λ) γιατί $(3y)^3 + 1 = (3y)^3 + 1^3 = (3y + 1)(9y^2 - 3y + 1)$

δ) Είναι **σωστό** (Σ) γιατί $1 - (2\beta)^3 = 1^3 - (2\beta)^3 = (1 - 2\beta)(1 + 2\beta + 4\beta^2)$

Ερώτηση 8

Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω ισότητες

α) $x^2 + 6x + 9 = (\dots\dots\dots)^2$ β) $4\alpha^2 - 4\alpha + 1 = (\dots\dots\dots)^2$

γ) $y^4 - 2y^2 + 1 = (\dots\dots\dots)^2$ δ) $25 + 10x^3 + x^6 = (\dots\dots\dots)^2$

Απάντηση

Είναι τα αντίστροφα ταυτοτήτων

$$\alpha) x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2 \quad \beta) 4\alpha^2 - 4\alpha + 1 = (2\alpha - 1)^2$$

$$\gamma) y^4 - 2y^2 + 1 = (y^2 - 1)^2 \quad \delta) 25 + 10x^3 + x^6 = (5 + x^3)^2$$

Ερώτηση 9

Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

Ο κύκλος εμβαδού $\pi\alpha^2 + 2\pi\alpha + \pi$ με $\alpha > 0$ έχει ακτίνα

$$\alpha) \alpha + 2 \quad \beta) \alpha^2 + 1 \quad \gamma) \alpha + 1 \quad \delta) \pi(\alpha + 1)$$

Απάντηση

Εμβαδόν κύκλου $E = \pi\rho^2$ **(1)**

$$\begin{aligned} \text{Άρα, σύμφωνα με την υπόθεση, (1)} \Rightarrow \pi\alpha^2 + 2\pi\alpha + \pi &= \pi(\alpha^2 + 2\alpha + 1) = \\ &= \pi(\alpha + 1)^2 \end{aligned}$$

Άρα $\rho = \alpha + 1$. Η σωστή απάντηση είναι το γ

Ερώτηση 10

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα

$x^2 + (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$	$\alpha\beta$	$\alpha + \beta$	α	β	$(x + \alpha)(x + \beta)$
$x^2 + 3x + 2$					
$x^2 - 3x + 2$					
$x^2 + 5x - 6$					
$x^2 + 5x + 6$					
$x^2 - x - 2$					
$x^2 + x - 2$					

Απάντηση

$x^2 + (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$	$\alpha\beta$	$\alpha + \beta$	α	β	$(x + \alpha)(x + \beta)$
$x^2 + 3x + 2$	2	3	2	1	$(x + 2)(x + 1)$
$x^2 - 3x + 2$	2	-3	-2	-1	$(x - 2)(x - 1)$
$x^2 + 5x - 6$	-6	5	6	-1	$(x + 6)(x - 1)$
$x^2 + 5x + 6$	6	5	3	2	$(x + 3)(x + 2)$
$x^2 - x - 2$	-2	-1	-2	1	$(x - 2)(x + 1)$
$x^2 + x - 2$	-2	1	2	-1	$(x + 2)(x - 1)$

Ερώτηση 11

Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω ισότητες

α) $x^2 + (\alpha + 2)x + 2\alpha = (x + \dots)(x + \dots)$

β) $x^2 + (\sqrt{2} + \sqrt{3})x + \sqrt{6} = (x + \dots)(x + \dots)$

Απάντηση

α) $x^2 + (\alpha + 2)x + 2\alpha = (x + \alpha)(x + 2)$

β) $x^2 + (\sqrt{2} + \sqrt{3})x + \sqrt{6} = (x + \sqrt{2})(x + \sqrt{3})$

Ασκήσεις

Άσκηση 1

Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις

α) $3\alpha + 6\beta$

β) $2x - 8$

γ) $8\omega^2 + 6\omega$

δ) $-9x^2 - 6x$

ε) $8\alpha^2\beta + 4\alpha\beta^2$

στ) $2x^2 - 2xy + 2x$

ζ) $\alpha^2\beta + \alpha\beta^2 - \alpha\beta$

η) $2\alpha^3 - 4\alpha^2 + 6\alpha^2\beta$

θ) $\sqrt{2}xy - \sqrt{18}y + \sqrt{8}y^2$

Λύση

Βγάζουμε το μεγαλύτερο κοινό παράγοντα.

α) $3\alpha + 6\beta = 3(\alpha + 2\beta)$

β) $2x - 8 = 2(x - 4)$

γ) $8\omega^2 + 6\omega = 2\omega(4\omega + 3)$

δ) $-9x^2 - 6x = -3x(3x + 2)$

ε) $8\alpha^2\beta + 4\alpha\beta^2 = 4\alpha\beta(2\alpha + \beta)$

στ) $2x^2 - 2xy + 2x = 2x(x - y + 1)$

ζ) $\alpha^2\beta + \alpha\beta^2 - \alpha\beta = \alpha\beta(\alpha + \beta - 1)$

η) $2\alpha^3 - 4\alpha^2 + 6\alpha^2\beta = 2\alpha^2(\alpha - 2 + 3\beta)$

θ) $\sqrt{2}xy - \sqrt{18}y + \sqrt{8}y^2 = \sqrt{2}y(x - \sqrt{9} + \sqrt{4}y) = \sqrt{2}y(x - 3 + 2y)$

Άσκηση 2

Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις

α) $x(\alpha - \beta) + y(\alpha - \beta)$

β) $\alpha(x + y) + \beta(x + y)$

γ) $(3x - 1)(x - 2) - (x + 4)(x - 2)$

δ) $\alpha^2(\alpha - 2) - 3(2 - \alpha)$

ε) $4x(x - 1) - x + 1$

στ) $2x^2(x - 3) - 6x(x - 3)^2$

Λύση

$$\alpha) x(\alpha - \beta) + \gamma(\alpha - \beta) = (\alpha - \beta)(x + \gamma)$$

$$\beta) \alpha(x + \gamma) + \beta(x + \gamma) = (x + \gamma)(\alpha + \beta)$$

$$\gamma) (3x - 1)(x - 2) - (x + 4)(x - 2) = (x - 2)[(3x - 1) - (x + 4)] = \\ = (x - 2)(3x - 1 - x - 4) = (x - 2)(2x - 5)$$

$$\delta) \alpha^2(\alpha - 2) - 3(2 - \alpha) = \alpha^2(\alpha - 2) + 3(\alpha - 2) = (\alpha - 2)(\alpha^2 + 3)$$

$$\epsilon) 4x(x - 1) - x + 1 = 4x(x - 1) - (x - 1) = (x - 1)(4x - 1)$$

$$\sigma\tau) 2x^2(x - 3) - 6x(x - 3)^2 = 2x(x - 3)[x - 3(x - 3)] = \\ = 2x(x - 3)(x - 3x + 9) = 2x(x - 3)(-2x + 9)$$

Άσκηση 3

i) Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις

$$\alpha) x^2 + x \quad \beta) 2y^2 - 5y \quad \gamma) \omega(\omega - 3) - 2(3 - \omega) \quad \delta) \alpha(3\alpha + 1) - 4\alpha$$

ii) Να επιλύσετε τις εξισώσεις

$$\alpha) x^2 + x = 0 \quad \beta) 2y^2 = 5y \quad \gamma) \omega(\omega - 3) - 2(3 - \omega) = 0 \quad \delta) \alpha(3\alpha + 1) = 4\alpha$$

Λύση

$$i) \alpha) x^2 + x = x(x + 1)$$

$$\beta) 2y^2 - 5y = y(2y - 5)$$

$$\gamma) \omega(\omega - 3) - 2(3 - \omega) = \omega(\omega - 3) + 2(\omega - 3) = (\omega - 3)(\omega + 2)$$

$$\delta) \alpha(3\alpha + 1) - 4\alpha = 3\alpha^2 + \alpha - 4\alpha = 3\alpha^2 - 3\alpha = 3\alpha(\alpha - 1)$$

ii) Για να είναι το γινόμενο $\alpha \cdot \beta$ ίσο με το μηδέν, πρέπει $\alpha = 0$ ή $\beta = 0$. Γνωρίζοντας τα παραπάνω έχουμε:

$$\alpha) x^2 + x = 0 \Leftrightarrow x(x+1) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ή } x + 1 = 0 \\ \Leftrightarrow x = 0 \text{ ή } x = -1$$

$$\beta) 2y^2 = 5y \Leftrightarrow 2y^2 - 5y = 0 \Leftrightarrow y(2y - 5) = 0 \\ \Leftrightarrow y = 0 \text{ ή } 2y - 5 = 0 \Leftrightarrow y = 0 \text{ ή } y = \frac{5}{2}$$

$$\gamma) \omega(\omega - 3) - 2(3 - \omega) = 0 \Leftrightarrow (\omega - 3)(\omega + 2) = 0 \Leftrightarrow \omega - 3 = 0 \text{ ή } \omega + 2 = 0 \\ \Leftrightarrow \omega = 3 \text{ ή } \omega = -2$$

$$\delta) \alpha(3\alpha + 1) = 4\alpha \Leftrightarrow \alpha(3\alpha + 1) - 4\alpha = 0 \Leftrightarrow 3\alpha(\alpha - 1) = 0 \\ \Leftrightarrow \alpha = 0 \text{ ή } \alpha - 1 = 0 \Leftrightarrow \alpha = 0 \text{ ή } \alpha = 1$$

Άσκηση 4

Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις

$$\alpha) x^2 + xy + ax + ay \quad \beta) x^3 - x^2 + x - 1 \quad \gamma) x^3 - 5x^2 + 4x - 20 \\ \delta) 2x^3 - 3x^2 + 4x - 6 \quad \epsilon) 4x^2 - 8x - ax + 2\alpha \quad \sigma\tau) 9\alpha\beta - 18\beta^2 + 10\beta - 5\alpha \\ \zeta) 12x^2 - 8xy - 15x + 10y \quad \eta) x^3 + \sqrt{2}x^2 + x + \sqrt{2} \quad \theta) \sqrt{6}x^2 + 2\sqrt{2}x - \sqrt{3}x - 2$$

Λύση

Κοινός παράγοντας κατά ομάδες (Ομαδοποίηση)

$$\alpha) x^2 + xy + ax + ay = x(x + y) + \alpha(x + y) = (x + y)(x + \alpha)$$

$$\beta) x^3 - x^2 + x - 1 = x^2(x - 1) + (x - 1) = (x - 1)(x^2 + 1)$$

$$\gamma) x^3 - 5x^2 + 4x - 20 = x^2(x-5) + 4(x-5) = (x-5)(x^2 + 4)$$

$$\delta) 2x^3 - 3x^2 + 4x - 6 = x^2(2x-3) + 2(2x-3) = (2x-3)(x^2 + 2)$$

$$\epsilon) 4x^2 - 8x - \alpha x + 2\alpha = 4x(x-2) - \alpha(x-2) = (x-2)(4x - \alpha)$$

$$\sigma\tau) 9\alpha\beta - 18\beta^2 + 10\beta - 5\alpha = 9\beta(\alpha - 2\beta) - 5(\alpha - 2\beta) = (\alpha - 2\beta)(9\beta - 5)$$

$$\zeta) 12x^2 - 8xy - 15x + 10y = 4x(3x-2y) - 5(3x-2y) = (3x-2y)(4x-5)$$

$$\eta) x^3 + \sqrt{2}x^2 + x + \sqrt{2} = x^2(x + \sqrt{2}) + (x + \sqrt{2}) = (x + \sqrt{2})(x^2 + 1)$$

$$\theta) \sqrt{6}x^2 + 2\sqrt{2}x - \sqrt{3}x - 2 = \sqrt{2}x(\sqrt{3}x + 2) - (\sqrt{3}x + 2) = (\sqrt{3}x + 2)(\sqrt{2}x - 1)$$

Άσκηση 5

Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις

$$\alpha) 7\alpha^2 + 10\alpha\beta + 3\beta^2 \quad \beta) 5x^2 - 8xy + 3y^2 \quad \gamma) 3x^2 - xy - 2y^2$$

Λύση

$$\alpha) 7\alpha^2 + 10\alpha\beta + 3\beta^2 = 7\alpha^2 + 7\alpha\beta + 3\alpha\beta + 3\beta^2 = 7\alpha(\alpha + \beta) + 3\beta(\alpha + \beta) = (\alpha + \beta)(7\alpha + 3\beta)$$

$$\beta) 5x^2 - 8xy + 3y^2 = 5x^2 - 5xy - 3xy + 3y^2 = 5x(x-y) - 3y(x-y) = (x-y)(5x-3y)$$

$$\gamma) 3x^2 - xy - 2y^2 = 3x^2 - 3xy + 2xy - 2y^2 = 3x(x-y) + 2y(x-y) = (x-y)(3x+2y)$$

Άσκηση 6

- α) Να αναλύσετε σε γινόμενο παραγόντων την παράσταση $\alpha^2\beta + \alpha\beta^2 - \alpha - \beta$
β) Αν για τους αριθμούς α, β ισχύει $\alpha^2\beta + \alpha\beta^2 = \alpha + \beta$, να αποδείξετε ότι οι αριθμοί α και β είναι αντίθετοι ή αντίστροφοι.

Λύση

α) $\alpha^2\beta + \alpha\beta^2 - \alpha - \beta = \alpha\beta(\alpha + \beta) - (\alpha + \beta) = (\alpha + \beta)(\alpha\beta - 1)$ **(1)**

β) $\alpha^2\beta + \alpha\beta^2 = \alpha + \beta \Leftrightarrow \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 - \alpha - \beta = 0$

Όμως ισχύει το **(1)** $(\alpha + \beta)(\alpha\beta - 1) = 0 \Leftrightarrow$ (ισχύει ένα απο τα δυο ενδεχόμενα)

$$\alpha + \beta = 0 \quad \text{ή} \quad \alpha\beta - 1 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\alpha = -\beta \quad \text{ή} \quad \alpha\beta = 1 \quad \Leftrightarrow$$

α, β αντίθετοι ή αντίστροφοι

Άσκηση 7

Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις

α) $2\alpha^2 - 2\alpha + \alpha\beta - \beta + \alpha\chi - \chi$ β) $2\alpha\beta - 4\beta + 5\alpha - 10 + 2\alpha\gamma - 4\gamma$

Λύση

α) $2\alpha^2 - 2\alpha + \alpha\beta - \beta + \alpha\chi - \chi = 2\alpha(\alpha - 1) + \beta(\alpha - 1) + \chi(\alpha - 1) = (\alpha - 1)(2\alpha + \beta + \chi)$

β) $2\alpha\beta - 4\beta + 5\alpha - 10 + 2\alpha\gamma - 4\gamma = 2\beta(\alpha - 2) + 5(\alpha - 2) + 2\gamma(\alpha - 2) =$
 $= (\alpha - 2)(2\beta + 5 + 2\gamma)$

Άσκηση 8

Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις

$$\begin{array}{lll} \alpha) x^2 - 9 & \beta) 16x^2 - 1 & \gamma) \alpha^2 - 9\beta^2 \\ \delta) \alpha^2\beta^2 - 4 & \epsilon) 36\omega^2 - (\omega + 5)^2 & \sigma\tau) 4(x + 1)^2 - 9(x - 2)^2 \\ \zeta) \frac{1}{x^2} - 16 & \eta) x^2 - 3 & \theta) x^2 - 2y^2 \end{array}$$

Λύση

Διαφορά τετραγώνων $\alpha^2 - \beta^2 = (\alpha + \beta)(\alpha - \beta)$

$$\begin{array}{l} \alpha) x^2 - 9 = x^2 - 3^2 = (x + 3)(x - 3) \\ \beta) 16x^2 - 1 = (4x)^2 - 1^2 = (4x + 1)(4x - 1) \\ \gamma) \alpha^2 - 9\beta^2 = \alpha^2 - (3\beta)^2 = (\alpha + 3\beta)(\alpha - 3\beta) \\ \delta) \alpha^2\beta^2 - 4 = (\alpha\beta)^2 - 2^2 = (\alpha\beta + 2)(\alpha\beta - 2) \\ \epsilon) 36\omega^2 - (\omega + 5)^2 = (6\omega)^2 - (\omega + 5)^2 = [6\omega + (\omega + 5)][6\omega - (\omega + 5)] = \\ = (6\omega + \omega + 5)(6\omega - \omega - 5) = (7\omega + 5)(5\omega - 5) = 5(7\omega + 5)(\omega - 1) \\ \sigma\tau) 4(x + 1)^2 - 9(x - 2)^2 = [2(x + 1)]^2 - [3(x - 2)]^2 = \\ = [2(x + 1) + 3(x - 2)][2(x + 1) - 3(x - 2)] = \\ = (2x + 2 + 3x - 6)(2x + 2 - 3x + 6) = (5x - 4)(8 - x) \\ \zeta) \frac{1}{x^2} - 16 = \left(\frac{1}{x}\right)^2 - 4^2 = \left(\frac{1}{x} + 4\right)\left(\frac{1}{x} - 4\right) \\ \eta) x^2 - 3 = x^2 - (\sqrt{3})^2 = (x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3}) \\ \theta) x^2 - 2y^2 = x^2 - (\sqrt{2}y)^2 = (x + \sqrt{2}y)(x - \sqrt{2}y) \end{array}$$

Άσκηση 9

Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις

α) $2x^2 - 32$ β) $28 - 7\gamma^2$ γ) $2x^3 - 2x$ δ) $5\alpha x^2 - 80\alpha$ ε) $2(x-1)^2 - 8$

Λύση

Συνδυασμοί προηγουμένων μεθόδων

α) $2x^2 - 32 = 2(x^2 - 16) = 2(x+4)(x-4)$

β) $28 - 7\gamma^2 = 7(4 - \gamma^2) = 7(2 + \gamma)(2 - \gamma)$

γ) $2x^3 - 2x = 2x(x^2 - 1) = 2x(x+1)(x-1)$

δ) $5\alpha x^2 - 80\alpha = 5\alpha(x^2 - 16) = 5\alpha(x+4)(x-4)$

ε) $2(x-1)^2 - 8 = 2[(x-1)^2 - 4] = 2(x-1+2)(x-1-2) = 2(x+1)(x-3)$

Άσκηση 10

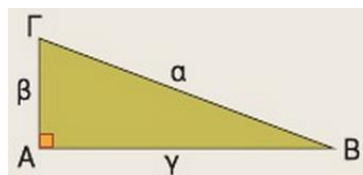
Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ να υπολογίσετε

την πλευρά γ όταν

α) $\alpha = 53$, $\beta = 28$

β) $\alpha = 0,37$, $\beta = 0,12$

γ) $\alpha = 26\lambda$, $\beta = 10\lambda$



Λύση

Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ εφαρμόζουμε το Πυθαγόρειο θεώρημα: $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2$

Όμως $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 \Leftrightarrow \gamma^2 = \alpha^2 - \beta^2$

α) $\gamma^2 = \alpha^2 - \beta^2 = 53^2 - 28^2 = (53+28)(53-28) = 81 \cdot 25$

άρα $\gamma = \sqrt{81 \cdot 25} = 9 \cdot 5 = 45$

β) $\gamma^2 = \alpha^2 - \beta^2 = 0,37^2 - 0,12^2 = (0,37 + 0,12)(0,37 - 0,12) = 0,49 \cdot 0,25$

Οπότε $\gamma = \sqrt{0,49 \cdot 0,25} = 0,7 \cdot 0,5 = 0,35$

$$\gamma) \gamma^2 = \alpha^2 - \beta^2 = (26\lambda)^2 - (10\lambda)^2 = (26\lambda + 10\lambda)(26\lambda - 10\lambda) = \lambda(26 + 10)\lambda(26 - 10) = \\ = \lambda^2 36 \cdot 16$$

$$\text{οπότε } \gamma = \sqrt{\lambda^2 36 \cdot 16} = \lambda \cdot 6 \cdot 4 = 24\lambda$$

Άσκηση 11

Να επιλύσετε τις εξισώσεις

$$\alpha) x^2 - 49 = 0 \quad \beta) 9x^3 - 4x = 0 \quad \gamma) x(x+1)^2 = 4x \quad \delta) (x+2)^3 = x+2$$

Λύση

Στηριζόμαστε στην ιδέα: Για να είναι το γινόμενο ίσο με το μηδέν, πρέπει κάποιος όρος να είναι ίσο με το μηδέν. Γι' αυτό αρχικά παραγοντοποιούμε.

$$\alpha) x^2 - 49 = 0 \Leftrightarrow (x+7)(x-7) = 0 \Leftrightarrow x+7 = 0 \text{ ή } x-7 = 0 \\ \Leftrightarrow x = -7 \text{ ή } x = 7$$

$$\beta) 9x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow x(9x^2 - 4) = 0 \Leftrightarrow \\ x(3x+2)(3x-2) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ή } 3x+2 = 0 \text{ ή } 3x-2 = 0 \\ \Leftrightarrow x = 0 \text{ ή } x = -\frac{2}{3} \text{ ή } x = \frac{2}{3}$$

$$\gamma) x(x+1)^2 = 4x \Leftrightarrow x(x+1)^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x[(x+1)^2 - 4] = 0 \Leftrightarrow x(x+1+2)(x+1-2) = 0 \\ \Leftrightarrow x(x+3)(x-1) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ή } x+3 = 0 \text{ ή } x-1 = 0 \\ \Leftrightarrow x = 0 \text{ ή } x = -3 \text{ ή } x = 1$$

$$\delta) (x+2)^3 = x+2 \Leftrightarrow (x+2)^3 - (x+2) = 0 \\ \Leftrightarrow (x+2)[(x+2)^2 - 1] = 0 \Leftrightarrow (x+2)(x+2+1)(x+2-1) = 0 \\ \Leftrightarrow x+2 = 0 \text{ ή } x+3 = 0 \text{ ή } x+1 = 0 \\ \Leftrightarrow x = -2 \text{ ή } x = -3 \text{ ή } x = -1$$

Άσκηση 12

Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις

α) $x^3 - 27$ β) $y^3 + 8$ γ) $\omega^3 + 64$ δ) $8x^3 - 1$ ε) $27y^3 + 1$

Λύση

α) $x^3 - 27 = x^3 - 3^3 = (x-3)(x^2 + 3x + 3^2) = (x-3)(x^2 + 3x + 9)$

β) $y^3 + 8 = y^3 + 2^3 = (y+2)(y^2 - 2y + 2^2) = (y+2)(y^2 - 2y + 4)$

γ) $\omega^3 + 64 = \omega^3 + 4^3 = (\omega + 4)(\omega^2 - 4\omega + 4^2) = (\omega + 4)(\omega^2 - 4\omega + 16)$

δ) $8x^3 - 1 = (2x)^3 - 1^3 = (2x-1)[(2x)^2 + 2x \cdot 1 + 1^2] = (2x-1)(4x^2 + 2x + 1)$

ε) $27y^3 + 1 = (3y)^3 + 1^3 = (3y+1)[(3y)^2 - 3y \cdot 1 + 1^2] = (3y+1)(9y^2 - 3y + 1)$

Άσκηση 13

Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις

α) $3x^3 - 24$ β) $16\alpha^4 + 2\alpha$ γ) $\frac{4}{3}\pi R^3 - \frac{4}{3}\pi r^3$ δ) $\alpha^4\beta + \alpha\beta^4$

Λύση

α) $3x^3 - 24 = 3(x^3 - 8) = 3(x^3 - 2^3) = 3(x-2)(x^2 + 2x + 2^2) = 3(x-2)(x^2 + 2x + 4)$

β) $16\alpha^4 + 2\alpha = 2\alpha(8\alpha^3 + 1) = 2\alpha[(2\alpha)^3 + 1^3] = 2\alpha(2\alpha+1)[(2\alpha)^2 - 2\alpha \cdot 1 + 1^2] =$
 $= 2\alpha(2\alpha+1)(4\alpha^2 - 2\alpha + 1)$

γ) $\frac{4}{3}\pi R^3 - \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi(R^3 - r^3) = \frac{4}{3}\pi(R-r)(R^2 + Rr + r^2)$

δ) $\alpha^4\beta + \alpha\beta^4 = \alpha\beta(\alpha^3 + \beta^3) = \alpha\beta(\alpha + \beta)(\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2)$

Άσκηση 14

Να συμπληρώσετε τις ισότητες

$$\begin{array}{ll} \alpha) x^3 - \dots = (x-3)(\dots + \dots + 9) & \beta) \dots + y^3 = (2x+y)(4x^2 - \dots + \dots) \\ \gamma) \alpha^3 - \dots = (\alpha-2\beta)(\dots + \dots + 4\beta^2) & \delta) \alpha^3 + \dots = (\alpha+5\beta)(\dots - \dots + 25\beta^2) \end{array}$$

Λύση

$$\begin{array}{ll} \alpha) x^3 - 27 = (x-3)(x^2 + 3x + 9) & \beta) 8x^3 + y^3 = (2x+y)(4x^2 - 2xy + y^2) \\ \gamma) \alpha^3 - 8\beta^3 = (\alpha-2\beta)(\alpha^2 + 2\alpha\beta + 4\beta^2) & \delta) \alpha^3 + 125\beta^3 = (\alpha+5\beta)(\alpha^2 - 5\alpha\beta + 25\beta^2) \end{array}$$

Άσκηση 15

Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις

$$\begin{array}{llll} \alpha) x^2 - 2x + 1 & \beta) y^2 + 4y + 4 & \gamma) \omega^2 - 6\omega + 9 & \delta) \alpha^2 + 10\alpha + 25 \\ \epsilon) 1 - 4\beta + 4\beta^2 & \sigma\tau) 9x^4 + 6x^2 + 1 & \zeta) 4y^2 - 12y + 9 & \eta) 16x^2 + 8xy + y^2 \\ \theta) 25\alpha^2 - 10\alpha\beta + \beta^2 & \iota) (\alpha + \beta)^2 - 2(\alpha + \beta) + 1 & \kappa) \frac{y^2}{9} - 2y + 9 & \lambda) x^2 + x + \frac{1}{4} \end{array}$$

Λύση

Πρόκειται για αντίστροφα αναπτύγματα τετραγώνων

$$\begin{array}{l} \alpha) x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2 \\ \beta) y^2 + 4y + 4 = (y+2)^2 \\ \gamma) \omega^2 - 6\omega + 9 = (\omega-3)^2 \\ \delta) \alpha^2 + 10\alpha + 25 = (\alpha+5)^2 \\ \epsilon) 1 - 4\beta + 4\beta^2 = (1-2\beta)^2 \\ \sigma\tau) 9x^4 + 6x^2 + 1 = (3x^2 + 1)^2 \\ \zeta) 4y^2 - 12y + 9 = (2y-3)^2 \\ \eta) 16x^2 + 8xy + y^2 = (4x+y)^2 \end{array}$$

θ) $25\alpha^2 - 10\alpha\beta + \beta^2 = (5\alpha - \beta)^2$

ι) $(\alpha + \beta)^2 - 2(\alpha + \beta) + 1 = [(\alpha + \beta) - 1]^2 = (\alpha + \beta - 1)^2$

κ) $\frac{y^2}{9} - 2y + 9 = \left(\frac{y}{3} - 3\right)^2$

λ) $x^2 + x + \frac{1}{4} = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2$

Άσκηση 16

Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις

α) $3x^2 + 24x + 48$ β) $-y^2 + 4y - 4$ γ) $2\alpha^2 - 8\alpha\beta + 8\beta^2$ δ) $4\alpha^3 + 12\alpha^2 + 9\alpha$

Λύση

Πρόκειται συνδυασμό εξαγωγής κοινού παράγοντα και αντίστροφα αναπτύγματα τετραγώνων

α) $3x^2 + 24x + 48 = 3(x^2 + 8x + 16) = 3(x + 4)^2$

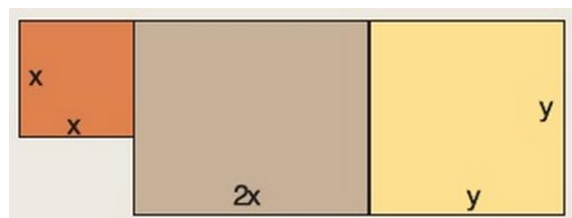
β) $-y^2 + 4y - 4 = -(y^2 - 4y + 4) = -(y - 2)^2$

γ) $2\alpha^2 - 8\alpha\beta + 8\beta^2 = 2(\alpha^2 - 4\alpha\beta + 4\beta^2) = 2(\alpha - 2\beta)^2$

δ) $4\alpha^3 + 12\alpha^2 + 9\alpha = \alpha(4\alpha^2 + 12\alpha + 9) = \alpha(2\alpha + 3)^2$

Άσκηση 17

- α) Να βρείτε ένα πολυώνυμο που να εκφράζει το εμβαδόν του διπλανού σχήματος



β) Να βρείτε την πλευρά ενός τετραγώνου που έχει εμβαδόν ίσο με το εμβαδόν του διπλανού σχήματος.

Λύση

α) Το διπλανό σχήμα αποτελείται από το τετράγωνο πλευράς x , το ορθογώνιο διαστάσεων $2x$ και y και το κίτρινο πλευρά y .

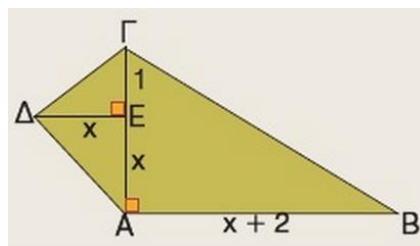
Επομένως το εμβαδόν του E είναι $E = x^2 + 2xy + y^2$

β) Επειδή $x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$, το τετράγωνο που έχει εμβαδόν ίσο με το εμβαδόν

σχήματος έχει πλευρά $x + y$.

Άσκηση 18

Να βρείτε την πλευρά ενός τετραγώνου που έχει εμβαδόν ίσο με το εμβαδόν του διπλανού τετραπλεύρου $ΑΒΓΔ$.



Λύση

Το εμβαδόν E είναι το σύνολο των επιμέρους εμβαδών

Των τριγώνων $ΔΓΕ$, $ΔΑΕ$ και $ΓΑΒ$

$$\begin{aligned} \text{Άρα } E &= (\Delta ΓΕ) + (\Delta ΑΕ) + (\Gamma ΑΒ) = \frac{1 \cdot x}{2} + \frac{x \cdot x}{2} + \frac{(x+1) \cdot (x+2)}{2} = \\ &= \frac{x + x^2 + x^2 + 2x + x + 2}{2} = \frac{2x^2 + 4x + 2}{2} = x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2 \end{aligned}$$

Επομένως το τετράγωνο που έχει εμβαδόν ίσο με το εμβαδόν του τετραπλεύρου $ΑΒΓΔ$ έχει πλευρά $x + 1$.

Άσκηση 19

Να παραγοντοποιήσετε τα τριώνυμα

α) $x^2 + 3x + 2$ β) $y^2 - 4y + 3$ γ) $\omega^2 + 5\omega + 6$ δ) $\alpha^2 + 6\alpha + 5$
ε) $x^2 - 7x + 12$ στ) $y^2 - y - 12$ ζ) $\omega^2 - 9\omega + 18$ η) $\alpha^2 + 3\alpha - 10$

Λύση

Πρόκειται για παραγοντοποίηση τριωνύμου της μορφής $x^2 + (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$

(θεωρία σ.57)

Ένα τριώνυμο της μορφής $x^2 + (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$

παραγοντοποιείται σύμφωνα με τον τύπο $x^2 + (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = (x + \alpha)(x + \beta)$

α) Για να παραγοντοποιήσουμε το τριώνυμο $x^2 + 3x + 2$ αναζητούμε δύο αριθμούς με γινόμενο 2 (σταθερός όρος) και άθροισμα 3 (συντελεστής του x). Οι αριθμοί αυτοί είναι το 1 και το 2. Άρα έχουμε:

$$x^2 + 3x + 2 = x^2 + (1 + 2)x + 1 \cdot 2 = (x + 1)(x + 2)$$

Ομοίως και τα υπόλοιπα

$$\beta) y^2 - 4y + 3 = (y - 1)(y - 3)$$

$$\gamma) \omega^2 + 5\omega + 6 = (\omega + 2)(\omega + 3)$$

$$\delta) \alpha^2 + 6\alpha + 5 = (\alpha + 1)(\alpha + 5)$$

$$\epsilon) x^2 - 7x + 12 = (x - 3)(x - 4)$$

$$\sigma\tau) y^2 - y - 12 = (y - 4)(y + 3)$$

$$\zeta) \omega^2 - 9\omega + 18 = (\omega - 3)(\omega - 6)$$

$$\eta) \alpha^2 + 3\alpha - 10 = (\alpha + 5)(\alpha - 2)$$

Άσκηση 20

Να παραγοντοποιήσετε τα τριώνυμα

$$\alpha) x^2 + (2 + \sqrt{3})x + 2\sqrt{3} \quad \beta) x^2 + (2\alpha + 3\beta)x + 6\alpha\beta \quad \gamma) x^2 + (3 - \sqrt{2})x - 3\sqrt{2}$$

Λύση

Ένα τριώνυμο της μορφής $x^2 + (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$

παραγοντοποιείται σύμφωνα με τον τύπο $x^2 + (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = (x + \alpha)(x + \beta)$

$$\alpha) x^2 + (2 + \sqrt{3})x + 2\sqrt{3} = (x + 2)(x + \sqrt{3})$$

$$\beta) x^2 + (2\alpha + 3\beta)x + 6\alpha\beta = (x + 2\alpha)(x + 3\beta)$$

$$\gamma) x^2 + (3 - \sqrt{2})x - 3\sqrt{2} = (x + 3)(x - \sqrt{2})$$

Άσκηση 21

Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις

$$\alpha) 2\omega^2 + 10\omega + 8 \quad \beta) 3\alpha^2 - 12\alpha - 15 \quad \gamma) \alpha x^2 - 7\alpha x + 6\alpha$$

Λύση

Πρόκειται συνδυασμό εξαγωγής κοινού παράγοντα και παραγοντοποίηση τριωνύμου της μορφής $x^2 + (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$

$$\alpha) 2\omega^2 + 10\omega + 8 = 2(\omega^2 + 5\omega + 4) = 2(\omega + 1)(\omega + 4)$$

$$\beta) 3\alpha^2 - 12\alpha - 15 = 3(\alpha^2 - 4\alpha - 5) = 3(\alpha - 5)(\alpha + 1)$$

$$\gamma) \alpha x^2 - 7\alpha x + 6\alpha = \alpha(x^2 - 7x + 6) = \alpha(x - 1)(x - 6)$$

Άσκηση 22

Να υπολογίσετε τις αριθμητικές παραστάσεις χωρίς να χρησιμοποιήσετε υπολογιστή τσέπης.

α) $1453 \cdot 1821 - 1453 \cdot 821$ β) $801^2 + 199 \cdot 801$ γ) $998^2 - 4$
δ) $999 \cdot 1001 + 1$ ε) $999^2 + 2 \cdot 999 + 1$ στ) $97^2 + 6 \cdot 97 + 9$

Λύση

Ο υπολογισμός εδώ γίνεται μέσω παραγοντοποίησης

α) $1453 \cdot 1821 - 1453 \cdot 821 = 1453(1821 - 821) = 1453 \cdot 1000 = 1453000$
β) $801^2 + 199 \cdot 801 = 801(801 + 199) = 801 \cdot 1000 = 801000$
γ) $998^2 - 4 = (998 + 2)(998 - 2) = 996 \cdot 1000 = 996000$
δ) $999 \cdot 1001 + 1 = (1000 - 1)(1000 + 1) + 1 = 1000^2 - 1 + 1 = 1000^2 = 1000000$
ε) $999^2 + 2 \cdot 999 + 1 = (999 + 1)^2 = 1000^2 = 1000000$
στ) $97^2 + 6 \cdot 97 + 9 = (97 + 3)^2 = 1000^2 = 1000000$

Άσκηση 23

Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις

α) $x^2y^2 - 4y^2 - x^2 + 4$ β) $x^4 - 1 + x^3 - x$ γ) $x^3(x^2 - 1) + 1 - x^2$
δ) $(x^2 + 9)^2 - 36x^2$ ε) $\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2 - \alpha + \beta$ στ) $x^2 - 2xy + y^2 - \omega^2$
ζ) $1 - \alpha^2 + 2\alpha\beta - \beta^2$ η) $y^2 - x^2 - 10y + 25$ θ) $2(x-1)(x^2-4) - 5(x-1)(x-2)^2$
ι) $(y^2 - 4)^2 - (y + 2)^2$ ια) $(\alpha^2 + \beta^2 - \gamma^2)^2 - 4\alpha^2\beta^2$ ιβ) $(x^2 + 9)(\alpha^2 + 4) - (\alpha x + 6)^2$

Λύση

Συνδυάζουμε τις μεθόδους που μάθαμε μέχρι τώρα. η παράσταση έχει αναλυθεί σε γινόμενο πρώτων παραγόντων. Παραγοντοποιούμε τις παραστάσεις μέχρις ότου αυτές να αναλυθούν σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.

$$\alpha) x^2y^2 - 4y^2 - x^2 + 4 = y^2(x^2 - 4) - (x^2 - 4) = (x^2 - 4)(y^2 - 1) = \\ = (x + 2)(x - 2)(y + 1)(y - 1)$$

$$\beta) x^4 - 1 + x^3 - x = x^3(x + 1) - (x + 1) = (x + 1)(x^3 - 1) = \\ = (x + 1)(x - 1)(x^2 + x + 1)$$

$$\gamma) x^3(x^2 - 1) + 1 - x^2 = x^3(x^2 - 1) - (x^2 - 1) = (x^2 - 1)(x^3 - 1) = \\ = (x - 1)(x + 1)(x - 1)(x^2 + x + 1) = (x - 1)^2(x + 1)(x^2 + x + 1)$$

$$\delta) (x^2 + 9)^2 - 36x^2 = (x^2 + 9)^2 - (6x)^2 = (x^2 + 9 + 6x)(x^2 + 9 - 6x) = \\ = (x + 3)^2(x - 3)^2$$

$$\epsilon) \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2 - \alpha + \beta = (\alpha - \beta)^2 - (\alpha - \beta) = (\alpha - \beta)(\alpha - \beta - 1)$$

$$\sigma\tau) x^2 - 2xy + y^2 - \omega^2 = (x - y)^2 - \omega^2 = (x - y + \omega)(x - y - \omega)$$

$$\zeta) 1 - \alpha^2 + 2\alpha\beta - \beta^2 = 1 - (\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2) = 1 - (\alpha - \beta)^2 = \\ = [1 - (\alpha - \beta)][1 + (\alpha - \beta)] = (1 - \alpha + \beta)(1 + \alpha - \beta)$$

$$\eta) y^2 - x^2 - 10y + 25 = (y - 5)^2 - x^2 = (y - 5 + x)(y - 5 - x)$$

$$\theta) 2(x - 1)(x^2 - 4) - 5(x - 1)(x - 2)^2 = 2(x - 1)(x - 2)(x + 2) - 5(x - 1)(x - 2)^2 = \\ = (x - 1)(x - 2)[2(x + 2) - 5(x - 2)] = \\ = (x - 1)(x - 2)(2x + 4 - 5x + 10) = \\ = (x - 1)(x - 2)(-3x + 14)$$

$$\begin{aligned} \iota) \quad (y^2 - 4)^2 - (y + 2)^2 &= [(y - 2)(y + 2)]^2 - (y + 2)^2 = (y - 2)^2(y + 2)^2 - (y + 2)^2 = \\ &= (y + 2)^2[(y - 2)^2 - 1] = (y + 2)^2(y - 2 + 1)(y - 2 - 1) = (y + 2)^2(y - 1)(y - 3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \iota\alpha) \quad (\alpha^2 + \beta^2 - \gamma^2)^2 - 4\alpha^2\beta^2 &= (\alpha^2 + \beta^2 - \gamma^2)^2 - (2\alpha\beta)^2 = \\ &= (\alpha^2 + \beta^2 - \gamma^2 + 2\alpha\beta)(\alpha^2 + \beta^2 - \gamma^2 - 2\alpha\beta) = [(\alpha + \beta)^2 - \gamma^2][(\alpha - \beta)^2 - \gamma^2] = \\ &= (\alpha + \beta + \gamma)(\alpha + \beta - \gamma)(\alpha - \beta + \gamma)(\alpha - \beta - \gamma) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \iota\beta) \quad (x^2 + 9)(\alpha^2 + 4) - (\alpha x + 6)^2 &= \alpha^2 x^2 + 4x^2 + 9\alpha^2 + 36 - (\alpha^2 x^2 + 12\alpha x + 36) = \\ &= \alpha^2 x^2 + 4x^2 + 9\alpha^2 + 36 - \alpha^2 x^2 - 12\alpha x - 36 = 4x^2 + 9\alpha^2 - 12\alpha x = (2x - 3\alpha)^2 \end{aligned}$$

Άσκηση 24

Ενός ορθογωνίου οι διαστάσεις x , y μειώθηκαν, επειδή έπρεπε να αυξηθεί το πλάτος των διπλανών δρόμων. Αν το εμβαδόν του οικοπέδου που απέμεινε είναι $xy - x - 2y + 2$ να βρείτε ποια θα μπορούσε να είναι η μείωση κάθε διάστασης.



Λύση

Παραγοντοποιούμε την και έχουμε :

$$xy - x - 2y + 2 = x(y - 1) - 2(y - 1) = (y - 1)(x - 2)$$

Παρατηρούμε το μήκος x μειώθηκε κατά 2 και έγινε $x - 2$ και το πλάτος y μειώθηκε κατά 1 και έγινε $y - 1$.

Επιμέλεια: Βασίλης Γκιμίσης – MED - Μαθηματικός



...Πράξεις Παιδείας!