1. Αλγεβρικές Παραστάσεις

$$4\,x^2\,y - 3\,x^2\,y = (4 - 3)\,x^2\,y = 1\,x^2\,y$$

$$4\,x^3\,y^2 * 3\,x^2\,y^4 = (4 * 3)\,x^{3+2}\,y^{2+4} = 12\,x^5\,y^6$$

Λύσεις ασκήσεων Μαθηματικών Γ' Γυμνασίου

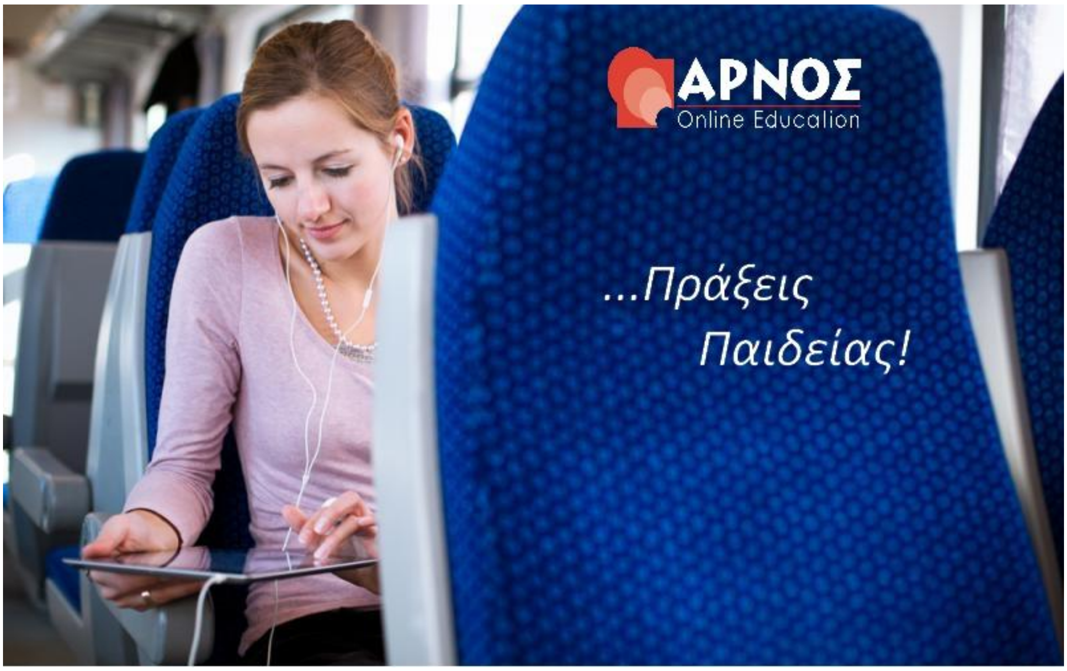
1.2.Β Πράξεις με μονώνυμα

σχ. βιβλίο (σσ. 32)

ΑΡΝΟΣ Online Education

Φροντιστηριακό e-μάθημα

Γυμνάσιο: 9.000 μαθήματα με βίντεο-διδασκαλία
για όλο το σχολικό έτος μόνο με 150 ευρώ!



Μελέτη όπου, όποτε και όσο εσύ θες!

Διδάσκουμε μεθοδικά σε βίντεο τη θεωρία του σχολικού βιβλίου και λύνουμε όλες τις ασκήσεις

Δημιουργούμε συνεχώς νέα βίντεο με διδασκαλία για τις εκπαιδευτικές σου απαιτήσεις

Παίζουμε και μαθαίνουμε με on line test αξιολόγησης & SOS διαγωνίσματα προσομοίωσης για τις εξετάσεις

Λύνουμε απορίες ζωντανά on line καθημερινά 3 μ.μ. - 8 μ.μ.

Λύσεις Ασκήσεων Μαθηματικών Γ΄ Γυμνασίου σχ. βιβλίου (σ. 32)

1.2 Β Πράξεις με μονώνυμα

Ερωτήσεις κατανόησης

Ερώτηση 1

Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) αν είναι σωστές και με (Λ) αν είναι λανθασμένες.

α) Το άθροισμα ομοίων μονωνύμων είναι μονώνυμο

β) Η διαφορά δύο μονωνύμων είναι μονώνυμο

γ) Το γινόμενο μονωνύμων είναι μονώνυμο

δ) Το πηλίκο δύο μονωνύμων είναι μονώνυμο

Απάντηση

α) Είναι σωστό. Με συντελεστή ίσο με το άθροισμα των συντελεστών τους

β) Είναι λάθος, γιατί δεν μας λένε αν είναι όμοια.

γ) Είναι σωστό, γιατί ο πολλαπλασιασμός μονωνύμων είναι πάντα μονώνυμο

δ) Είναι λάθος. Αντιπαράδειγμα: $6x^2y^2 : x^3y\omega = \dfrac{6x^2y^2}{x^3y\omega} = \dfrac{6y}{x\omega}$ δεν είναι μονώνυμο

Ερώτηση 2

Να συμπληρώσετε τις ισότητες

α) $-5x^2 + 2x^2 = \dots$ **β)** $-5x^2 \cdot 2x^3 = \dots$ **γ)** $3x - 2y + 2x = \dots$

δ) $4x^2y - yx^2 = \dots$ **ε)** $2xy \cdot y^2 = \dots$ **στ)** $6x^3y : 3xy$

ζ) $5x^4\omega^3(\dots.) = -10x^6\omega^4$ **η)** $\dfrac{-12x^3y}{\dots..} = \dfrac{4x^2}{y}$ **θ)** $3x^2y - \dots = -4x^2y$

Απάντηση

Προσθέσεις και αφαιρέσεις κάνουμε μεταξύ ομοίων μονωνύμων με τη χρήση της επιμεριστικής ιδιότητας ενώ οι πολλαπλασιασμοί και οι διαιρέσεις γίνονται με βάση τις ιδιότητες των δυνάμεων. Έτσι οι ισότητες συμπληρώνονται ως εξής:

α) $-5x^2 + 2x^2 = -3x^2$ **β)** $-5x^2 \cdot 2x^3 = -10x^5$ **γ)** $3x - 2y + 2x = 5x - 2y$

δ) $4x^2y - yx^2 = 3x^2y$ **ε)** $2xy \cdot y^2 = 2xy^3$ **στ)** $6x^3y : 3xy = 2x^2$

ζ) $5x^4\omega^3(-2x^2\omega) = -10x^6\omega^4$ **η)** $\dfrac{-12x^3y}{-3xy^2} = \dfrac{4x^2}{y}$ **θ)** $3x^2y - 7x^2y = -4x^2y$

Ασκήσεις

Άσκηση 1

Να κάνετε τις πράξεις

α) $-7x^2y + 4x^2y$ **β)** $4\alpha x^2 - 6\alpha x^2 + \alpha x^2$ **γ)** $6x^3 - \dfrac{9}{2}x^3$

δ) $0{,}25\ \alpha\beta - 0{,}35\ \alpha\beta + 0{,}5\alpha\beta$ **ε)** $\dfrac{2}{5}xy^2\omega^4 - 1{,}2\ xy^2\omega^4$

στ) $-3\sqrt{2}\,x^2 + 4\sqrt{2}\,x^2 - \sqrt{2}\,x^2$

Λύση

Προσθέσεις και αφαιρέσεις κάνουμε μεταξύ ομοίων μονωνύμων με τη χρήση της επιμεριστικής ιδιότητας

α) $-7x^2y + 4x^2y = (-7+4)x^2y = -3x^2y$

β) $4\alpha x^2 - 6\alpha x^2 + \alpha x^2 = (4-6+1)\alpha x^2 = -\alpha x^2$

γ) $6x^3 - \frac{9}{2}x^3 = \left(6-\frac{9}{2}\right)x^3 = \frac{3}{2}x^3$

δ) $0{,}25\,\alpha\beta - 0{,}35\,\alpha\beta + 0{,}5\alpha\beta = (0{,}25 - 0{,}35 + 0{,}5)\,\alpha\beta = 0{,}4\alpha\beta$

ε) $\frac{2}{5}xy^2\omega^4 - 1{,}2\,xy^2\omega^4 = \left(\frac{2}{5} - 1{,}2\right)xy^2\omega^4 = \left(\frac{2}{5} - \frac{12}{10}\right)xy^2\omega^4 =$

$= \left(\frac{2}{5} - \frac{6}{5}\right)xy^2\omega^4 = -\frac{4}{5}xy^2\omega^4$

στ) $-3\sqrt{2}x^2 + 4\sqrt{2}x^2 - \sqrt{2}x^2 = (-3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - \sqrt{2})x^2 = 0x^2 = 0$

Άσκηση 2

Να υπολογίσετε τα γινόμενα

α) $-3x\cdot 5x^2$ **β)** $6x^2\cdot \frac{3}{4}x^3$ **γ)** $2xy^3\cdot(-3x^2y)$

δ) $-3x^2y\cdot(-2xy^4\omega)$ **ε)** $-\frac{1}{3}\alpha\beta^3\cdot 4\alpha\beta^3$ **στ)** $\frac{4}{3}x^3\alpha^2\cdot\left(-\frac{1}{4}x\alpha^3\right)$

ζ) $\left(-\frac{2}{5}xy^3\right)\cdot(-3x^2\omega)\left(-\frac{5}{6}y\omega^3\right)$

Λύση

Τα γινόμενα (οι πολλαπλασιασμοί) γίνονται με βάση τις ιδιότητες των δυνάμεων. Επίσης προσέξτε ότι αν ένα κλάσμα απλοποιείται, πρέπει να απλοποιηθεί.

α) $-3x\cdot 5x^2 = -3\cdot 5\, x\cdot x^2 = -15x^3$

β) $6x^2\cdot \frac{3}{4}x^3 = 6\cdot \frac{3}{4}\, x^2\cdot x^3 = \frac{18}{4}x^5 = \frac{9}{2}x^5$

γ) $2xy^3\cdot(-3x^2y) = 2\cdot(-3)\cdot x\cdot x^2\, y^3\cdot y = -6x^3y^4$

δ) $-3x^2y\cdot(-2xy^4\omega) = -3\cdot(-2)\cdot x^2\cdot x\, y\cdot y^4\cdot\omega = 6x^3y^5\omega$

ε) $-\frac{1}{3}\alpha\beta^3\cdot 4\alpha\beta^3 = -\frac{1}{3}\cdot 4\cdot \alpha\cdot\alpha\beta^3\cdot\beta^3 = -\frac{4}{3}\alpha^2\beta^6$

στ) $\frac{4}{3}x^3\alpha^2\cdot\left(-\frac{1}{4}x\alpha^3\right) = \frac{4}{3}\left(-\frac{1}{4}\right)x^3\cdot x\cdot\alpha^2\cdot\alpha^3 = -\frac{4}{12}x^4\alpha^5 = -\frac{1}{3}x^4\alpha^5$

ζ) $\left(-\frac{2}{5}xy^3\right)\cdot(-3x^2\omega)\left(-\frac{5}{6}y\omega^3\right) = \left(-\frac{2}{5}\right)\cdot(-3)\cdot\left(-\frac{5}{6}\right)\cdot x^3y^4\omega^4 = -x^3y^4\omega^4$

Άσκηση 3

Να υπολογίσετε τα πηλίκα

α) $12\alpha^3 : (-3\alpha)$ **β)** $8x^2y:(2xy^2)$ **γ)** $\left(-\frac{1}{3}\alpha^3\beta^5\right):\left(\frac{6}{5}\alpha^2\beta^2\right)$

δ) $(0{,}84\,x^2\omega^5):(-0{,}12x\omega^3)$ **ε)** $(-x^3\alpha^4\omega):\left(-\frac{1}{4}x^2\alpha\right)$ **στ)** $(0{,}5\alpha^3\beta^7):\left(-\frac{7}{10}\alpha^2\beta^2\right)$

Λύση

Τα πηλίκα (οι διαιρέσεις) γίνονται με βάση τις ιδιότητες των δυνάμεων, γι' αυτό θα είναι καλύτερα να γραφεί στη μορφή κλάσματος. Επίσης προσέξτε ότι αν ένα κλάσμα απλοποιείται, πρέπει να απλοποιηθεί.

α) $12\alpha^3 : (-3\alpha) = \frac{12\alpha^3}{-3\alpha} = -4\alpha^2$

β) $8x^2y:(2xy^2) = \frac{8x^2y}{2xy^2} = \frac{4x}{y}$

γ) $\left(-\frac{1}{3}\alpha^3\beta^5\right):\left(\frac{6}{5}\alpha^2\beta^2\right) = \frac{-\frac{1}{3}\alpha^3\beta^5}{\frac{6}{5}\alpha^2\beta^2} = \frac{-\frac{1}{3}}{\frac{6}{5}}\alpha\beta^3 = -\frac{5}{18}\alpha\beta^3$

δ) $(0{,}84\,x^2\,\omega^5):(-0{,}12x\omega^3) = \frac{0{,}84x^2\omega^5}{-0{,}12x\omega^3} = -\frac{84x\omega^2}{12} = -7x\omega^2$

ε) $(-x^3\alpha^4\omega):\left(-\frac{1}{4}x^2\alpha\right) = \frac{-x^3\alpha^4\omega}{-\frac{1}{4}x^2\alpha} = \frac{-1}{-\frac{1}{4}}x\alpha^3\omega = 4\,x\alpha^3\omega$

στ) $(0{,}5\alpha^3\beta^7):\left(-\frac{7}{10}\alpha^2\beta^2\right) = \frac{0{,}5\alpha^3\beta^7}{-\frac{7}{10}\alpha^2\beta^2} = \frac{\frac{5}{10}}{-\frac{7}{10}}\alpha\beta^5 = -\frac{5}{7}\alpha\beta^5$

Άσκηση 4

Να κάνετε τις πράξεις

α) $\left(-\frac{1}{3}x^2y\right)^2 \cdot (6xy^3)$ **β)** $(-2x^2y^3)^3:(-8x^3y^4)$ **γ)** $(-2xy^4\omega^3)^2\cdot(-x^2y)^3$

Λύση

Πριν υπολογίσουμε τα γινόμενα και τα πηλίκα κάνουμε τις δυνάμεις. Κατά τα άλλα ισχύουν αυτά που συζητήθηκαν στις ασκήσεις 2 και 3.

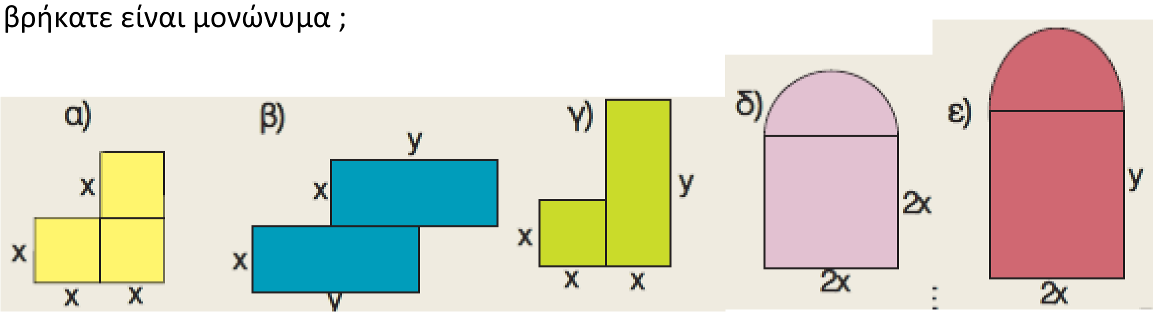
α) $\left(-\frac{1}{3}x^2y\right)^2 \cdot (6xy^3) = \left(\frac{1}{9}x^4y^2\right) \cdot (6xy^3) = \frac{6}{9}x^5y^5 = \frac{2}{3}x^5y^5$

β) $(-2x^2y^3)^3 : (-8x^3y^4) = \frac{-8x^6y^9}{-8x^3y^4} = x^3y^5$

γ) $(-2xy^4\omega^3)^2 \cdot (-x^2y)^3 = (4x^2y^8\omega^6) \cdot (-x^6y^3) = -4x^8y^{11}\omega^6$

Άσκηση 5

Να βρείτε το εμβαδόν των παρακάτω σχημάτων. Ποιες από τις εκφράσεις που βρήκατε είναι μονώνυμα ;



Λύση

α) Το εμβαδόν του πρώτου σχήματος είναι $E = 3x^2$ γιατί το σχήμα αποτελείται από τρία τετράγωνα με πλευρά x. Η παράσταση $3x^2$ είναι μονώνυμο.

β) Το εμβαδόν του δεύτερου σχήματος είναι $E = 2xy$, γιατί το σχήμα αποτελείται από δύο ορθογώνια διαστάσεων x , y. Η παράσταση $2xy$ είναι μονώνυμο.

γ) Το σχήμα αποτελείται από ένα ορθογώνιο διαστάσεων x , y και ένα τετράγωνο πλευράς x και ένα ορθογώνιο. Άρα το εμβαδόν του τρίτου σχήματος είναι
$E = x^2 + xy$.

Η παράσταση $x^2 + xy$ δεν είναι μονώνυμο. Είναι άθροισμα μονωνύμων.

δ) Το σχήμα αποτελείται από ένα τετράγωνο πλευρά $2x$ που έχει εμβαδόν $(2x)^2$ και ένα ημικύκλιο διαμέτρου $2x$ δηλαδή ακτίνας x, που έχει εμβαδόν $\frac{\pi x^2}{2}$

(Θυμηθείτε ότι το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου με ακτίνα x είναι πx^2. Εδώ όμως είναι το μισό.)

Άρα το ζητούμενο εμβαδόν είναι

$$E = (2x)^2 + \frac{\pi x^2}{2} = 4x^2 + \frac{\pi x^2}{2} = \left(4 + \frac{\pi}{2}\right)x^2 = \frac{8+\pi}{2}x^2, \text{ όπου } \pi = 3{,}14\ldots\ldots$$

Η παράσταση $\frac{8+\pi}{2}x^2$ είναι μονώνυμο με συντελεστή $\frac{8+\pi}{2}$.

ε) Το σχήμα αποτελείται από ένα ορθογώνιο διαστάσεων $2x$ και y που έχει εμβαδόν $2xy$ και ένα ημικύκλιο, με διάμετρο $2x$ δηλαδή ακτίνας x, που έχει εμβαδόν $\frac{\pi x^2}{2}$, όπου $\pi = 3{,}14\ldots\ldots$

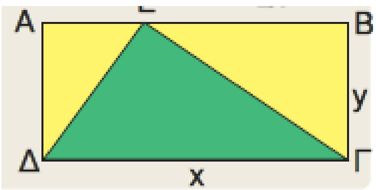
Άρα το ζητούμενο εμβαδόν είναι

$$E = 2xy + \frac{\pi x^2}{2}, \text{ όπου } \pi = 3{,}14\ldots\ldots$$

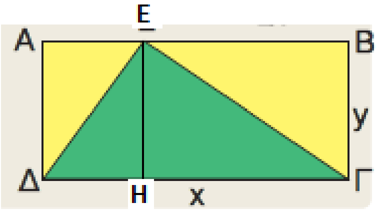
Η παράσταση $2xy + \frac{\pi x^2}{2}$ δεν είναι μονώνυμο. Είναι άθροισμα μονωνύμων.

Άσκηση 6

Να συγκρίνετε το εμβαδόν του πράσινου τριγώνου με το άθροισμα των εμβαδών των κίτρινων τριγώνων.



Λύση



Αν ΕΗ είναι το ύψος του τριγώνου τότε

ΕΗ = ΑΔ = ΒΓ = y.

Τότε το πράσινο τρίγωνο έχει εμβαδόν

(ΔΕΖ) = $\frac{\Delta\Gamma \cdot \mathrm{EH}}{2} = \frac{\mathrm{x}\cdot \mathrm{y}}{2} = \frac{1}{2}\mathrm{x}\cdot\mathrm{y}$

Επίσης

(ΑΕΔ) = $\frac{\mathrm{A}\Delta \cdot \mathrm{AE}}{2} = \frac{\mathrm{AE}\cdot \mathrm{y}}{2} = \frac{1}{2}\mathrm{AE}\cdot\mathrm{y}$

(ΒΕΓ) = $\frac{\mathrm{B}\Gamma \cdot \mathrm{BE}}{2} = \frac{\mathrm{BE}\cdot \mathrm{y}}{2} = \frac{1}{2}\mathrm{BE}\cdot\mathrm{y}$

Το άθροισμα των εμβαδών των δύο κίτρινων τριγώνων είναι

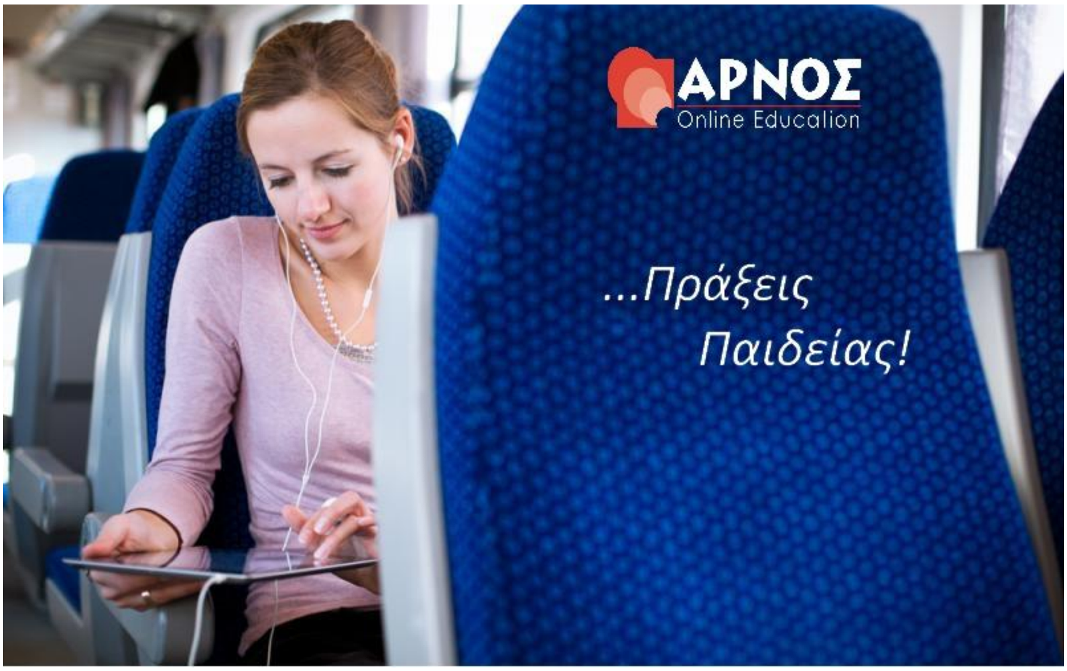
(ΑΕΔ) + (ΒΕΓ) = $\frac{1}{2}\mathrm{AE}\cdot\mathrm{y} + \frac{1}{2}\mathrm{BE}\cdot\mathrm{y} = \frac{1}{2}(\mathrm{AE}+\mathrm{BE})\cdot\mathrm{y} = \frac{1}{2}\cdot x\cdot y$

Άρα το εμβαδόν του πράσινου τριγώνου είναι ίσο με το άθροισμα των εμβαδών των δύο κίτρινων τριγώνων

Επιμέλεια: Βασίλης Γκιμίσης – MED - Μαθηματικός

Φροντιστηριακό e-μάθημα

Γυμνάσιο: 9.000 μαθήματα με βίντεο-διδασκαλία
για όλο το σχολικό έτος μόνο με 150 ευρώ!



Μελέτη όπου, όποτε και όσο εσύ θες!

Διδάσκουμε μεθοδικά σε βίντεο τη θεωρία του σχολικού βιβλίου και λύνουμε όλες τις ασκήσεις

Δημιουργούμε συνεχώς νέα βίντεο με διδασκαλία για τις εκπαιδευτικές σου απαιτήσεις

Παίζουμε και μαθαίνουμε με on line test αξιολόγησης & SOS διαγωνίσματα προσομοίωσης για τις εξετάσεις

Λύνουμε απορίες ζωντανά on line καθημερινά 3 μ.μ. - 8 μ.μ.

…Πράξεις Παιδείας!