

1. Αλγεβρικές Παραστάσεις



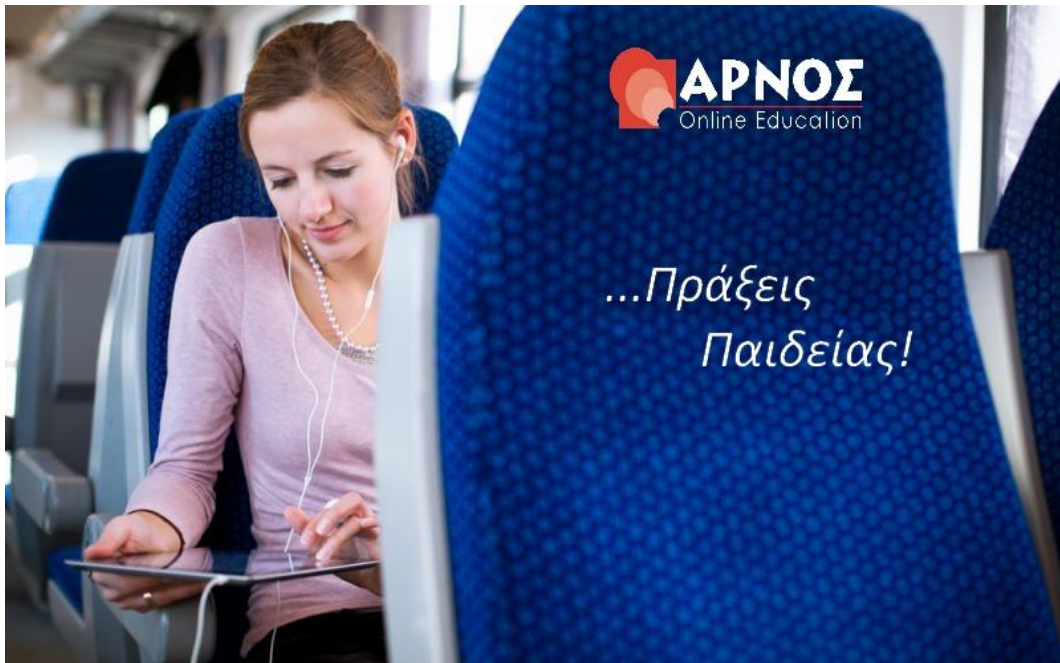
Λύσεις ασκήσεων Μαθηματικών Γ' Γυμνασίου

1.2.Α Αλγεβρικές παραστάσεις – Μονώνυμα

σχ. βιβλίο (σ. 27-29)

Φροντιστηριακό e-μάθημα

Γυμνάσιο: 9.000 μαθήματα με βίντεο-διδασκαλία για όλο το σχολικό έτος **μόνο με 150 ευρώ!**



Μελέτη όπου, όποτε και όσο εσύ θες!



Διδάσκουμε μεθοδικά σε βίντεο τη θεωρία του σχολικού βιβλίου και λύνουμε όλες τις ασκήσεις

Δημιουργούμε συνεχώς νέα βίντεο με διδασκαλία για τις εκπαιδευτικές σου απαιτήσεις



Παίζουμε και μαθαίνουμε με on line test αξιολόγησης & SOS διαγωνίσματα προσομοίωσης για τις εξετάσεις

Λύνουμε απορίες ζωντανά on line καθημερινά 3 μ.μ. - 8 μ.μ.



Λύσεις Ασκήσεων Μαθηματικών Γ' Γυμνασίου σχ. Βιβλίου (σσ. 27 -29)

1.2 Α Αλγεβρικές παραστάσεις – Μονώνυμα

Ερωτήσεις κατανόησης

Ερώτηση 1

Ποιες από τις παρακάτω αλγεβρικές παραστάσεις είναι μονώνυμα;

α) $-3x^2y$ β) $3 + x^2y$ γ) $\frac{x^3y}{\omega^2}$ δ) $2x^2y\omega^3$ ε) $(3 - \sqrt{2})\alpha\beta^3$ στ) $\frac{2}{3}\alpha\beta\gamma^3$

Απάντηση

Μονώνυμα ονομάζονται οι ακέραιες αλγεβρικές παραστάσεις στις οποίες μεταξύ των μεταβλητών σημειώνεται μόνο η πράξη του πολλαπλασιασμού. Οπότε,

Μονώνυμα είναι οι : (α), (δ), (ε), (στ)

Το (β) δεν είναι αφού, έχουμε άθροισμα ανόμοιων μεταβλητών.

Το (γ) δεν είναι αφού έχουμε και διαίρεση μεταξύ μεταβλητών που δεν απλοποιούνται ώστε να μην υπάρχει μεταβλητή στον παρονομαστή.

Προσέξτε ότι στο ε) $(3 - \sqrt{2})\alpha\beta^3$ το $(3 - \sqrt{2})$ είναι ο συντελεστής του μονώνυμου.

Ερώτηση 2

Ποια από τα παρακάτω μονώνυμα είναι όμοια ;

α) $6x^2y^2$ β) $-\frac{3}{5}xy^3$ γ) $-x^3y\omega$ δ) $-5y^3x$ ε) $\frac{\omega yx^3}{4}$ στ) $\frac{5}{2}y^2x^2$

ζ) $\frac{xy^3}{7}$ η) $-x^2y^2$ θ) $yx^3\omega$ ι) $\sqrt{2}xy^3$

Απάντηση

Όμοια μονώνυμα είναι αυτά που έχουν το ίδιο κύριο μέρος

Όμοια είναι τα : (α) , (στ) , (η) με κύριο μέρος x^2y^2

Επίσης τα : (β) , (δ) , (ζ) , (ι) με κύριο μέρος xy^3

καθώς και τα (γ) , (ε) , (θ) με κύριο μέρος x^3y

Ερώτηση 3

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα

Μονώνυμο	Συντελεστής	Κύριο μέρος	Βαθμός ως προς x	Βαθμός ως προς y	Βαθμός ως προς x και y
$5xy^4$					
$-xy^2$					
$\frac{1}{7}x^2y^5$					
$-\sqrt{3}x^4$					

Απάντηση

Ο βαθμός ως προς x είναι ο εκθέτης του x, βαθμός ως προς y είναι ο εκθέτης του y και ως προς x και y προκύπτει από το άθροισμα των επιμέρους βαθμών. Έτσι ο πίνακας γίνεται,

Μονώνυμο	Συντελεστής	Κύριο μέρος	Βαθμός ως προς x	Βαθμός ως προς y	Βαθμός ως προς x και y
$5xy^4$	5	xy^4	1^{00}	4^{00}	5^{00}
$-xy^2$	-1	xy^2	1^{00}	2^{00}	3^{00}
$\frac{1}{7}x^2y^5$	$\frac{1}{7}$	x^2y^5	2^{00}	5^{00}	7^{00}
$-\sqrt{3}x^4$	$-\sqrt{3}$	x^4	4^{00}	0^{00}	4^{00}

Ερώτηση 4

Ένα μονώνυμο έχει συντελεστή $-\frac{1}{3}$ και κύριο μέρος $xy^2\omega^3$. Να βρείτε το ίσο του και το αντίθετό του μονώνυμο.

Απάντηση

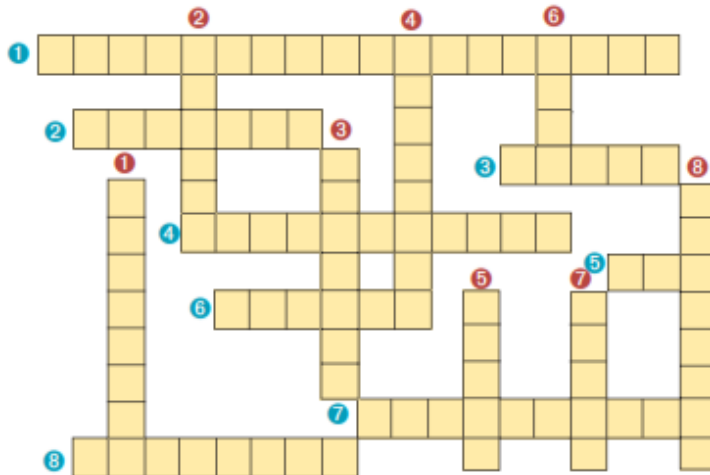
Ίσα μονώνυμα λέγονται αυτά που έχουν τον ίδιο συντελεστή, ενώ αντίθετα λέγονται αυτά που έχουν αντίθετους συντελεστές. Άρα:

Ίσο μονώνυμο με το δοσμένο είναι το $-\frac{1}{3} xy^2\omega^3$

Αντίθετο του δοσμένου είναι το $\frac{1}{3} xy^2\omega^3$

Ερώτηση 5

Να λύσετε το σταυρόλεξο



Οριζόντια

1. Έκφραση που περιέχει αριθμούς και μεταβλητές συνδεδεμένες με τα σύμβολα των πράξεων (δύο λέξεις)
2. Είναι τα μονώνυμα 8 , -5 , 0 , 3
3. Είναι ο βαθμός του μονωνύμου $3x^2\omega$ ως προς γ
4. Στο μονώνυμο $-2x^2\gamma$ είναι το -2
5. Είναι τα μονώνυμα $-\frac{6}{2}x^3\gamma$, $-3x^3\gamma$
6. Ο συντελεστής του μονωνύμου xy
7. Είναι το $x\gamma\omega^2$ στο μονώνυμο $4x\gamma\omega^2$ (δύο λέξεις)
8. Η απλούστερη αλγεβρική παράσταση

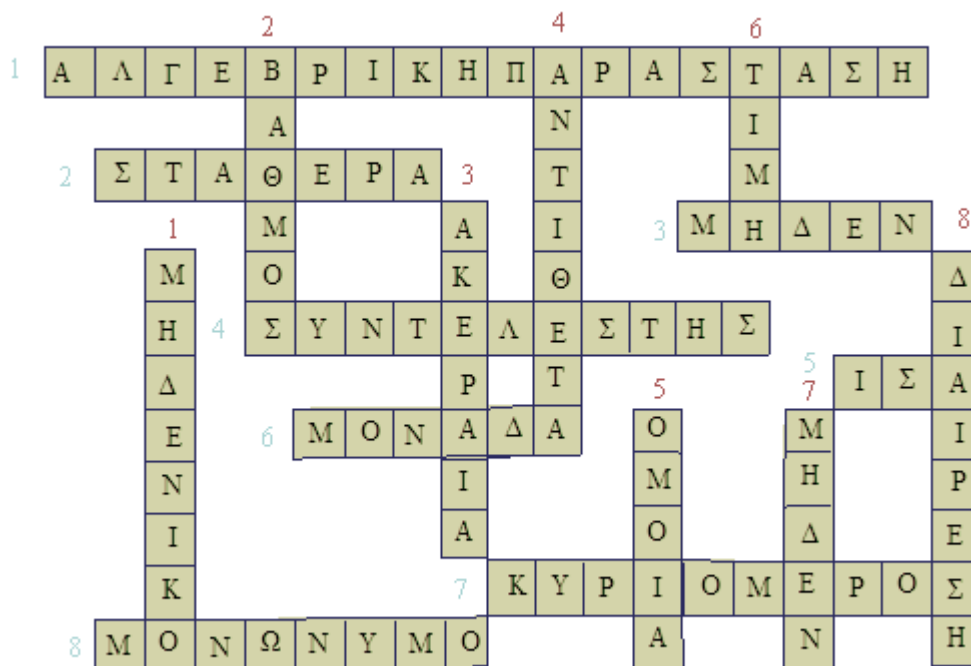
Κάθετα

1. Το μονώνυμο αυτό δεν έχει βαθμό
2. Στο μονώνυμο $7x^4\gamma\omega^5$ ως προ x είναι 4
3. Παράσταση που μεταξύ των μεταβλητών της σημειώνονται μόνο οι πράξεις της πρόσθεσης και του πολλαπλασιασμού .
4. Είναι τα μονώνυμα $5x\gamma^2$, $-\sqrt{25}x\gamma^2$
5. Είναι τα μονώνυμα $4\alpha^2\beta^5$, $-\alpha^2\beta^5$
6. Η ... του μονωνύμου $-2x^2\gamma$ για $x = 2$ και $\gamma = -1$ είναι 8
7. Είναι ο βαθμός των σταθερών μονωνύμων 6 , -3 και 7
8. Η πράξη αυτή δεν σημειώνεται μεταξύ των μεταβλητών ενός μονωνύμου.

Απάντηση

Οι απαντήσεις δίνονται στη θεωρία (σσ. 25-27).

Το σταυρόλεξο συμπληρωμένο είναι



Ασκήσεις

Άσκηση 1

Να βρείτε την αριθμητική τιμή των αλγεβρικών παραστάσεων

α) $-2xy^3 + x^2y - 4$ για $x = -2$ και $y = 1$

β) $\frac{2}{3}x\omega^2 + \frac{1}{2}\omega^3$ για $x = 3$ και $\omega = -2$

Λύση

Αντικαθιστούμε τις μεταβλητές με τις τιμές τους και έχουμε

α) $-2(-2) \cdot 1^3 + (-2)^2 \cdot 1 - 4 = 4 \cdot 1 + 4 \cdot 1 - 4 = 4 + 4 - 4 = 4$

β) $\frac{2}{3} \cdot 3 \cdot (-2)^2 + \frac{1}{2} (-2)^3 = \frac{2}{3} \cdot 3 \cdot 4 + \frac{1}{2} (-8) = 8 - 4 = 4$

Άσκηση 2

Ένα μονώνυμο έχει συντελεστή $-\frac{5}{7}$ και μεταβλητές α και β . Να προσδιορίσετε το μονώνυμο αν ο βαθμός του ως προς α είναι 2 και ως προς α και β είναι 5.

Λύση

Το μονώνυμο θα είναι της μορφής $-\frac{5}{7} \alpha^{\nu} \beta^{\mu}$. Αν ο βαθμός του ως προς α είναι 2

τότε $\nu = 2$. Αν ο βαθμός του μονώνυμου ως προς α και β είναι 5 τότε $\nu + \mu = 5$, άρα

$2 + \mu = 5$ οπότε $\mu = 3$. Επομένως το ζητούμενο μονώνυμο είναι το $-\frac{5}{7} \alpha^2 \beta^3$

Άσκηση 3

Να προσδιορίσετε την τιμή του φυσικού αριθμού n , ώστε το μονώνυμο $3x^ny^2$

- α) Να είναι μηδενικού βαθμού ως προς x
- β) Να είναι πέμπτου βαθμού ως προς x και y
- γ) Να έχει αριθμητική τιμή 48 για $x = 2$ και $y = -1$

Λύση

- α) Για να είναι μηδενικού βαθμού ως προς x , θα πρέπει ο εκθέτης του x να είναι 0, άρα $n = 0$.
- β) Για να είναι πέμπτου βαθμού ως προς x και y θα πρέπει οι εκθέτες να έχουν άθροισμα 5. Οπότε $n + 2 = 5$ άρα $n = 3$
- γ) **Θέτουμε όπου** $x = 2$ και $y = -1$ και την αριθμητική τιμή του μονώνυμου ίση με 48 και έχουμε:

$$3 \cdot 2^n \cdot (-1)^2 = 48 \quad \text{ή} \quad 3 \cdot 2^n \cdot 1 = 48 \quad \text{οπότε} \quad 2^n = \frac{48}{3} \quad \Leftrightarrow \quad 2^n = 16 \quad \Leftrightarrow \quad 2^n = 2^4$$

$$\text{άρα} \quad n = 4$$

Άσκηση 4

Να βρείτε τους αριθμούς k , λ , n ώστε τα μονώνυμα $4x^3y^n$, $\lambda x^k y^2$ να είναι

- α) όμοια
- β) ίσα
- γ) αντίθετα

Λύση

Με βάση τα κριτήρια ομοιότητας, ισότητας και αντίθεσης της σελίδας 26:

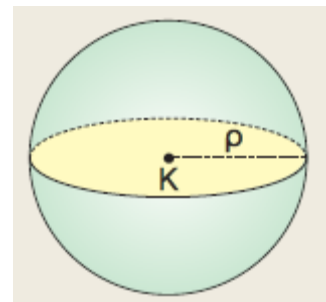
- α) Για να είναι όμοια πρέπει να έχουν το ίδιο κύριο μέρος, άρα $k = 3$ και $n = 2$ και λ οποιοσδήποτε πραγματικός αριθμός.

β) Για να είναι ίσα πρέπει να έχουν το ίδιο κύριο μέρος και τον ίδιο συντελεστή, άρα $\kappa = 3$ και $\nu = 2$ και $\lambda = 4$.

γ) Για να είναι ίσα πρέπει να έχουν το ίδιο κύριο μέρος και αντίθετους συντελεστές, άρα $\kappa = 3$ και $\nu = 2$ και $\lambda = -4$.

Άσκηση 5

Να γράψετε τα μονώνυμα που εκφράζουν το εμβαδόν και τον όγκο μίας σφαίρας που έχει ακτίνα ρ . Να προσδιορίσετε το συντελεστή, το κύριο μέρος και το βαθμό κάθε μονωνύμου. Ποια είναι η αριθμητική τιμή κάθε μονωνύμου όταν $\rho = 10$;



Λύση

Το εμβαδόν E μίας σφαίρας δίνεται από τον τύπο $E = 4\pi\rho^2$,

και ο όγκος V μίας σφαίρας δίνεται από τον τύπο $V = \frac{4}{3}\pi\rho^3$ με $\pi = 3,14..$

Οπότε:

Για το εμβαδόν E :

Συντελεστής: 4π , κύριο μέρος ρ^2 , βαθμός ως προς ρ : 2

Αριθμητική τιμή για $\rho = 10$: $E = 4\pi 10^2 = 4\pi 100 = 400\pi$

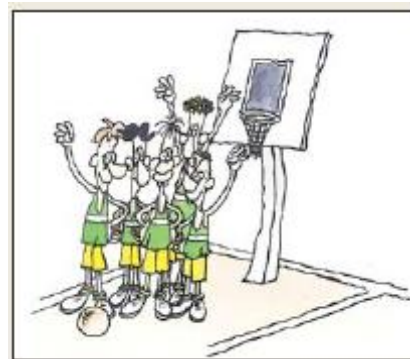
Για τον όγκο V :

Συντελεστής: $\frac{4}{3}\pi$, κύριο μέρος ρ^3 , βαθμός ως προς ρ : 3

Αριθμητική τιμή για $\rho = 10$: $V = \frac{4}{3}\pi 10^3 = \frac{4}{3}\pi 1000 = \frac{4000\pi}{3}$

Άσκηση 6

Μια ομάδα καλαθοσφαίρισης έδωσε 9 αγώνες. Να γράψετε μία αλγεβρική παράσταση που εκφράζει τους βαθμούς που συγκέντρωσε, αν σε κάθε νίκη παίρνει 2 βαθμούς και σε κάθε ήττα 1 βαθμό.



Λύση

Έστω ότι η ομάδα νίκησε σε x αγώνες. Επειδή σε κάθε νίκη παίρνει 2 βαθμούς, οι βαθμοί από τις νίκες είναι $2 \cdot x$.

Αφού έδωσε 9 αγώνες συνολικά θα έχασε σε $9 - x$ αγώνες. Επειδή σε κάθε ήττα παίρνει 1 βαθμό, οι βαθμοί από τις ήττες $(9 - x) \cdot 1 = 9 - x$.

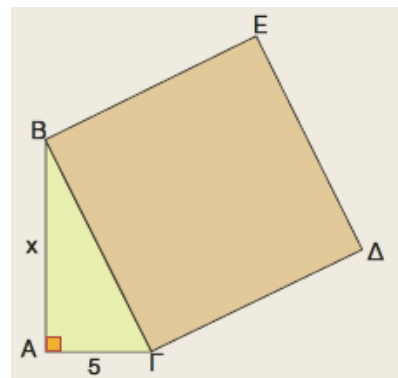
Η αλγεβρική παράσταση που εκφράζει σύνολο των βαθμών είναι:

$$\Pi = 2x + 9 - x = x + 9$$

Άσκηση 7

Να γράψετε την αλγεβρική παράσταση που εκφράζει το εμβαδόν του τετραγώνου ΒΓΔΕ.

Ποιο είναι το εμβαδόν όταν $x = 12$;



Λύση

Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ εφαρμόζουμε το Πυθαγόρειο θεώρημα και έχουμε:

$$B\Gamma^2 = AB^2 + A\Gamma^2 = x^2 + 5^2 = 25 + x^2$$

Το εμβαδόν (ΒΓΔΕ) του τετραγώνου ΒΓΔΕ είναι ίσο με

$$(B\Gamma\Delta E) = B\Gamma^2 \text{ . Άρα } (B\Gamma\Delta E) = 25 + x^2$$

Όταν $x = 12$ το εμβαδόν είναι: $(B\Gamma\Delta E) = 25 + 12^2 = 25 + 144 = 169$

Επιμέλεια: Βασίλης Γκιμίσης – ΜΕΔ - Μαθηματικός



...Πράξεις Παιδείας!