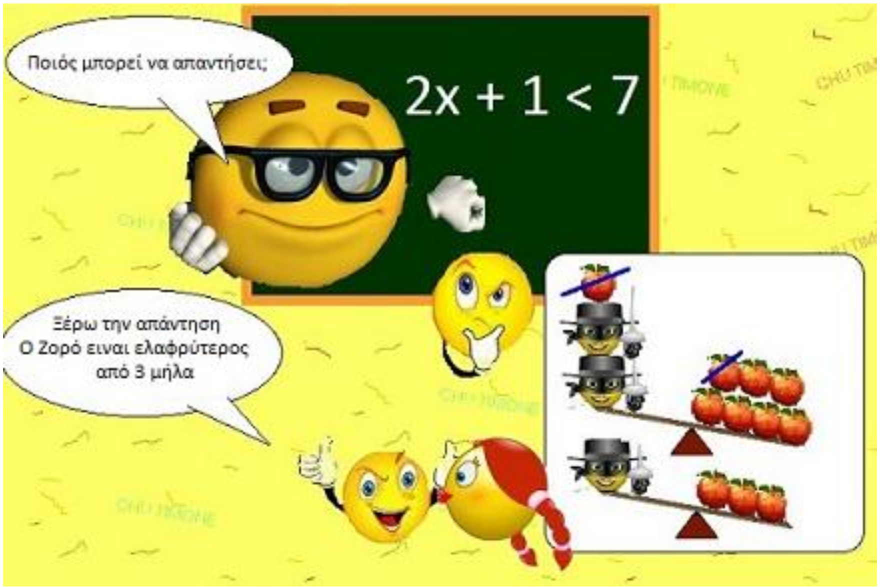
2. Εξισώσεις – Ανισώσεις



Λύσεις ασκήσεων Μαθηματικών Γ' Γυμνασίου

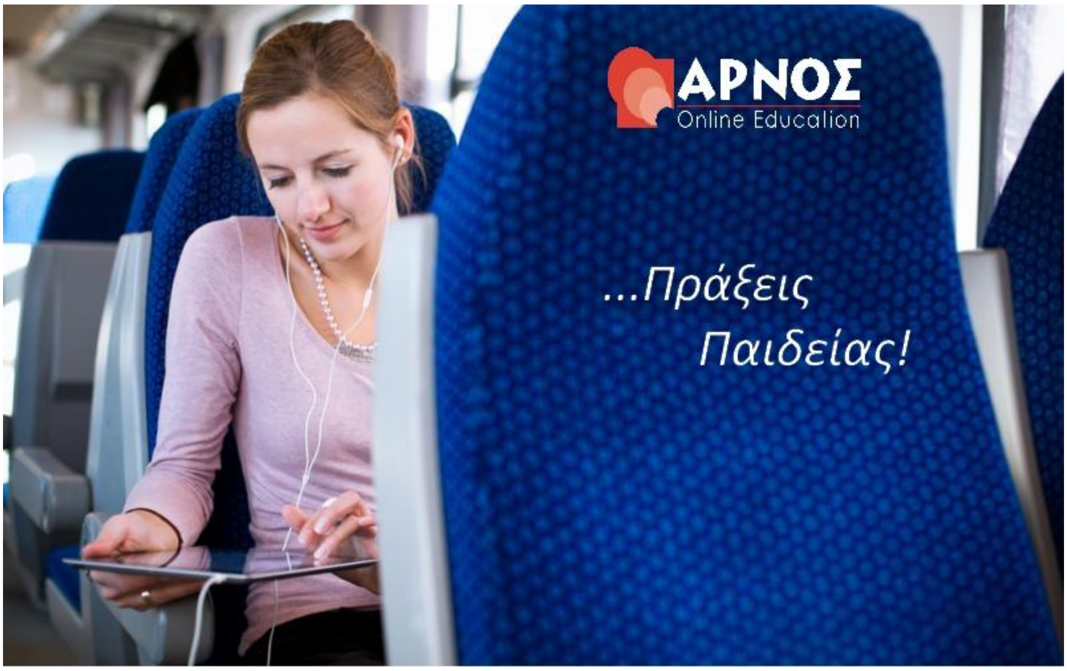
2.5 Ανισότητες - Ανισώσεις με έναν άγνωστο

σχ. βιβλίο (σσ. 115-117)

ΑΡΝΟΣ Online Education

Φροντιστηριακό e-μάθημα

Γυμνάσιο: 9.000 μαθήματα με βίντεο-διδασκαλία
για όλο το σχολικό έτος μόνο με 150 ευρώ!



Μελέτη όπου, όποτε και όσο εσύ θες!

Διδάσκουμε μεθοδικά σε βίντεο τη θεωρία του σχολικού βιβλίου και λύνουμε όλες τις ασκήσεις

Δημιουργούμε συνεχώς νέα βίντεο με διδασκαλία για τις εκπαιδευτικές σου απαιτήσεις

Παίζουμε και μαθαίνουμε με on line test αξιολόγησης & SOS διαγωνίσματα προσομοίωσης για τις εξετάσεις

Λύνουμε απορίες ζωντανά on line καθημερινά 3 μ.μ. - 8 μ.μ.

Λύσεις Ασκήσεων Μαθηματικών Γ΄ Γυμνασίου σχ. βιβλίου (σσ. 115-117)

2.5 Ανισότητες - Ανισώσεις με έναν άγνωστο

Ερωτήσεις κατανόησης

Ερώτηση 1

Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με ένα (Σ) αν είναι σωστές και με ένα (Λ) αν είναι λανθασμένες

α) Αν $\alpha < 6$ τότε $\alpha - 6 < 0$

β) Αν $\alpha > \beta$ τότε $-\alpha < -\beta$

γ) Αν $\alpha < 0$ τότε $-\alpha > 0$

δ) Αν $-3x > -12$ τότε $x > 4$

ε) Αν $\frac{x}{-4} > \frac{y}{-4}$ τότε $x > y$

στ) Αν $x > 0$ τότε $x + 5 > 0$

ζ) Αν $\alpha > 6$ και $\beta > -4$ τότε $\alpha + \beta > 2$

η) Αν $x > 2$ και $y > 3$ τότε $xy > 6$

Απάντηση

Χρησιμοποιούμε τις σχέσεις της θεωρίας για κάθε μία από τις ερωτήσεις

Αν $\alpha > \beta$ τότε $\alpha - \beta > 0$ ενώ Αν $\alpha < \beta$ τότε $\alpha - \beta < 0$

Αν $\alpha > \beta$ τότε $\alpha + \gamma > \beta + \gamma$ και $\alpha - \gamma > \beta - \gamma$

Αν $\alpha > \beta$ και $\gamma > 0$ τότε $\alpha\gamma > \beta\gamma$ και $\frac{\alpha}{\gamma} > \frac{\beta}{\gamma}$

Αν $\alpha > \beta$ και $\gamma < 0$ τότε $\alpha\gamma < \beta\gamma$ και $\frac{\alpha}{\gamma} < \frac{\beta}{\gamma}$

Αν $\alpha > \beta$ και $\gamma > \delta$ τότε $\alpha + \gamma > \beta + \delta$

Αν $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ θετικοί πραγματικοί αριθμοί με $\alpha > \beta$ και $\gamma > \delta$ τότε $\alpha\gamma > \beta\delta$

α) Είναι σωστό (Σ), Ισχύει από την θεωρία **Αν α > β τότε α + γ > β + γ και α − γ > β − γ**

β) Είναι σωστό (Σ), διότι πολλαπλασιάζουμε με -1

γ) Είναι σωστό (Σ). Αρνητικός αριθμός με αρνητικό πρόσημο είναι θετικός.

δ) Είναι λάθος (Λ). $-3x > -12 \Leftrightarrow 3x < 12 \Leftrightarrow x < 4$

ε) Είναι λάθος (Λ). $\frac{x}{-4} > \frac{y}{-4} \Leftrightarrow -x > -y \Leftrightarrow x < y$

στ) Είναι σωστό (Σ). Προσθέτω δυο θετικούς αριθμούς

ζ) Είναι σωστό (Σ). Ισχύει από την θεωρία **Αν α > β και γ > δ τότε α + γ > β + δ**

η) Είναι σωστό (Σ). Ισχύει από την θεωρία

Αν α, β, γ, δ θετικοί πραγματικοί αριθμοί με α > β και γ > δ τότε αγ > βδ

Ερώτηση 2

Να συμπληρώσετε τα κενά με ένα από τα σύμβολα $>, <, \geq, \leq$ ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις

α) Αν $\alpha > 3$ τότε $\alpha - 3 \ldots 0$

β) Αν $\alpha < \beta$ και $\beta < \gamma$ τότε $\alpha \ldots \gamma$

γ) Αν $\alpha > 0$ και $\beta < 0$ τότε $\frac{\alpha}{\beta} \ldots 0$

δ) Αν $\gamma < 0$ και $\alpha\gamma \leq \beta\gamma$ τότε $\alpha \ldots \beta$

ε) Αν $\alpha \neq 0$ τότε $\alpha^2 \ldots 0$

στ) Αν $\alpha \leq 0$ και $\beta \leq 0$ τότε $\alpha + \beta \ldots 0$

Απάντηση

α) Αν $\alpha > 3$ τότε $\alpha - 3 > 0$

β) Αν $\alpha < \beta$ και $\beta < \gamma$ τότε $\alpha < \gamma$

γ) Αν $\alpha > 0$ και $\beta < 0$ τότε $\frac{\alpha}{\beta} < 0$

δ) Αν $\gamma < 0$ και $\alpha\gamma \leq \beta\gamma$ τότε $\alpha \geq \beta$

ε) Αν $\alpha \neq 0$ τότε $\alpha^2 > 0$

στ) Αν $\alpha \leq 0$ και $\beta \leq 0$ τότε $\alpha + \beta \leq 0$

Ερώτηση 3

Ποιες ιδιότητες της διάταξης χρησιμοποιούμε ώστε από την ανίσωση $3x-4<7$ να γράψουμε $3x<7+4$ και από την ανίσωση $3x<11$ να γράψουμε $x<\frac{11}{3}$;

Απάντηση

α) Προσθέτουμε το 4 και στα δύο μέλη της ανισότητας.

β) Διαιρούμε με το 3 και τα μέλη της ανισότητας και εφόσον είναι θετικός αριθμός δεν επηρεάζεται το πρόσημο.

Ερώτηση 4

Με ποιες ιδιότητες της διάταξης, από την ανισότητα $x>3$, προκύπτουν οι παρακάτω

ανισότητες

α) $x+4>7$ **β)** $x-2>1$ **γ)** $5x>15$ **δ)** $-6x<-18$

Απάντηση

α) Προσθέτουμε τον αριθμό 4 και στα δυο μέλη.

β) Αφαιρούμε τον αριθμό 2 από τα δυο μέλη.

γ) Πολλαπλασιάζουμε με τον αριθμό 5 και τα δυο μέλη.

δ) Πολλαπλασιάζουμε με τον αριθμό 6 και τα δυο μέλη.

Ερώτηση 5

Αν $\alpha>12$ και $\beta>3$, τότε ποιες από τις παρακάτω ανισότητες προκύπτουν από τις ιδιότητες της διάταξης ;

α) $\alpha+\beta>15$ **β)** $\alpha-\beta>9$ **γ)** $\alpha\beta>36$ **δ)** $\frac{\alpha}{\beta}>4$

Απάντηση

α) Προκύπτει με πρόσθεση κατά μέλη των δυο ανισώσεων.

β) Δεν προκύπτει αυτό το αποτέλεσμα.

γ) Προκύπτει από την θεωρία.

δ) Δεν προκύπτει αυτό το αποτέλεσμα.

Ερώτηση 6

Ένας μαθητής γνωρίζει ότι για να είναι $\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\gamma}{\delta}$ αρκεί να ισχύει $\alpha\delta=\beta\gamma$.

Βασιζόμενος σε αυτό σκέφτηκε ότι για να ισχύει $\frac{\alpha}{\beta}>\frac{\gamma}{\delta}$ αρκεί να ισχύει $\alpha\delta>\beta\gamma$.

Η σκέψη που έκανε είναι σωστή ;

Απάντηση

Δεν είναι διότι δε γνωρίζουμε τα πρόσημα των β, δ. Ισχύει μόνο αν $\beta\cdot\delta>0$

Ασκήσεις

Άσκηση 1

Αν ισχύει $3(\alpha-\beta)>2(\alpha+\beta)$ τότε να αποδείξετε ότι $\alpha>5\beta$

Λύση

$3(\alpha-\beta)>2(\alpha+\beta) \Leftrightarrow 3\alpha-3\beta>2\alpha+2\beta \Leftrightarrow 3\alpha-2\alpha>3\beta+2\beta \Leftrightarrow \alpha>5\beta$

Άσκηση 2

Ποιες ιδιότητες της διάταξης πρέπει να εφαρμόσουμε στη ανισότητα $x > -6$ για να αποδείξουμε τις παρακάτω ανισότητες

α) $-5x-30 < 0$ **β)** $3x+18 > 0$ **γ)** $2(x+4) > -4$

Λύση

α) Πολλαπλασιάζουμε και τα δυο μέλη με το -5, $x > -6 \Leftrightarrow -5x < 30$ και τα φέρνουμε στο πρώτο μέλος έτσι ώστε $-5x-30 < 0$

β) Πολλαπλασιάζουμε και τα δυο μέλη με το 3, $x > -6 \Leftrightarrow 3x > -18 \Leftrightarrow$ και τα προσθέτουμε και στα δυο μέλη το 18, $3x > -18 \Leftrightarrow 3x+18 > 0$

γ) Προσθέτουμε και στα δυο μέλη το 4, $x > -6 \Leftrightarrow x+4 > -2$ και τα πολλαπλασιάζουμε με το 2, $x+4 > -2 \Leftrightarrow 2(x+4) > -4$.

Άσκηση 3

Αν $2 < \alpha < 6$ να βρείτε μεταξύ ποιών αριθμών βρίσκονται οι αριθμοί

α) $\alpha-2$ **β)** $2\alpha-5$ **γ)** $1-3\alpha$

Λύση

α) $2 < \alpha < 6 \Leftrightarrow 2-2 < \alpha-2 < 6-2 \Leftrightarrow 0 < \alpha-2 < 4$

β) $2 < \alpha < 6 \Leftrightarrow 4 < 2\alpha < 12 \Leftrightarrow 4-5 < 2\alpha-5 < 12-5 \Leftrightarrow -1 < 2\alpha-5 < 7$

γ) $2 < \alpha < 6 \Leftrightarrow -6 > -3\alpha > -18 \Leftrightarrow 1-6 > 1-3\alpha > 1-18 \Leftrightarrow -5 > 1-3\alpha > -17$

Άσκηση 4

Αν $\alpha<\beta$ τότε να αποδείξετε ότι

α) $5\alpha-3<5\beta-3$ **β)** $-2\alpha+4>-2\beta+4$ **γ)** $\alpha<\frac{\alpha+\beta}{2}$ **δ)** $\frac{\alpha+\beta}{2}<\beta$

Λύση

α) $\alpha<\beta \Leftrightarrow 5\alpha<5\beta \Leftrightarrow 5\alpha-3<5\beta-3$

β) $\alpha<\beta \Leftrightarrow -2\alpha>-2\beta \Leftrightarrow -2\alpha+4>-2\beta+4$

γ) $\alpha<\beta \Leftrightarrow \alpha+\alpha<\alpha+\beta \Leftrightarrow 2\alpha<\alpha+\beta \Leftrightarrow \alpha<\frac{\alpha+\beta}{2}$

δ) $\alpha<\beta \Leftrightarrow \alpha+\beta<\beta+\beta \Leftrightarrow \alpha+\beta<2\beta \Leftrightarrow \frac{\alpha+\beta}{2}<\beta$

Άσκηση 5

Αν $1<x<3$ και $2<y<5$ να αποδείξετε ότι

α) $3<x+y<8$ **β)** $4<2x+y<11$ **γ)** $-4<x-y<1$

Λύση

α) Προσθέτουμε κατά μέλη τις $1<x<3$ και $2<y<5$

$$+\begin{array}{c} 1<x<3 \\ 2<y<5 \\ \hline 3<x+y<8 \end{array}$$

β) $1<x<3$ πολλαπλασιάζουμε με το $2 \Rightarrow 2<2x<6$ και την προσθέτουμε στην $2<y<5$ κατά μέλη

$$+\begin{array}{c} 2<2x<6 \\ 2<y<5 \\ \hline 4<2x+y<11 \end{array}$$

γ) $2 < y < 5$ πολλαπλασιάζω με το -1 $\Rightarrow$ $-2 > -y > -5$ $\Leftrightarrow$ $-5 < -y < -2$ και

προσθέτω σε αυτή την $1 < x < 3$ κατά μέλη

$$
\begin{array}{rl}
 & 1 < x < 3 \\
+ & -5 < y < -2 \\
\hline
 & -4 < x - y < 1
\end{array}
$$

Άσκηση 6

Αν $x > 2$ και $y > 3$ τότε να αποδείξετε ότι

α) $xy > 6$ **β)** $(x-2)(y-3) > 0$ **γ)** $(x+2)\,y > 12$

Λύση

α) Πολλαπλασιάζουμε κατά μέλη τις δυο προηγούμενες σχέσεις και προκύπτει ότι

$xy > 6$

β) $x > 2 \Leftrightarrow x-2 > 0$ **(1)** , $y > 3 \Leftrightarrow y-3 > 0$ **(2)**

Πολλαπλασιάζοντας κατά μέλη των (1), (2) προκύπτει ότι $(x-2)(y-3) > 0$

γ) $x > 2 \Leftrightarrow x+2 > 4$ **(1)**, $y > 3$ **(2)**

Πολλαπλασιάζοντας κατά μέλη των (1), (2) προκύπτει ότι $(x+2)\,y > 12$

Άσκηση 7

Αν α , β θετικοί αριθμοί με $\alpha > \beta$ τότε να αποδείξετε ότι $\alpha^2 > \beta^2$

Λύση

Πολλαπλασιάζουμε την $\alpha > \beta$ τον εαυτό της και προκύπτει ότι $\alpha^2 > \beta^2$

Άσκηση 8

Να αποδείξετε ότι

α) αν $\alpha > 1$ τότε $\alpha^2 > \alpha$ **β)** αν $x > 2$ τότε $x^3 > 2x^2$

Λύση

α) Πολλαπλασιάζουμε με τον α, θετικό αριθμό, και προκύπτει ότι $\alpha^2 > \alpha$

β) Πολλαπλασιάζουμε και τα δυο μέλη με τον αριθμό x^2 $(x^2 > 0)$ και προκύπτει ότι $x^3 > 2x^2$

Άσκηση 9

Αν $\alpha > \beta$ και α, β ομόσημοι , τότε να αποδείξετε ότι $\frac{1}{\alpha} < \frac{1}{\beta}$

Λύση

Οι α, β είναι ομόσημοι, οπότε $\alpha\beta > 0$, οπότε διαιρούμε και τα δυο κλάσματα με $\alpha \cdot \beta$ και προκύπτει ότι $\frac{\alpha}{\alpha\beta} > \frac{\beta}{\alpha\beta} \Leftrightarrow \frac{1}{\beta} > \frac{1}{\alpha} \Leftrightarrow \frac{1}{\alpha} < \frac{1}{\beta}$

Άσκηση 10

Αν $x > 3$ και $y < 2$ τότε να αποδείξετε ότι

α) $(x-3)(y-2) < 0$ και β) $xy + 6 < 2x + 3y$

Λύση

α) $x > 3 \Leftrightarrow x - 3 > 0$, $y < 2 \Leftrightarrow y - 2 < 0$

Οι δυο αυτές σχέσεις είναι ετερόσημοι, οπότε όταν τα πολλαπλασιάσουμε παίρνουμε αρνητικό γινόμενο. Άρα προκύπτει ότι $(x-3)(y-2) < 0$

β) Κάνουμε το ανάπτυγμα της σχέσης $(x-3)(y-2) < 0$

$(x-3)(y-2) < 0 \Leftrightarrow xy - 2x - 3y + 6 < 0 \Leftrightarrow xy + 6 < 2x + 3y$

Άσκηση 11

Για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς x και y να αποδείξετε ότι

α) $x^2 + 1 \geq 2x$ **β)** $(x+y)^2 \geq 4xy$ **γ)** $x^2 + y^2 + 1 \geq 2y$

Λύση

α) $x^2 + 1 \geq 2x \Leftrightarrow x^2 + 1 - 2x \geq 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 \geq 0$ που ισχύει για κάθε x

β) $(x+y)^2 \geq 4xy \Leftrightarrow x^2 + 2xy + y^2 \geq 4xy \Leftrightarrow x^2 - 2xy + y^2 \geq 0$

$\Leftrightarrow (x-y)^2 \geq 0$ που ισχύει για κάθε x, y

γ) $x^2 + y^2 + 1 \geq 2y \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 1 - 2y \geq 0 \Leftrightarrow x^2 + (y-1)^2 \geq 0$

το οποίο ισχύει διότι $x^2 \geq 0$, $(y-1)^2 \geq 0$

Άσκηση 12

Να αποδείξετε ότι

α) Αν $x > 0$, τότε $x + \frac{1}{x} \geq 2$ **β)** Αν $x < 0$, τότε $x + \frac{1}{x} \leq -2$

Λύση

α) $x+\frac{1}{x}\geq 2 \Leftrightarrow$ (επί $x>0$) **,** $x^2+1\geq 2x \Leftrightarrow x^2+1-2x\geq 0 \Leftrightarrow (x-1)^2\geq 0$

το οποίο ισχύει

β) $x+\frac{1}{x}\leq -2 \Leftrightarrow$ (επί $x<0$) **,** $x^2+1\geq -2x \Leftrightarrow x^2+1+2x\geq 0$

$\Leftrightarrow (x+1)^2\geq 0$ το οποίο ισχύει

Άσκηση 13

Να βρείτε τον φυσικό αριθμό που είναι μεταξύ των αριθμών 114 και 135 και ο οποίος

αν διαιρεθεί με το 15 δίνει υπόλοιπο 6

Λύση

Θεωρούμε ν φυσικό αριθμό, με $114<\nu<135$. Με βάση την ταυτότητα της Ευκλείδειας διαίρεσης $\nu=15\pi+6$, με π το πηλίκο της διαίρεσης του ν με το 15

Άρα αντικαθιστώντας το ν, η πρώτη ανισότητα γίνεται $114<15\pi+6<135$

$114<15\pi+6<135 \Leftrightarrow 114-6<15\pi<135-6 \Leftrightarrow$

$108<15\pi<129 \Leftrightarrow \frac{108}{15}<\pi<\frac{129}{15} \Leftrightarrow 7{,}2<\pi<8{,}6$

Άρα το πηλίκο είναι 8, οπότε $\nu=15\cdot 8+6=126$

Άσκηση 14

Η τιμή ενός παντελονιού κυμαίνεται από 30 έως 35 € και μιας μπλούζας από 22 έως 25€ . Αν κάποιος θέλει να αγοράσει 2 παντελόνια και 3 μπλούζες ,τότε μεταξύ ποιων

ποσών θα κυμαίνονται τα χρήματα που πρέπει να πληρώσει ;

Λύση

Θεωρώ x την αξία του παντελονιού και y την αξία της μπλούζας.

Άρα $30 < x < 35 \Leftrightarrow 60 < 2x < 70$

και $22 < y < 25 \Leftrightarrow 66 < 3y < 75$

Προσθέτω τις ανισότητες και προκύπτει ότι $126 < 2x + 3y < 145$

Άρα θα ξοδέψει από 126 ως 145 ευρώ.

Άσκηση 15

Μ' ένα πούλμαν ταξιδεύουν 51 άτομα (ο οδηγός και 50 επιβάτες
Αν το βάρος κάθε ατόμου κυμαίνεται μεταξύ 60 kg και 100 kg , οι αποσκευές κάθε επιβάτη ζυγίζουν από 4 kg έως και 15 kg και το πούλμαν έχει απόβαρο 13,25 tn τότε να εκτιμήσετε το συνολικό βάρος του πούλμαν. Είναι δυνατόν το πούλμαν να διασχίσει μία γέφυρα ενός επαρχιακού δρόμου που το ανώτατο επιτρεπόμενο βάρος διέλευσης είναι 20 tn;

Λύση

Έστω α το βάρος κάθε επιβάτη. Οπότε $60 < \alpha < 100$

$60 < \alpha < 100 \Leftrightarrow 51 \cdot 60 < 51\alpha < 51 \cdot 100 \Leftrightarrow 3060 < 51\alpha < 5100$

Έστω β το βάρος κάθε αποσκευής. Άρα $4 < \beta < 15$

$4 < \beta < 15 \Leftrightarrow 50 \cdot 4 < 50\beta < 50 \cdot 15 \Leftrightarrow 200 < 50\beta < 750$

Προσθέτω τις ανισότητες και προκύπτει ότι $3260 < 51x + 50y < 5850$

Προσθέτω το βάρος του πούλμαν (13250 κιλά) στο βάρος αποσκευών και επιβατών

Οπότε προκύπτει ότι : $16510 < 51x + 50y + 13250 < 19100$ οπότε επιτρέπεται η διάβαση της επαρχιακής γέφυρας που επιτρέπει 20000 κιλά φόρτο.

Άσκηση 16

Να λύσετε τις ανισώσεις

α) $11 - 3x < 7x + 1$ **β)** $2x - 9 > 5x + 6$ **γ)** $4(3x - 5) > 3\,(4x + 5)$

δ) $\frac{3-4x}{5} - \frac{3x}{10} > \frac{6-x}{2}$ **ε)** $\frac{2x+1}{6} - x < \frac{3-2x}{3}$ **στ)** $1 - \frac{1}{2}\left(x + \frac{2}{3}\right) < \frac{x+4}{6}$

Λύση

α) $11 - 3x < 7x + 1 \Leftrightarrow -7x - 3x < 1 - 11 \Leftrightarrow -10x < -10$

$\Leftrightarrow 10x > 10 \Leftrightarrow x > 1$

β) $2x - 9 > 5x + 6 \Leftrightarrow 2x - 5x > 9 + 6 \Leftrightarrow -3x > 15$

$\Leftrightarrow 3x < -15 \Leftrightarrow x < -5$

γ) $4(3x - 5) > 3\,(4x + 5) \Leftrightarrow 12x - 20 > 12x + 15 \Leftrightarrow 0x > 35$ Αδύνατη

δ) $\frac{3-4x}{5} - \frac{3x}{10} > \frac{6-x}{2} \Leftrightarrow 10\cdot\frac{3-4x}{5} - 10\cdot\frac{3x}{10} > 10\cdot\frac{6-x}{2}$

$\Leftrightarrow 2(3-4x) - 3x > 5(6-x) \Leftrightarrow 6-8x-3x > 30-5x$

$\Leftrightarrow -6x > 24 \Leftrightarrow 6x < -24 \Leftrightarrow x < -4$

ε) $\frac{2x+1}{6} - x < \frac{3-2x}{3} \Leftrightarrow 6\cdot\frac{2x+1}{6} - 6x < 6\cdot\frac{3-2x}{3}$

$\Leftrightarrow 2x+1-6x < 2(3-2x) \Leftrightarrow 2x+1-6x < 6-4x \Leftrightarrow 0x < 5$ που ισχύει για κάθε x

στ) $1 - \frac{1}{2}\left(x + \frac{2}{3}\right) < \frac{x+4}{6} \Leftrightarrow 1 - \frac{x}{2} - \frac{1}{3} < \frac{x+4}{6}$

$\Leftrightarrow 6 - 6\cdot\frac{x}{2} - 6\cdot\frac{1}{3} < 6\cdot\frac{x+4}{6} \Leftrightarrow 6-3x-2 < x+4$

$\Leftrightarrow -4x < 0 \Leftrightarrow 4x > 0 \Leftrightarrow x > 0$

Άσκηση 17

Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων

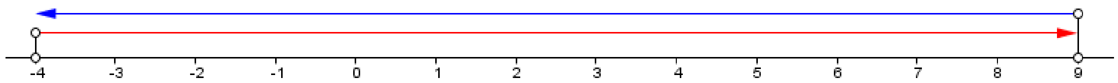
α) $\begin{cases} 7x-1 < 8+6x \\ 3x-2 > x-10 \end{cases}$ **β)** $\begin{cases} 4x+3 < 9+5x \\ 1-x < 2x+7 \end{cases}$ **γ)** $\begin{cases} 2x+5 < \frac{x}{2}+2 \\ \frac{x-1}{2}+1 > x+\frac{1}{3} \end{cases}$

Λύση

α) Λύνουμε κάθε ανίσωση χωριστά

$7x-1<8+6x \Leftrightarrow x<9$

$3x-2>x-10 \Leftrightarrow 2x>-8 \Leftrightarrow x>-4$

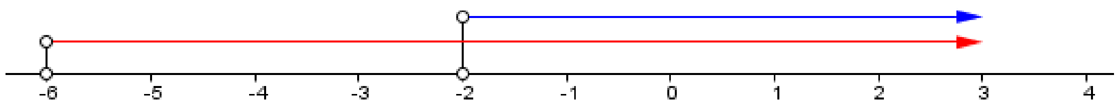


Αφού ισχύει ότι $x<9$ και $x>-4$, τότε ισχύει ότι: $-4<x<9$

Η λευκή τελεία ακριβώς πάνω στο **–** 4 και στο 9 σημαίνει ότι οι αριθμοί αυτοί δεν είναι λύση των αντιστοίχων ανισώσεων.

β) $4x+3<9+5x \Leftrightarrow -x<6 \Leftrightarrow x>-6$ **(1)**

$1-x<2x+7 \Leftrightarrow -3x<6 \Leftrightarrow 3x>-6 \Leftrightarrow x>-2$ **(2)**

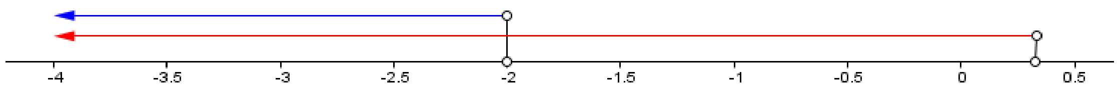


Από τις (1), (2) προκύπτει ότι $x>-2$

γ) $2x+5<\frac{x}{2}+2 \Leftrightarrow 4x+10<x+4 \Leftrightarrow 3x<-6 \Leftrightarrow x<-2$ **(1)**

$\frac{x-1}{2}+1>x+\frac{1}{3} \Leftrightarrow 6\cdot\frac{x-1}{2}+6\cdot1>6\cdot x+6\cdot\frac{1}{3} \Leftrightarrow 3(x-1)+6>6x+2 \Leftrightarrow$

$3x-3+6>6x+2 \Leftrightarrow -3x>-1 \Leftrightarrow 3x<1 \Leftrightarrow x<\frac{1}{3}$ **(2)**



Από τις (1), (2) προκύπτει ότι $x<-2$

Άσκηση 18

Να βρείτε θετικό ακέραιο αριθμό x ώστε :

$$\frac{x}{x+1} < \frac{31}{40} \quad \text{και} \quad \frac{x+1}{x+2} > \frac{31}{40}$$

Λύση

Κάνουμε απαλοιφή παρονομαστών πολλαπλασιάζοντας με : 40(x + 1) > 0.

$$\frac{x}{x+1} < \frac{31}{40} \Leftrightarrow 40\,(x+1)\,\frac{x}{x+1} < 40\,(x+1)\,\frac{31}{40}$$

$$\Leftrightarrow 40x < 31(x+1) \Leftrightarrow 40x < 31x + 31 \Leftrightarrow 9x < 31 \Leftrightarrow x < \frac{31}{9} \simeq 3,44$$

$\frac{x+1}{x+2} > \frac{31}{40}$ Πολλαπλασιάζω και τα δύο μέλη με 40(x + 2) > 0.

$$\frac{x+1}{x+2} > \frac{31}{40} \Leftrightarrow 40(x+2)\,\frac{x+1}{x+2} > 40(x+2)\,\frac{31}{40}$$

$$\Leftrightarrow 40\,(x+1) > 31\,(x+2) \Leftrightarrow 40x + 40 > 31x + 62 \Leftrightarrow 9x > 22$$

$$\Leftrightarrow x > \frac{22}{9} \simeq 2,44$$

Άρα 2,44 < x < 3,44. Ο θετικός ακέραιος είναι ο x = 3

Επιμέλεια: Βασίλης Γκιμίσης – MED - Μαθηματικός

…Πράξεις Παιδείας!