1. Αλγεβρικές Παραστάσεις

Λύσεις ασκήσεων Μαθηματικών Γ' Γυμνασίου

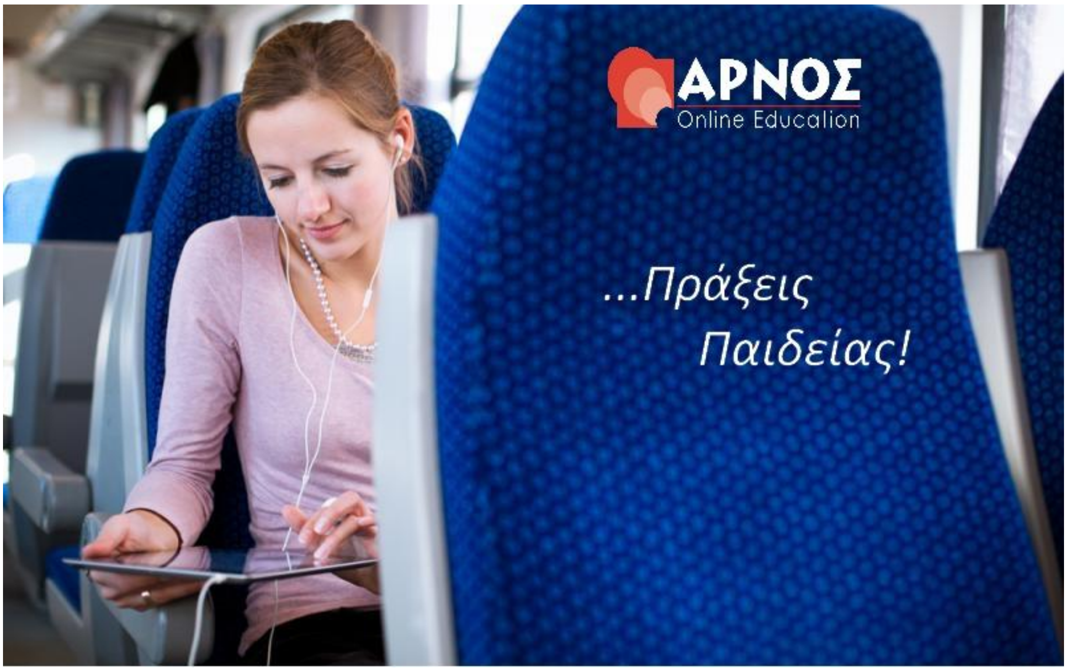
1.1.Γ Τετραγωνική ρίζα πραγματικού αριθμού

σχ. βιβλίο (σσ. 23-24)

ΑΡΝΟΣ
Online Education

Φροντιστηριακό e-μάθημα

Γυμνάσιο: 9.000 μαθήματα με βίντεο-διδασκαλία
για όλο το σχολικό έτος μόνο με 150 ευρώ!



Μελέτη όπου, όποτε και όσο εσύ θες!

Διδάσκουμε μεθοδικά σε βίντεο τη θεωρία του σχολικού βιβλίου και λύνουμε όλες τις ασκήσεις

Δημιουργούμε συνεχώς νέα βίντεο με διδασκαλία για τις εκπαιδευτικές σου απαιτήσεις

Παίζουμε και μαθαίνουμε με on line test αξιολόγησης & SOS διαγωνίσματα προσομοίωσης για τις εξετάσεις

Λύνουμε απορίες ζωντανά on line καθημερινά 3 μ.μ. - 8 μ.μ.

Λύσεις Ασκήσεων Μαθηματικών Γ΄ Γυμνασίου σχ. βιβλίου (σσ. 23-24)

1.1 Γ Τετραγωνική ρίζα πραγματικού αριθμού

Ερωτήσεις κατανόησης

Ερώτηση 1

Να συμπληρώσετε τις ισότητες

α) $3\sqrt{3} + \sqrt{3} = ...$ **β)** $5\sqrt{2} - 3\sqrt{2}$ **γ)** $\sqrt{5} + 4\sqrt{5} - 5\sqrt{5} = ...$

δ) $\sqrt{12} \cdot \sqrt{3} = ...$ **ε)** $\sqrt{18} : \sqrt{2}$ **στ)** $3\sqrt{2} \cdot \sqrt{8}$

Απάντηση

Χρησιμοποιούμε την επιμεριστική ιδιότητα

α) $3\sqrt{3} + \sqrt{3} = (3 + 1)\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$

β) $5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = (5 - 3)\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

γ) $\sqrt{5} + 4\sqrt{5} - 5\sqrt{5} = (1 + 4 - 5)\sqrt{5} = 0$

Χρησιμοποιούμε την ιδιότητα $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$ με $\alpha, b \geq 0$

και την ιδιότητα $\sqrt{a} : \sqrt{b} = \sqrt{a : b}$ με $\alpha \geq 0$ και $b > 0$

δ) $\sqrt{12} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{12 \cdot 3} = \sqrt{36} = 6$

ε) $\sqrt{18} : \sqrt{2} = \sqrt{18 : 2} = \sqrt{9} = 3$

στ) $3\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = 3\sqrt{2 \cdot 8} = 3\sqrt{16} = 3 \cdot 4 = 12$

Ερώτηση 2

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα αντιστοιχίζοντας σε κάθε στοιχείο της στήλης Α ένα στοιχείο από την στήλη Β

Στήλη Α		Στήλη Β
α.	$\sqrt{25}$	1. -5
β.	$\sqrt{-25}$	
γ.	$-\sqrt{25}$	2. δεν ορίζεται
δ.	$\sqrt{5^2}$	
ε.	$\sqrt{(-5)^2}$	3. 5
στ.	$\sqrt{-5^2}$	

α	β	γ	δ	ε	στ

Απάντηση

Γνωρίζοντας ότι δεν ορίζεται τετραγωνική ρίζα αρνητικού αριθμού έχουμε ότι:

α. $\sqrt{25} = 5$

β. $\sqrt{-25}$ Δεν ορίζεται γιατί το υπόριζο είναι αρνητικό

γ. $-\sqrt{25} = -5$

δ. $\sqrt{5^2} = 5$

ε. $\sqrt{(-5)^2} = \sqrt{25} = 5$

στ. $\sqrt{-5^2} = \sqrt{-25}$ Δεν ορίζεται γιατί υπόριζο είναι αρνητικό

Ο πίνακας συμπληρωμένος είναι:

α	β	γ	δ	ε	στ
3	2	1	3	3	2

Ερώτηση 3

Να συμπληρώσετε τους πίνακες:

α	β	$\sqrt{\alpha}$	$\sqrt{\beta}$	Άθροισμα: $\sqrt{\alpha+\beta}$	Άθροισμα: $\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}$	Γινόμενο: $\sqrt{\alpha\beta}$	Γινόμενο: $\sqrt{\alpha}\cdot\sqrt{\beta}$	Πηλίκο: $\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}$	Πηλίκο: $\frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}}$
4	1								
9	16								
64	36								

Απάντηση

Για $\alpha = 4$ και $\beta = 1$, τότε $\sqrt{\alpha} = \sqrt{4} = 2$ και $\sqrt{\beta} = \sqrt{1} = 1$

$\sqrt{\alpha+\beta} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$ $\qquad \sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta} = 2 + 1 = 3$

$\sqrt{\alpha\beta} = \sqrt{4\cdot 1} = \sqrt{4} = 2$ $\qquad \sqrt{\alpha}\cdot\sqrt{\beta} = 2\cdot 1 = 2$

$\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} = \sqrt{\frac{4}{1}} = \sqrt{4} = 2$ $\qquad \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}} = \frac{2}{1} = 2$

Για $\alpha = 9$ και $\beta = 16$, τότε $\sqrt{\alpha} = \sqrt{9} = 3$ και $\sqrt{\beta} = \sqrt{16} = 4$

$\sqrt{\alpha+\beta} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$ $\qquad \sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta} = 3 + 4 = 7$

$\sqrt{\alpha\beta} = \sqrt{9\cdot 16} = \sqrt{144} = 12$ $\qquad \sqrt{\alpha}\cdot\sqrt{\beta} = 3\cdot 4 = 12$

$\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} = \sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$ $\qquad \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}} = \frac{3}{4}$

Για $\alpha = 64$ και $\beta = 36$, τότε $\sqrt{\alpha} = \sqrt{64} = 8$ και $\sqrt{\beta} = \sqrt{36} = 6$

$\sqrt{\alpha+\beta} = \sqrt{64+36} = \sqrt{100} = 10$ $\qquad \sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta} = 8 + 6 = 14$

$\sqrt{\alpha\beta} = \sqrt{64\cdot 36} = \sqrt{2304} = 48$ $\qquad \sqrt{\alpha}\cdot\sqrt{\beta} = 8\cdot 6 = 48$

$\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} = \sqrt{\frac{64}{36}} = \frac{8}{6}$ $\qquad \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}} = \frac{8}{6}$

Ο πίνακας συμπληρωμένος:

				Αθροισμα		Γινόμενο		Πηλίκο	
α	β	$\sqrt{\alpha}$	$\sqrt{\beta}$	$\sqrt{\alpha+\beta}$	$\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}$	$\sqrt{\alpha\beta}$	$\sqrt{\alpha}\cdot\sqrt{\beta}$	$\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}$	$\frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}}$
4	1	2	1	$\sqrt{5}$	3	2	2	2	2
9	16	3	4	5	7	12	12	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$
64	36	8	6	10	14	48	48	$\frac{8}{6}$	$\frac{8}{6}$

Ερώτηση 4

Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) αν είναι σωστές και με (Λ) αν είναι λανθασμένες.

α) $\sqrt{2}\cdot\sqrt{3} = \sqrt{6}$

β) $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$

γ) $\sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$

δ) $\sqrt{(-3)^2} = 3$

ε) $\sqrt{\left(\frac{1}{2}-1\right)^2} = \frac{1}{2} - 1$

στ) Το διπλάσιο του $\sqrt{5}$ είναι το $\sqrt{10}$

ζ) Το μισό του $\sqrt{12}$ είναι το $\sqrt{3}$

Απάντηση

α) Είναι σωστό , γιατί $\sqrt{\alpha\beta} = \sqrt{\alpha}\cdot\sqrt{\beta}$

β) Είναι λάθος, διότι $\sqrt{2} + \sqrt{3} \simeq 1,41 + 1,73 = 3,14$ ενώ $\sqrt{5} \simeq 2,23$

συνεπώς $\sqrt{2} + \sqrt{3} \neq \sqrt{2+3} = \sqrt{5}$

γ) Είναι σωστό διότι $\sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}} = \frac{3}{2}$

δ) Είναι σωστό , διότι $\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3$

ε) Είναι λάθος, διότι $\sqrt{\left(\frac{1}{2}-1\right)^2} = \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$ ενώ $\frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$

Συνεπώς $\sqrt{\left(\frac{1}{2}-1\right)^2} \neq \frac{1}{2} - 1$

στ) Είναι λάθος, διότι $\sqrt{5}$ είναι το $2\sqrt{5} \neq \sqrt{2\cdot 5} = \sqrt{10}$

ζ) Είναι σωστό διότι $\frac{\sqrt{12}}{2} = \frac{\sqrt{3\cdot 4}}{2} = \frac{\sqrt{3}\cdot\sqrt{4}}{2} = \frac{\sqrt{3}\cdot 2}{2} = \sqrt{3}$

Ασκήσεις

Άσκηση 1

Να υπολογίσετε τις παραστάσεις

α) $3\sqrt{5}-7\sqrt{5}+2\sqrt{5}$ **β)** $5\sqrt{7}-8\sqrt{3}-2\sqrt{7}+4\sqrt{3}$

γ) $\sqrt{\frac{5}{2}}\cdot\sqrt{\frac{5}{8}}-\sqrt{\frac{3}{7}}\cdot\sqrt{\frac{12}{7}}$ **δ)** $\sqrt{\frac{14}{5}}\cdot\sqrt{\frac{10}{7}}+\sqrt{\frac{21}{2}}\cdot\sqrt{\frac{14}{3}}$

Λύση

Χρησιμοποιούμε την επιμεριστική ιδιότητα

α) $3\sqrt{5}-7\sqrt{5}+2\sqrt{5}=(3-7+2)\sqrt{5}=-2\sqrt{5}$

β) $5\sqrt{7}-8\sqrt{3}-2\sqrt{7}+4\sqrt{3}=(5-2)\sqrt{7}+(-8+4)\sqrt{3}=3\sqrt{7}-4\sqrt{3}$

Χρησιμοποιούμε την ιδιότητα $\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{a\cdot b}$ με $\alpha,b\geq 0$

και την ιδιότητα $\sqrt{a}:\sqrt{b}=\sqrt{a:b}$ με $\alpha\geq 0$ και $b>0$

γ) $\sqrt{\frac{5}{2}}\cdot\sqrt{\frac{5}{8}}-\sqrt{\frac{3}{7}}\cdot\sqrt{\frac{12}{7}}=\sqrt{\frac{5}{2}\cdot\frac{5}{8}}-\sqrt{\frac{3}{7}\cdot\frac{12}{7}}=\sqrt{\frac{25}{16}}-\sqrt{\frac{36}{49}}==\frac{5}{4}-\frac{6}{7}=$

$=\frac{35}{28}-\frac{24}{28}=\frac{11}{28}$

δ) $\sqrt{\frac{14}{5}}\cdot\sqrt{\frac{10}{7}}+\sqrt{\frac{21}{2}}\cdot\sqrt{\frac{14}{3}}=\sqrt{\frac{14}{5}\cdot\frac{10}{7}}+\sqrt{\frac{21}{2}\cdot\frac{14}{3}}=\sqrt{4}+\sqrt{49}=2+7=9$

Άσκηση 2

α) $3\sqrt{2} - \sqrt{50} + \sqrt{32} - 6\sqrt{8} = -10\sqrt{2}$ **β)** $\sqrt{27} - \sqrt{20} + \sqrt{12} - \sqrt{5} = 5\sqrt{3} - 3\sqrt{5}$

γ) $\sqrt{3}\cdot\sqrt{18} - \sqrt{2}\cdot\sqrt{48} + \dfrac{\sqrt{120}}{\sqrt{5}} = \sqrt{6}$ **δ)** $\sqrt{3{,}6}\cdot\sqrt{4{,}9} - \sqrt{0{,}8}\cdot\sqrt{0{,}2} = 3{,}8$

Λύση

Γράφουμε κατάλληλα τα υπόριζα και εφαρμόζουμε βασικές ιδιότητες και πράξεις μεταξύ τους.

α) $3\sqrt{2} - \sqrt{50} + \sqrt{32} - 6\sqrt{8} = 3\sqrt{2} - \sqrt{2\cdot 25} + \sqrt{2\cdot 16} - 6\sqrt{2\cdot 4} =$

$= 3\sqrt{2} - \sqrt{2}\cdot\sqrt{25} + \sqrt{2}\cdot\sqrt{16} - 6\sqrt{2}\cdot\sqrt{4} =$

$= 3\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 12\sqrt{2} = (3 - 5 + 4 - 12)\sqrt{2} = -10\sqrt{2}$

β) $\sqrt{27} - \sqrt{20} + \sqrt{12} - \sqrt{5} = \sqrt{3\cdot 9} - \sqrt{4\cdot 5} + \sqrt{3\cdot 4} - \sqrt{5} =$

$= \sqrt{3}\cdot\sqrt{9} - \sqrt{4}\cdot\sqrt{5} + \sqrt{3}\cdot\sqrt{4} - \sqrt{5} =$

$= 3\sqrt{3} - 2\sqrt{5} + 2\sqrt{3} - \sqrt{5} = = (3+2)\sqrt{3} - (2+1)\sqrt{5} = 5\sqrt{3} - 3\sqrt{5}$

γ) $\sqrt{3}\cdot\sqrt{18} - \sqrt{2}\cdot\sqrt{48} + \dfrac{\sqrt{120}}{\sqrt{5}} = \sqrt{3}\cdot\sqrt{2\cdot 9} - \sqrt{2}\cdot\sqrt{3\cdot 16} + \dfrac{\sqrt{5\cdot 4\cdot 6}}{\sqrt{5}} =$

$= \sqrt{3}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{9} - \sqrt{2}\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{16} + \dfrac{\sqrt{5}\cdot\sqrt{4}\cdot\sqrt{6}}{\sqrt{5}} = 3\sqrt{6} - 4\sqrt{6} + 2\sqrt{6} =$

$= (3 - 4 + 2)\sqrt{6} = \sqrt{6}$

δ) $\sqrt{3{,}6}\cdot\sqrt{4{,}9} - \sqrt{0{,}8}\cdot\sqrt{0{,}2} = \sqrt{\dfrac{36}{10}}\cdot\sqrt{\dfrac{49}{10}} - \sqrt{\dfrac{8}{10}}\cdot\sqrt{\dfrac{2}{10}} = \dfrac{\sqrt{36}}{\sqrt{10}}\cdot\dfrac{\sqrt{49}}{\sqrt{10}} - \dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{10}}\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{10}} =$

$= \dfrac{6}{\sqrt{10}}\cdot\dfrac{7}{\sqrt{10}} - \dfrac{\sqrt{4\cdot 2}}{\sqrt{10}}\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{10}} = \dfrac{6}{\sqrt{10}}\cdot\dfrac{7}{\sqrt{10}} - \dfrac{2\sqrt{2}}{\sqrt{10}}\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{10}} = \dfrac{42}{(\sqrt{10})^2} - \dfrac{2(\sqrt{2})^2}{(\sqrt{10})^2} =$

$= \dfrac{42}{10} - \dfrac{2\cdot 2}{10} = \dfrac{38}{10} = 3{,}8$

Άσκηση 3

Να υπολογίσετε τις παραστάσεις

α) $\sqrt{12+\sqrt{16}}$ **β)** $\sqrt{86+2\sqrt{52-\sqrt{9}}}$ **γ)** $\sqrt{6\sqrt{12\sqrt{3\sqrt{9}}}}$

Λύση

Ξεκινάμε από τη «μικρότερη» ρίζα

α) $\sqrt{12+\sqrt{16}} = \sqrt{12+4} = \sqrt{16} = 4$

β) $\sqrt{86+2\sqrt{52-\sqrt{9}}} = \sqrt{86+2\sqrt{52-3}} = \sqrt{86+2\sqrt{49}} = \sqrt{86+2\cdot 7} = \sqrt{100} = 10$

γ) $\sqrt{6\sqrt{12\sqrt{3\sqrt{9}}}} = \sqrt{6\sqrt{12\sqrt{3\cdot 3}}} = \sqrt{6\sqrt{12\sqrt{9}}} = \sqrt{6\sqrt{12\cdot 3}} = \sqrt{6\sqrt{36}} = \sqrt{6\cdot 6} = \sqrt{36} = 6$

Άσκηση 4

Να συμπληρώσετε τον πίνακα με τις περιμέτρους και τα εμβαδά των ορθογωνίων ΑΒΓΔ , ΕΖΗΘ και ΚΛΜΝ . Ποιο από τα ορθογώνια έχει το μεγαλύτερο εμβαδόν ;

	μήκος	πλάτος	περίμετρος	εμβαδόν
ΑΒΓΔ	$5\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$		
ΕΖΗΘ	$4\sqrt{2}$	$2\sqrt{2}$		
ΚΛΜΝ	$3\sqrt{2}$	$3\sqrt{2}$		

Λύση

Οι περίμετροι είναι:

ΑΒΓΔ : $П_1 = 2(5\sqrt{2}) + 2\sqrt{2} = 10\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$

ΕΖΗΘ : $П_2 = 2(4\sqrt{2}) + 2(2\sqrt{2}) = 8\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$

ΚΛΜΝ: $П_3 = 2(3\sqrt{2}) + 2(3\sqrt{2}) = 6\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$

Τα εμβαδά είναι

ΑΒΓΔ : $E_1 = (5\sqrt{2})\cdot\sqrt{2} = 5(\sqrt{2})^2 = 5\cdot 2 = 10$

ΕΖΗΘ : $E_2 = (4\sqrt{2})\cdot(2\sqrt{2}) = 8(\sqrt{2})^2 = 8\cdot 2 = 16$

ΚΛΜΝ : $E_3 = (3\sqrt{2})\cdot(3\sqrt{2}) = 9(\sqrt{2})^2 = 9\cdot 2 = 18$

Έτσι ο πίνακας γίνεται:

	μήκος	πλάτος	περίμετρος	εμβαδόν
ΑΒΓΔ	$5\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	$12\sqrt{2}$	10
ΕΖΗΘ	$4\sqrt{2}$	$2\sqrt{2}$	$12\sqrt{2}$	16
ΚΛΜΝ	$3\sqrt{2}$	$3\sqrt{2}$	$12\sqrt{2}$	18

Το μεγαλύτερο το μεγαλύτερο εμβαδόν έχει το ορθογώνιο ΚΛΜΝ

Άσκηση 5

Να κάνετε τις πράξεις

α) $\sqrt{2}(\sqrt{18}+\sqrt{8})$ **β)** $\sqrt{6}(\sqrt{27}-\sqrt{3})$

γ) $(\sqrt{75}+\sqrt{45}-\sqrt{300}):\sqrt{15}$ **δ)** $(\sqrt{7}-\sqrt{5})(\sqrt{7}+\sqrt{5})$

Λύση

Γράφουμε κατάλληλα τα υπόριζα και εφαρμόζουμε βασικές ιδιότητες και πράξεις μεταξύ τους.

α) $\sqrt{2}(\sqrt{18}+\sqrt{8}) = \sqrt{2\cdot 18} + \sqrt{2\cdot 8} = \sqrt{36} + \sqrt{16} = 6 + 4 = 10$

β) $\sqrt{6}(\sqrt{27}-\sqrt{3}) = \sqrt{6\cdot 27} - \sqrt{6\cdot 3} = \sqrt{162} - \sqrt{18} = \sqrt{2\cdot 81} - \sqrt{2\cdot 9} =$

$= \sqrt{2}\cdot\sqrt{81} - \sqrt{2}\sqrt{9} = 9\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$

γ) $(\sqrt{75}+\sqrt{45}-\sqrt{300}):\sqrt{15} = \sqrt{75}:\sqrt{15} + \sqrt{45}:\sqrt{15} - \sqrt{300}:\sqrt{15} = \sqrt{75:15}+$
$\sqrt{45:15} - \sqrt{300:15} = \sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{20} = \sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{4\cdot 5} = \sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{4}\cdot\sqrt{5} =$
$\sqrt{5} + \sqrt{3} - 2\sqrt{5} = \sqrt{3} - \sqrt{5}$

δ) $(\sqrt{7} - \sqrt{5})(\sqrt{7} + \sqrt{5}) = \sqrt{7}\,\sqrt{7} - \sqrt{5}\,\sqrt{7} + \sqrt{7}\,\sqrt{5} - \sqrt{5}\,\sqrt{5}) =$
$= (\sqrt{7})^2 + \sqrt{7\cdot 5} - \sqrt{7\cdot 5} - (\sqrt{5})^2 = 7 - 5 = 2$

Άσκηση 6

Να μετατρέψετε τα παρακάτω κλάσματα που έχουν άρρητους παρονομαστές σε ισοδύναμα με ρητούς παρονομαστές

α) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ **β)** $\frac{4}{\sqrt{6}}$ **γ)** $\frac{5}{2\sqrt{5}}$ **δ)** $\frac{2\sqrt{3}+\sqrt{6}}{\sqrt{3}}$

Λύση

Πολλαπλασιάζουμε τους όρους του κλάσματος με τη ρίζα που έχει ο παρονομαστής για να έχουμε ακέραιο παρονομαστή

α) $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1\cdot\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

β) $\frac{4}{\sqrt{6}} = \frac{4\sqrt{6}}{\sqrt{6\sqrt{6}}} = \frac{4\sqrt{6}}{(\sqrt{6})^2} = \frac{4\sqrt{6}}{6} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$

γ) $\frac{5}{2\sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{5}}{2\sqrt{5}\sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{5}}{2(\sqrt{5})^2} = \frac{5\sqrt{5}}{2\cdot 5} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

δ) $\frac{2\sqrt{3}+\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = \frac{\left(2\sqrt{3}+\sqrt{6}\right)\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}} = \frac{(2\sqrt{3}+\sqrt{6})\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^2} = \frac{2(\sqrt{3})^2+\sqrt{18}}{3} =$

$= \frac{2\cdot 3+\sqrt{2\cdot 9}}{3} = \frac{6+\sqrt{2}\cdot\sqrt{9}}{3} = \frac{6+3\sqrt{2}}{3} = 2+\sqrt{2}$

Άσκηση 7

Να λύσετε τις εξισώσεις

α) $\sqrt{5} + x = 3\sqrt{5} - x$ **β)** $\sqrt{6}\,x = \sqrt{24}$ **γ)** $\frac{x}{\sqrt{2}} = \sqrt{32}$ **δ)** $3\sqrt{3} - x = \sqrt{27}$

Λύση

Κάνουμε όλες εκείνες τις ενέργειες για τη λύση των εξισώσεων που μάθαμε στη Β΄ Γυμνασίου (απαλοιφή παρονομαστών, χωρίζουμε γνωστούς από αγνώστους και διαιρούμε με το συντελεστή του αγνώστου - όπου χρειάζεται)

α) $\sqrt{5} + x = 3\sqrt{5} - x \Leftrightarrow x + x = 3\sqrt{5} - \sqrt{5} \Leftrightarrow 2x = 2\sqrt{5}$

$\Leftrightarrow x = \frac{2\sqrt{5}}{2} = \sqrt{5}$

β) $\sqrt{6}\,x = \sqrt{24} \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{24}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{24}{6}} = \sqrt{4} = 2$

γ) $\frac{x}{\sqrt{2}} = \sqrt{32} \Leftrightarrow x = \sqrt{2}\cdot\sqrt{32} = \sqrt{2\cdot 32} = \sqrt{64} = 8$

δ) $3\sqrt{3} - x = \sqrt{27} \Leftrightarrow 3\sqrt{3} - \sqrt{27} = x \Leftrightarrow x = 3\sqrt{3} - \sqrt{3\cdot 9}$

$\Leftrightarrow x = 3\sqrt{3} - \sqrt{3}\cdot\sqrt{9} \Leftrightarrow x = 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} \Leftrightarrow x = 0$

Άσκηση 8

Να αποδείξετε ότι $(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1) = 2$. Χρησιμοποιώντας την προηγούμενη ισότητα να μετατρέψετε το κλάσμα $\frac{1}{\sqrt{3}-1}$ που έχει άρρητο παρονομαστή σε ισοδύναμο με ρητό παρονομαστή.

Λύση

$(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1) = (\sqrt{3})^2 + \sqrt{3} - \sqrt{3} - 1 = 3 - 1 = 2$

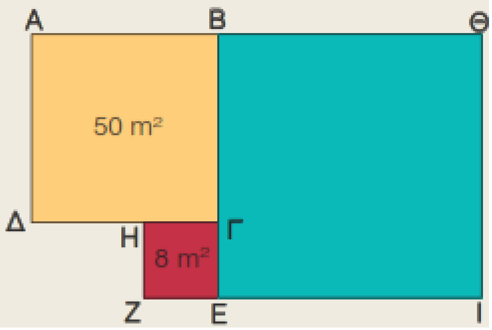
Πολλαπλασιάζουμε τους όρους του κλάσματος με $\sqrt{3}+1$

$$\frac{1}{\sqrt{3}-1} = \frac{1\left(\sqrt{3}+1\right)}{\left(\sqrt{3}-1\right)\left(\sqrt{3}+1\right)} = \frac{1(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$$

αφού όπως αποδείξαμε $(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1) = 2$

Άσκηση 9

Αν τα τετράγωνα ΑΒΓΔ και ΓΕΖΗ έχουν εμβαδόν 50 m^2 και 8m^2 αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τετραγώνου ΒΘΙΕ είναι 98 m^2.



Λύση

Για να υπολογίσουμε το εμβαδόν του ΒΕΙΘ, πρέπει να υπολογίσουμε τις πλευρές των ΑΒΓΔ, ΓΕΖΗ,

Οπότε και το άθροισμα ΒΓ+ΓΕ θα ισούται με την πλευρά ΒΕ του ΒΕΙΘ

Εμβαδόν τετραγώνου (ΑΒΓΔ) = 50 άρα $ΒΓ^2 = 50$

οπότε $ΒΓ = \sqrt{50} = \sqrt{2\cdot 25} = \sqrt{2}\cdot\sqrt{25} = 5\sqrt{2}$

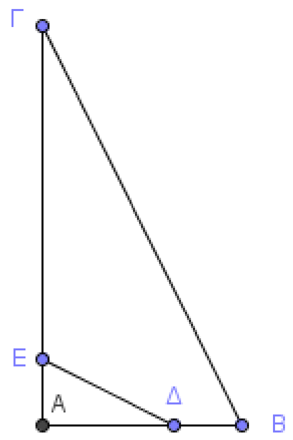
Εμβαδόν τετραγώνου (ΓΕΖΗ) = 8 άρα $ΓΕ^2 = 8$

οπότε $ΓΕ = \sqrt{8} = \sqrt{2\cdot 4} = \sqrt{2}\cdot\sqrt{4} = 2\sqrt{2}$

Αλλά $ΒΕ = ΒΓ + ΓΕ$ άρα $ΒΕ = 5\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$

Επομένως, εμβαδόν τετραγώνου $(ΒΘΙΕ) = (7\sqrt{2})^2 = 49\cdot 2 = 98\ m^2$

Άσκηση 10



Στις κάθετες πλευρές ΑΒ = 3cm και ΑΓ= 6 cm ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ να πάρετε αντιστοίχως τα σημεία Δ και Ε έτσι, ώστε ΑΔ = 2 cm και ΑΕ = 1cm.

Να αποδείξετε ότι ΒΓ = 3ΔΕ

Λύση

Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ εφαρμόζουμε το πυθαγόρειο θεώρημα: $ΒΓ^2 = ΑΒ^2 + ΑΓ^2$ $= 3^2 + 6^2 = 45$

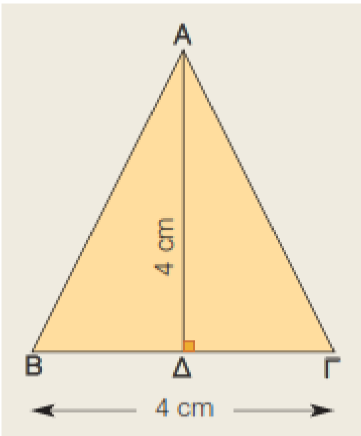
οπότε $ΒΓ = \sqrt{45} = \sqrt{5 \cdot 9} = \sqrt{5} \cdot \sqrt{9} = 3\sqrt{5}$

Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΕΔ εφαρμόζουμε το πυθαγόρειο θεώρημα

$ΕΔ^2 = ΑΕ^2 + ΑΔ^2 = 1^2 + 2^2 = 5$ οπότε $ΔΕ = \sqrt{5}$ και επειδή $ΒΓ = 3\sqrt{5}$

συμπεραίνουμε ότι ΒΓ = 3ΔΕ.

Άσκηση 11



Στο ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ) το ύψος ΑΔ = 4 cm και η πλευρά ΒΓ = 4cm.

α) Να υπολογίσετε την πλευρά ΑΓ και στη συνέχεια να αποδείξετε ότι η περίμετρος του τριγώνου ΑΒΓ είναι $4 + 4\sqrt{5}$ cm

β) Στην προηγούμενη ερώτηση, 4 μαθητές έδωσαν τις παρακάτω απαντήσεις :

$4 + \sqrt{20}$, $4 + 2\sqrt{20}$, $8\sqrt{5}$ και $2(2 + \sqrt{20})$

Ποιες από αυτές είναι σωστές ;

Λύση

α) Σε κάθε ισοσκελές τρίγωνο το ύψος που αντιστοιχεί στην βάση είναι και διάμεσος.

Εδώ η ΑΔ είναι ύψος που αντιστοιχεί στην βάση άρα και διάμεσος. Οπότε ΒΔ = ΔΓ = 2cm

Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΔΓ εφαρμόζουμε το πυθαγόρειο θεώρημα και έχουμε:

$ΑΓ^2 = ΑΔ^2 + ΔΓ^2 = 4^2 + 2^2 = 20$, συνεπώς $ΑΓ = \sqrt{20} = \sqrt{4 \cdot 5} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$

Άρα $ΑΒ = 2\sqrt{5}$

Η περίμετρος Π του τριγώνου ΑΒΓ είναι:

$Π = ΑΒ + ΒΓ + ΑΓ = 2\sqrt{5} + 4 + 2\sqrt{5} = 4 + 4\sqrt{5}$

β) Αν γράψουμε το μήκος των $ΑΓ = \sqrt{20} = ΑΒ$ τότε

Η περίμετρος Π του τριγώνου ΑΒΓ είναι:

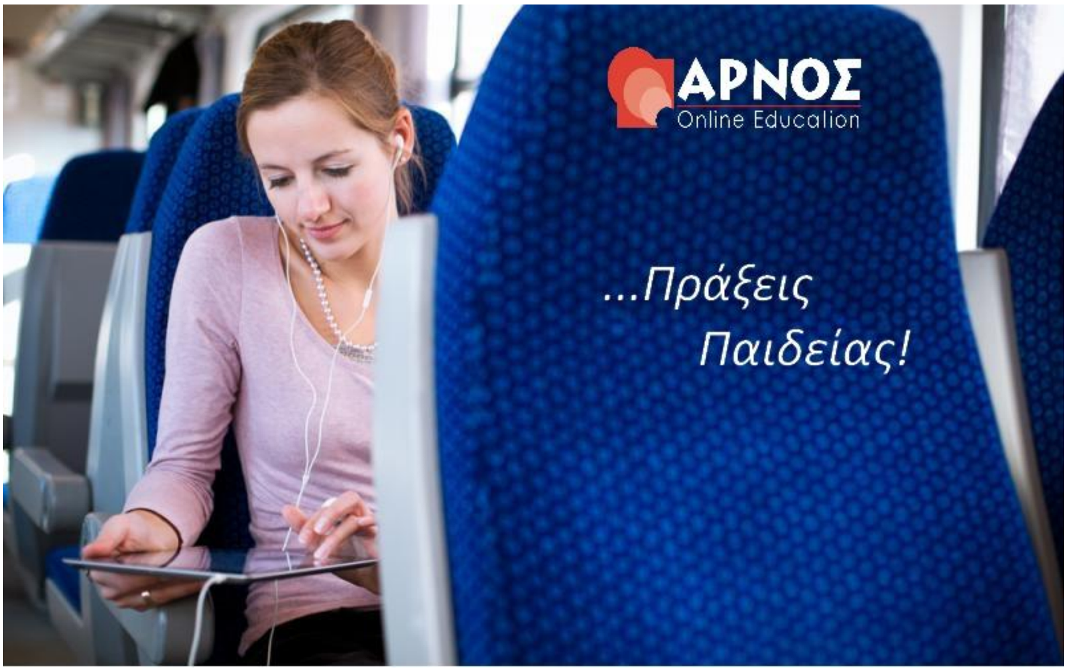
$Π = \sqrt{20} + 4 + \sqrt{20} = 4 + 2\sqrt{20} = 2(2 + \sqrt{20})$

Οπότε σωστές είναι οι απαντήσεις είναι οι : $4 + 2\sqrt{20}$ και $2(2 + \sqrt{20})$

Επιμέλεια: Βασίλης Γκιμίσης – MED - Μαθηματικός

Φροντιστηριακό e-μάθημα

Γυμνάσιο: 9.000 μαθήματα με βίντεο-διδασκαλία
για όλο το σχολικό έτος μόνο με 150 ευρώ!



Μελέτη όπου, όποτε και όσο εσύ θες!

Διδάσκουμε μεθοδικά σε βίντεο τη θεωρία του σχολικού βιβλίου και λύνουμε όλες τις ασκήσεις

Δημιουργούμε συνεχώς νέα βίντεο με διδασκαλία για τις εκπαιδευτικές σου απαιτήσεις

Παίζουμε και μαθαίνουμε με on line test αξιολόγησης & SOS διαγωνίσματα προσομοίωσης για τις εξετάσεις

Λύνουμε απορίες ζωντανά on line καθημερινά 3 μ.μ. - 8 μ.μ.

ΑΡΝΟΣ
Online Education

…Πράξεις Παιδείας!