

Λύση

α) Το σημείο Α που η ευθεία $\epsilon_1: y = 3x + 2$ τέμνει τον άξονα $y'y$ έχει συντεταγμένες $A(0, \beta)$ όπου $\beta = 2$.

Άρα $A(0, 2)$

β) Για $x = 2$ η (ϵ_1) γίνεται $y = 3 \cdot 2 + 2 = 8 \neq 5$ άρα δε διέρχεται από το Μ

Για $x = 2$ η (ϵ_2) γίνεται $y = 4 \cdot 2 - 3 = 5$ άρα διέρχεται από το Μ

γ) Η συντεταγμένες του σημείου τομής είναι η λύση του συστήματος

$$\begin{cases} y = 3x + 2 \\ y = 4x - 3 \end{cases}$$

Τότε

$$4x - 3 = 3x + 2$$

$$x = 5$$

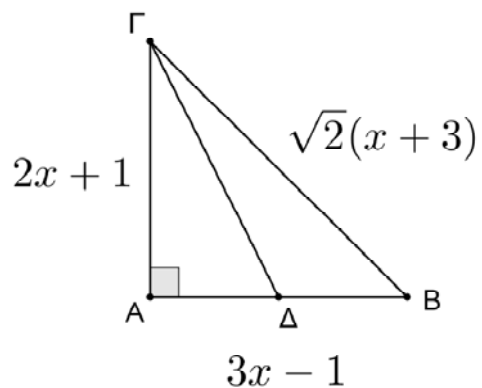
Επίσης $y = 3 \cdot 5 + 2 = 17$. Άρα οι συντεταγμένες του σημείου Σ είναι $\Sigma(5, 17)$.

Δ' Θέμα

Στο διπλανό ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{A} = 90^\circ$, τα μήκη των πλευρών του σε cm είναι:

$AB = 3x - 1$, $AG = 2x + 1$ και

$BG = \sqrt{2}(x + 3)$, όπου το x είναι ένας πραγματικός αριθμός.



α) Να αποδείξετε ότι για τον αριθμό x ισχύει $11x^2 - 14x - 16 = 0$.

Μονάδες 5

β) Να βρείτε τα μήκη των ΑΒ και ΑΓ.

Μονάδες 6

γ) Αν Δ είναι το μέσον της ΑΒ, να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΒΓΔ.

Μονάδες 4

Λύση

α) Από το Πυθαγόρειο Θεώρημα ισχύει

$$(2x+1)^2 + (3x-1)^2 = \left[\sqrt{2}(x+3) \right]^2$$

$$4x^2 + 4x + 1 + 9x^2 - 6x + 1 = 2(x^2 + 6x + 9)$$

$$11x^2 - 14x - 16 = 0$$

β) Βρίσκουμε το x επιλύοντας τη δευτεροβάθμια εξίσωση

$$11x^2 - 14x - 16 = 0 \text{ όπου}$$

$$\Delta = 900$$

$$x_1 = 2, x_2 = -\frac{8}{11}$$

Για $x_1 = 2$ έχουμε $AB = 2 \cdot 2 + 1 = 5\text{cm}$ και $AG = 3 \cdot 2 - 1 = 5\text{cm}$

Για $x_2 = -\frac{8}{11}$ έχουμε $AD = \frac{AB}{2} = \frac{5}{2} = 2,5\text{cm}$ με $AG = 3 \cdot \left(-\frac{8}{11}\right) - 1 < 0$

απορρίπτεται

$$\gamma) AD = \frac{AB}{2} = 2,5\text{cm}$$

$$E = \frac{AD \cdot AG}{2} = \frac{2,5 \cdot 5}{2} = 6,25\text{cm}^2$$

Εναλλακτικά

$$AD = \frac{AB}{2} = 2,5\text{cm}$$

$$(B\Gamma\Delta) = (AB\Gamma) - (A\Gamma\Delta) = \frac{AB \cdot AG}{2} - \frac{AD \cdot AG}{2} = \frac{5 \cdot 5}{2} - \frac{2,5 \cdot 5}{2} = 6,25\text{cm}^2$$