

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο

1.1.Γ. Ρίζες

Κατανόησης - σχετικά εύκολες

1. Να απαντήσετε με ένα x στα αντίστοιχα τετραγωνίδια.

	ΣΩΣΤΟ	ΛΑΘΟΣ
1. $\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = \sqrt{\alpha + \beta}$	☐	☐
2. $\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta} = \sqrt{\alpha - \beta}$	☐	☐
3. $\sqrt{45} = 3\sqrt{5}$	☐	☐
4. $\sqrt{25} - \sqrt{75} + \sqrt{12} = 5 - 3\sqrt{3}$	☐	☐
5. $\frac{\sqrt{3}\sqrt{12}\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = 3\sqrt{2}$	☐	☐
6. $\sqrt{\alpha^2\beta} = \alpha\sqrt{\beta}$ όπου $\alpha, \beta \geq 0$	☐	☐
7. $\sqrt{\alpha^2\beta} = \alpha\sqrt{\beta}$ όπου $\beta \geq 0$	☐	☐

Λύση

- ΛΑΘΟΣ δεν ισχύει γενικά $\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = \sqrt{\alpha + \beta}$ π.χ. $\sqrt{4} + \sqrt{9} \neq \sqrt{13}$
- ΛΑΘΟΣ δεν ισχύει γενικά $\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta} = \sqrt{\alpha - \beta}$ π.χ. $\sqrt{9} - \sqrt{4} \neq \sqrt{9-4}$
- ΣΩΣΤΟ $\sqrt{45} = \sqrt{9 \cdot 5} = 3\sqrt{5}$
- ΣΩΣΤΟ $\sqrt{25} - \sqrt{75} + \sqrt{12} = 5 - \sqrt{3 \cdot 25} + \sqrt{4 \cdot 3} = 5 - 5\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 5 - 3\sqrt{3}$
- ΛΑΘΟΣ $\frac{\sqrt{3}\sqrt{12}\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{3}\sqrt{2}\sqrt{6}\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \sqrt{3}\sqrt{2}\sqrt{2} = 2\sqrt{3} \neq 3\sqrt{2}$
- ΣΩΣΤΟ $\sqrt{\alpha^2\beta} = \sqrt{\alpha^2}\sqrt{\beta} = |\alpha|\sqrt{\beta} = \alpha\sqrt{\beta}$ αφού $\alpha, \beta \geq 0$
- ΛΑΘΟΣ $\sqrt{\alpha^2\beta} = \sqrt{\alpha^2}\sqrt{\beta} = |\alpha|\sqrt{\beta}$ αφού εδώ δεν ξέρω αν $\alpha \geq 0$

2. Να γράψετε με ποιο απλό τρόπο τις παραστάσεις:

i) $\sqrt{5} + \sqrt{5} + \sqrt{5} + \sqrt{5}$

ii) $-\sqrt{3} - \sqrt{3} - \sqrt{3} - \sqrt{3}$

iii) $3\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 7\sqrt{5}$

iv) $\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 7\sqrt{3} - 6\sqrt{3} + 3\sqrt{3}$

v) $2\sqrt{5} - 4\sqrt{2} + 12\sqrt{5} - \sqrt{2} + 3\sqrt{5}$

vi) $2\sqrt{3} - 5\sqrt{2} + 7\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$

Λύση

i) $\sqrt{5} + \sqrt{5} + \sqrt{5} + \sqrt{5} = 4\sqrt{5}$

ii) $-\sqrt{3} - \sqrt{3} - \sqrt{3} - \sqrt{3} = -4\sqrt{3}$

iii) $3\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 7\sqrt{5} = 8\sqrt{5}$

iv) $\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 7\sqrt{3} - 6\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = \sqrt{3}$

v) $2\sqrt{5} - 4\sqrt{2} + 12\sqrt{5} - \sqrt{2} + 3\sqrt{5} = -3\sqrt{2} + 17\sqrt{5}$

vi) $2\sqrt{3} - 5\sqrt{2} + 7\sqrt{3} + 2\sqrt{2} = 9\sqrt{3} - 3\sqrt{2}$

Εφαρμογής - μέτριας δυσκολίας**3. Να υπολογισθούν οι τιμές των παραστάσεων:**

i) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12}$

ii) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{48}$

iii) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{27}$

iv) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{320}$

v) $\sqrt{12} \cdot \sqrt{48}$

vi) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{18}$

Λύση

i) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12} = \sqrt{3 \cdot 12} = \sqrt{36} = 6$

ii) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{48} = \sqrt{144} = 12$

iii) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{27} = \sqrt{81} = 9$

iv) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{320} = \sqrt{1600} = 40$

v) $\sqrt{12} \cdot \sqrt{48} = \sqrt{576} = 24$

vi) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{18} = \sqrt{144} = 12$

4. Να υπολογισθούν οι τιμές των παραστάσεων:

i) $\sqrt{\frac{7}{5}} \cdot \sqrt{\frac{5}{7}}$

ii) $\sqrt{\frac{6}{7}} \cdot \sqrt{\frac{343}{6}}$

iii) $\sqrt{\frac{13}{5}} \cdot \sqrt{\frac{80}{13}}$

iv) $\sqrt{\frac{7}{8}} \cdot \sqrt{\frac{32}{7}}$

Λύση

i) $\sqrt{\frac{7}{5}} \cdot \sqrt{\frac{5}{7}} = \sqrt{\frac{7 \cdot 5}{5 \cdot 7}} = \sqrt{1} = 1$ ii) $\sqrt{\frac{6}{7}} \cdot \sqrt{\frac{343}{6}} = \sqrt{\frac{6 \cdot 343}{7 \cdot 6}} = \sqrt{\frac{343}{7}} = \sqrt{49} = 7$

iii) $\sqrt{\frac{13}{5}} \cdot \sqrt{\frac{80}{13}} = \sqrt{\frac{13 \cdot 80}{5 \cdot 13}} = \sqrt{16} = 4$ iv) $\sqrt{\frac{7}{8}} \cdot \sqrt{\frac{32}{7}} = \sqrt{\frac{7 \cdot 32}{8 \cdot 7}} = \sqrt{\frac{32}{8}} = 2$

5. Να απλοποιηθούν οι παραστάσεις:

i) $\frac{\sqrt{10} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{6}}$

ii) $\frac{\sqrt{12} \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{21}}$

iii) $\frac{\sqrt{12} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{80} \cdot \sqrt{2}}$

iv) $\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{18}}{\sqrt{8} \cdot \sqrt{14}}$

v) $\frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{20} \cdot \sqrt{2}}$

Λύση

i) $\frac{\sqrt{10} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 3}{6}} = \sqrt{5}$

ii) $\frac{\sqrt{12} \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{21}} = \sqrt{\frac{12 \cdot 7}{21}} = \sqrt{4} = 2$

iii) $\frac{\sqrt{12} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{80} \cdot \sqrt{2}} = \sqrt{\frac{12 \cdot 5 \cdot 6}{80 \cdot 2}} = \sqrt{\frac{12 \cdot 6}{16 \cdot 2}} = \sqrt{\frac{36}{16}} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

iv) $\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{18}}{\sqrt{8} \cdot \sqrt{14}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 7 \cdot 18}{8 \cdot 14}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$

v) $\frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{20} \cdot \sqrt{2}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 6 \cdot 5}{20 \cdot 2}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 6 \cdot 5}{20 \cdot 2}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$

6. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

$$A = 3\sqrt{32} - \sqrt{128} + \sqrt{18}$$

$$B = 3\sqrt{18} + \sqrt{72} - \sqrt{50}$$

$$\Gamma = (1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2})$$

$$\Delta = \sqrt{25 - 4\sqrt{11} + \sqrt{25}}$$

Λύση

$$A = 3\sqrt{32} - \sqrt{128} + \sqrt{18} = 3\sqrt{2 \cdot 16} - \sqrt{2 \cdot 64} + \sqrt{2 \cdot 9} = 3 \cdot 4\sqrt{2} - 8\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$$

$$B = 3\sqrt{18} + \sqrt{72} - \sqrt{50} = 3\sqrt{9 \cdot 2} + \sqrt{36 \cdot 2} - \sqrt{25 \cdot 2} = 3 \cdot 3\sqrt{2} + 6\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$$

$$\Gamma = (1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) = 1 - \sqrt{2} + \sqrt{2} - \sqrt{2}^2 = 1 - 2 = -1$$

$$\Delta = \sqrt{25 - 4\sqrt{11} + \sqrt{25}} = \sqrt{25 - 4\sqrt{11} + 5} = \sqrt{25 - 4\sqrt{16}} = \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3$$

7. Να μετατρέψετε τα παρακάτω κλάσματα ώστε να μην έχουν ρίζα στον παρονομαστή:

$$\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}}, \quad \frac{5}{\sqrt{5}}, \quad \frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}}, \quad \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{2}}, \quad \frac{5\sqrt{7}}{3\sqrt{2}}$$

Λύση

$$\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{32} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{64}}{2} = 4, \quad \frac{5}{\sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{5}}{\sqrt{5}\sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{5}}{5} = \sqrt{5},$$

$$\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}\sqrt{75}}{\sqrt{3}\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{225}}{3} = \frac{15}{3} = 5,$$

$$\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{6}\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{12}}{2} = \sqrt{12} = \sqrt{3 \cdot 4} = 2\sqrt{3},$$

$$\frac{5\sqrt{7}}{3\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{7}\sqrt{2}}{3\sqrt{2}\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{14}}{3 \cdot 2} = \frac{5\sqrt{14}}{6}$$

Ανάλυσης και εφαρμογής - αυξημένης δυσκολίας

8. Να γίνουν οι παρακάτω πράξεις:

i) $(\sqrt{7} + \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{7} - \sqrt{3})$

ii) $(2 - \sqrt{3}) \cdot (2 + \sqrt{3})$

iii) $(\sqrt{8} - 5) \cdot (\sqrt{8} + 5)$

iv) $(\sqrt{5} - \sqrt{3})^2$

v) $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2$

vi) $(2\sqrt{3} - 1) \cdot (3\sqrt{2} + 4)$

vii) $9\sqrt{3} : \frac{1 + \sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}}$

Λύση

i) $(\sqrt{7} + \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{7} - \sqrt{3}) = \sqrt{7}\sqrt{7} - \sqrt{3}\sqrt{7} + \sqrt{3}\sqrt{7} - \sqrt{3}\sqrt{3} = 7 - 3 = 4$

ii) $(2 - \sqrt{3}) \cdot (2 + \sqrt{3}) = 2^2 + \sqrt{3} \cdot 2 - \sqrt{3} \cdot 2 - \sqrt{3}^2 = 4 - 3 = 1$

iii) $(\sqrt{8} - 5) \cdot (\sqrt{8} + 5) = \sqrt{8}^2 + 5\sqrt{8} - 5\sqrt{8} - 5^2 = 8 - 25 = -17$

iv) $(\sqrt{5} - \sqrt{3})^2 = (\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3}) = \sqrt{5}^2 - \sqrt{3}\sqrt{5} - \sqrt{3}\sqrt{5} + \sqrt{3}^2$
 $= 5 - 2\sqrt{3}\sqrt{5} + 3 = 8 - 2\sqrt{15}$

v) $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 = \sqrt{2}^2 + \sqrt{3}\sqrt{2} + \sqrt{3}\sqrt{2} + \sqrt{3}^2 = 2 + 2\sqrt{3}\sqrt{2} + 3 = 5 + 2\sqrt{6}$

vi) $(2\sqrt{3} - 1) \cdot (3\sqrt{2} + 4) = 2\sqrt{3} \cdot 3\sqrt{2} + 4 \cdot 2\sqrt{3} - 3\sqrt{2} - 4 = 6\sqrt{6} + 8\sqrt{3} - 3\sqrt{2} - 4$

vii) $9\sqrt{3} : \frac{1 + \sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}} = 9\sqrt{3} : \frac{1 + \sqrt{3}}{\sqrt{3}^2 + \sqrt{3}} = 9\sqrt{3} : \frac{1 + \sqrt{3}}{\sqrt{3}(\sqrt{3} + 1)} = 9\sqrt{3} : \frac{1}{\sqrt{3}} = 9\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 27$

9. Αν $x = \sqrt{3} + 2$ και $y = \sqrt{3} - 2$. Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων :

$x + y$, $x - y$, $x \cdot y$, $x^2 : y^2$

Λύση

$x + y = \sqrt{3} + 2 + \sqrt{3} - 2 = 2\sqrt{3}$

$$x - y = \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} + 2 = 4$$

$$x \cdot y = (\sqrt{3} + 2)(\sqrt{3} - 2) = \sqrt{3}^2 - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 2^2 = 3 - 4 = -1$$

$$x : y = \frac{\sqrt{3} + 2}{\sqrt{3} - 2} = \frac{(\sqrt{3} + 2)(\sqrt{3} + 2)}{(\sqrt{3} - 2)(\sqrt{3} + 2)} = \frac{\sqrt{3}^2 + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 2^2}{\sqrt{3}^2 - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 2^2} = \frac{7 + 4\sqrt{3}}{-1} = -7 - 4\sqrt{3}$$

Απολαύστε τη διδασκαλία στα βίντεο του www.arnos.gr

Κατανοείστε σε βάθος τη μεθοδολογία επίλυσης!



ARNOS
Online Education

...Πράξεις Παιδείας!