

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο**1.1.Β. Δυνάμεις****Κατανόησης - σχετικά εύκολες****1. Να βρείτε την αριθμητική τιμή των παραστάσεων:**

i) $(-2)^4 - (-3)^3$

ii) $-5^2 + (-5)^2 - (-2)^4 + (-1)^7$

iii) $-(-4)^2 - 2^2 - 3[(-5)^2 - (-4)(-2)^2]$

iv) $-3(-10)^2 - (-1)^{17}(-2) - [5^3 - (-5)^2 - (1 - 2^4)]$

v) $(-3)^4 - 5^3 - (-2)^5 - [(3^3 - 12) : 3 - 8]$

vi) $(-2)^6 - 4^3 - (-3)^4 - [(2^5 - 14) : 6 - 9]$

Λύση

i) $(-2)^4 - (-3)^3 = 16 - (-27) = 43$

ii) $-5^2 + (-5)^2 - (-2)^4 + (-1)^7 = 25 - 25 - 16 - 1 = -17$

iii) $-(-4)^2 - 2^2 - 3[(-5)^2 - (-4)(-2)^2] =$
 $-16 - 4 - 3(25 - (-16)) = 12 - 3 \cdot 41 = -111$

iv) $-3(-10)^2 - (-1)^{17}(-2) - [5^3 - (-5)^2 - (1 - 2^4)] =$
 $-300 - 2 - (125 - 25 + 15) = -417$

v) $(-3)^4 - 5^3 - (-2)^5 - [(3^3 - 12) : 3 - 8] =$
 $81 - 125 + 32 - ((27 - 12) : 3 - 8) = -12 - (5 - 8) = -12 + 3 = -9$

vi) $(-2)^6 - 4^3 - (-3)^4 - [(2^5 - 14) : 6 - 9] =$
 $64 - 64 - 81 - ((32 - 14) : 6 - 9) = -81 - (3 - 9) = -81 + 6 = -75$

2. Να γράφουν στη μορφή μιας δύναμης οι παραστάσεις:

i) $4^{-5}(-4)^2$

ii) $(-2)^{-6} : (-2)^{-4}$

iii) $5^{-4}2^4$

iv) $7^{-6}(-7)^3$

v) $(-5)^{-8} : (-5)^{-8} : (-5)^{-6}$

Λύση

i) $4^{-5}(-4)^2 = \frac{4^2}{4^5} = 4^{2-5} = 4^{-3}$

ii) $(-2)^{-6} : (-2)^{-4} = \frac{2^{-6}}{2^{-4}} = 2^{-6-(-4)} = 2^{-2}$

iii) $5^{-4}2^4 = \frac{2^4}{5^4} = \left(\frac{2}{5}\right)^4$

iv) $7^{-6}(-7)^3 = -\frac{7^3}{7^6} = -7^9$

v) $(-5)^{-8} : (-5)^{-6} = \frac{5^{-8}}{5^{-6}} = 5^{-2}$

3. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

i) $24^5 : 12^5$

ii) $\left(\frac{5}{7}\right)^{-5} \left(-\frac{5}{7}\right)^5$

iii) $26^4 : 13^4$

iv) $(-4)^6 (0,25)^6$

v) $(-4)^4 (0,5)^4$

Λύση

i) $24^5 : 12^5 = \left(\frac{24}{12}\right)^5 = 2^5 = 32$

ii) $\left(\frac{5}{7}\right)^{-5} \left(-\frac{5}{7}\right)^5 = -\left(\frac{5}{7}\right)^{-5} \left(\frac{5}{7}\right)^5 = -\left(\frac{5}{7}\right)^0 = -1$

iii) $26^4 : 13^4 = \frac{26^4}{13^4} = \left(\frac{26}{13}\right)^4 = 2^4 = 16$

iv) $(-4)^6 (0,25)^6 = (4 \cdot 0,25)^6 = 1^6 = 1$

v) $(-4)^4 (0,5)^4 = (4 \cdot 0,5)^4 = 2^4 = 16$

Εφαρμογής - μέτριας δυσκολίας

4. Αν $x = 4$, $y = -3$, $z = 2$ να υπολογισθούν οι τιμές των παραστάσεων:

- i) $x^2 + 2y^2 + 3z^2$ ii) $(2x - 3y + z)^2$ iii) $(x - 2y)^3$
 iv) $2x^2 - 3z^3$ v) $(x - 3z)^3$

Λύση

- i) $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 4^2 + 2(-3)^2 + 3 \cdot 2^2 = 16 + 18 + 12 = 46$
 ii) $(2x - 3y + z)^2 = (2 \cdot 4 - 3(-3) + 2)^2 = (8 + 9 + 2)^2 = 19^2 = 361$
 iii) $(x - 2y)^3 = (4 - 2(-3))^3 = 10^3 = 1000$
 iv) $2x^2 - 3z^3 = 2 \cdot 4^2 - 3 \cdot 2^3 = 2 \cdot 16 - 3 \cdot 8 = 32 - 24 = 8$
 v) $(x - 3z)^3 = (4 - 3 \cdot 2)^3 = (-2)^3 = -8$

5. Να δείξετε ότι: $(4^{28} \cdot 6^{14}) : 96^5 = 96^9$

Λύση

$$(4^{28} \cdot 6^{14}) : 96^5 = \frac{(4^2)^{14} (6)^{14}}{96^5} = \frac{(16 \cdot 6)^{14}}{96^5} = \frac{96^{14}}{96^5} = 96^9$$

6. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

- i) $3x^5 4y^3$ ii) $-2x^4 y^3 5x^2 y^6$
 iii) $(2x^2 y^3)^4$ vi) $(2xy^2 z^3)^3 (x^2 y)^2$

Λύση

- i) $3x^5 4y^3 = 12x^5 y^3$ ii) $-2x^4 y^3 5x^2 y^6 = -10x^6 y^9$
 iii) $(2x^2 y^3)^4 = 16x^8 y^{12}$ vi) $(2xy^2 z^3)^3 (x^2 y)^2 = 8x^3 y^6 z^9 x^4 y^2 = 8x^7 y^8 z^9$

7. Να κάνετε τις πράξεις:

$$i) \left[(-y)^6 \right]^{-3} (x^{-2})^5 (\omega^{-4})^{-3} (x^{-2})^{-10} (y^{-4})^{-3} \omega^0$$

$$ii) \left[(-x^3) \right]^{-5} \left[(-y)^4 \right]^{-6} \left[(-x)^6 \right]^{-5} (y^{-2})^{-20}$$

Λύση

$$i) \left[(-y)^6 \right]^{-3} (x^{-2})^5 (\omega^{-4})^{-3} (x^{-2})^{-10} (y^{-4})^{-3} \omega^0 = y^{-18} x^{-10} \omega^{12} x^{20} y^{12} \cdot 1 = x^{10} y^{-6} \omega^{12}$$

$$ii) \left[(-x^3) \right]^{-5} \left[(-y)^4 \right]^{-6} \left[(-x)^6 \right]^{-5} (y^{-2})^{-20} = -x^{-15} y^{-24} x^{-30} y^{40} = -x^{-45} y^{16}$$

8. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

$$i) \frac{3^4 3^8}{3^9}$$

$$ii) \frac{6x^2}{9x}$$

$$iii) \frac{-12\alpha^4 x^2 y}{-15\alpha^4 y^2}$$

$$iv) \frac{12x^2 y^3 \omega^4}{2x^5 y^6 \omega^{-2}}$$

$$v) \frac{6x^2 y^5}{3y^8}$$

$$vi) \frac{(-x)^5 y^{-12}}{x^3 (-y)^7}$$

$$vii) \frac{-2x^3 y^4}{10x^7 y^2}$$

Λύση

$$i) \frac{3^4 3^8}{3^9} = 3^{4+8-9} = 3^3$$

$$ii) \frac{6x^2}{9x} = \frac{2x}{3}$$

$$iii) \frac{-12\alpha^4 x^2 y}{-15\alpha^4 y^2} = \frac{4x^2}{5y}$$

$$iv) \frac{12x^2 y^3 \omega^4}{2x^5 y^6 \omega^{-2}} = \frac{6\omega^6}{x^3 y^3}$$

$$v) \frac{6x^2 y^5}{3y^8} = \frac{2x^2}{y^3}$$

$$vi) \frac{(-x)^5 y^{-12}}{x^3 (-y)^7} = \frac{x^5 y^{-12}}{x^3 y^7} = \frac{x^2}{y^{19}}$$

$$vii) \frac{-2x^3 y^4}{10x^7 y^2} = -\frac{y^2}{5x^4}$$