

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΑ

ΑΣΚΗΣΗ 1

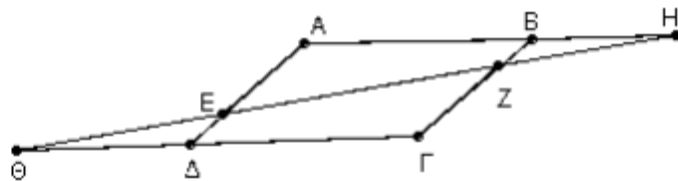
Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με $AB = 2B\Gamma$. Προεκτείνουμε την πλευρά $A\Delta$ κατά τμήμα $\Delta E = A\Delta$ και φέρουμε την BE που τέμνει τη $\Delta\Gamma$ στο H . Να αποδείξετε ότι:

- το τρίγωνο BAE είναι ισοσκελές.
- το $\Delta E\Gamma B$ είναι παραλληλόγραμμο.
- η AH είναι κάθετη στη BE .

ΑΣΚΗΣΗ 2

Στις πλευρές $A\Delta$ και $B\Gamma$ παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$ θεωρούμε σημεία E και Z , τέτοια, ώστε $AE = \Gamma Z$. Αν η ευθεία ZE τέμνει τις προεκτάσεις των πλευρών AB και $\Gamma\Delta$ στα σημεία H και Θ , να αποδείξετε ότι:

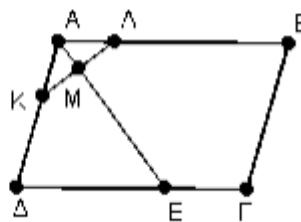
- $H\hat{B}Z = E\hat{\Delta}\Theta$
- $BZH = \Delta E\Theta$
- $BH = \Theta\Delta$



ΑΣΚΗΣΗ 3

Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με $AB > A\Delta$. Θεωρούμε σημεία K, Λ των $A\Delta$ και AB αντίστοιχα ώστε $AK = A\Lambda$. Έστω M το μέσο του $K\Lambda$ και η προέκταση του AM (προς το M) τέμνει τη $\Delta\Gamma$ στο σημείο E . Να αποδείξετε ότι:

- $A\Delta = \Delta E$.
- $B\Gamma + \Gamma E = AB$.
- $\hat{B} = 2 \cdot \hat{A\Lambda K}$



ΑΣΚΗΣΗ 4

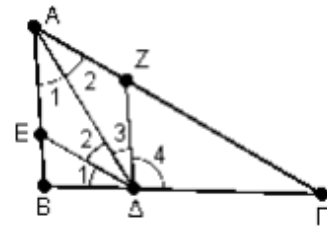
Έστω $AB\Gamma\Delta$ παραλληλόγραμμο με $AB = 2B\Gamma$. Αν M το μέσο της $\Gamma\Delta$ να δείξετε ότι

η γωνία $\hat{AMB} = 90^\circ$

ΑΣΚΗΣΗ 5

Έστω τρίγωνο $AB\Gamma$ και AD η διχοτόμος της γωνίας \hat{A} , για την οποία ισχύει ότι $AD = DG$. Η DE είναι διχοτόμος της γωνίας \hat{AEB} και η DZ παράλληλη στην AB . Να αποδείξετε ότι:

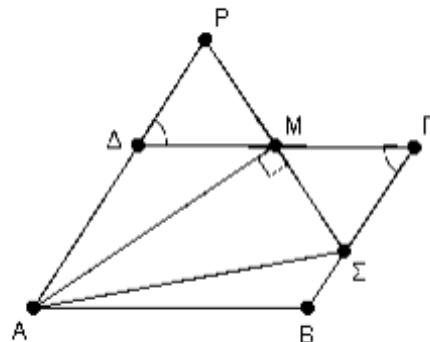
- Τα τμήματα ED και AG είναι παράλληλα.
- Το τρίγωνο EAD είναι ισοσκελές.
- Τα τμήματα AD και EZ διχοτομούνται.



ΑΣΚΗΣΗ 6

Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ και M το μέσο της πλευράς $\Delta\Gamma$. Φέρουμε κάθετη στην AM στο σημείο της M , η οποία τέμνει την ευθεία $A\Delta$ στο σημείο P και την $B\Gamma$ στο Σ . Να αποδείξετε ότι:

- $\Delta P = \Sigma\Gamma$
- Το τρίγωνο $AP\Sigma$ είναι ισοσκελές.
- $A\Sigma = A\Delta + \Gamma\Sigma$



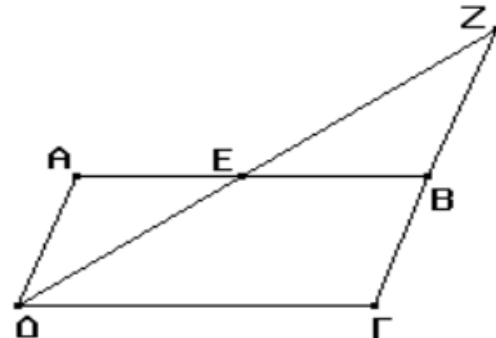
ΑΣΚΗΣΗ 7

Στο σχήμα το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο. Έστω E ένα σημείο της πλευράς AB τέτοιο ώστε

$A\Delta = AE$. Να δείξετε ότι η $Z\Delta$

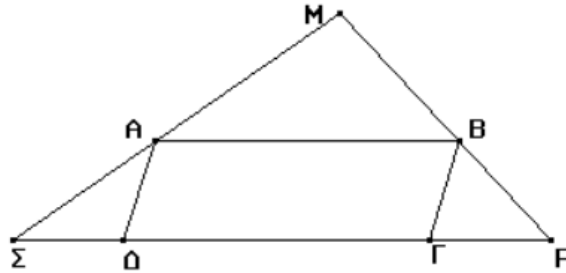
διχοτομεί τη γωνία Δ , καθώς και ότι

$BE = BZ$ και $\Gamma\Delta = \Gamma Z$.



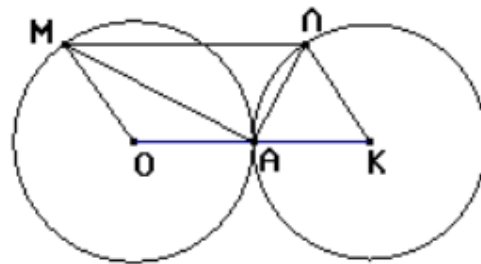
ΑΣΚΗΣΗ 8

Στο διπλανό σχήμα το τετράπλευρο $ΑΒΓΔ$ είναι παραλληλόγραμμο. Επίσης είναι $ΒΓ=ΓΡ$ και $ΑΔ=ΔΣ$. Να αποδειχθεί ότι $ΣΜΡ = 90^\circ$



ΑΣΚΗΣΗ 9

Στο διπλανό σχήμα οι κύκλοι εφάπτονται εξωτερικά στο A . Αν η γωνία $ΜΑΛ = 90^\circ$. Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $ΟΚΛΜ$ είναι παραλληλόγραμμο



ΑΣΚΗΣΗ 10

Δίνεται παραλληλόγραμμο $ΑΒΓΔ$. Προεκτείνουμε την πλευρά $ΑΒ$ κατά τμήμα $ΒΚ = ΒΓ$ και την πλευρά $ΑΔ$ κατά τμήμα $ΔΛ = ΔΓ$. Να αποδείξετε ότι τα σημεία $Λ$, $Γ$ και $Κ$ είναι συνευθειακά.