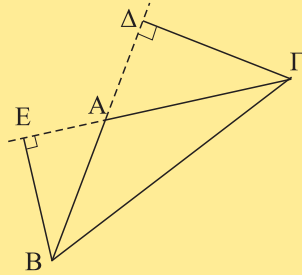


ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΛΥΣΗ

Ερωτήσεις Κατανόησης

1. Στο παρακάτω σχήμα να συμπληρώσετε τα κενά:



i) $BΓ^2 = \dots + \dots + 2AB \dots$

ii) $BΓ^2 = \dots + \dots + 2AΓ \dots$

2. Να βρεθεί το είδος των γωνιών τριγώνου ABΓ όταν:

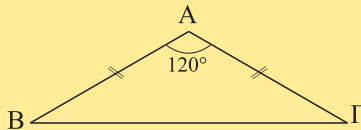
i) $\beta^2 = 3\alpha^2 + \gamma^2$,

ii) $\gamma^2 = \alpha^2 - \beta^2$,

iii) $\alpha^2 - \beta^2 = 2\gamma^2$.

3. Αν β η πλευρά αμβλυγώνιου τριγώνου ABΓ τότε $\dots > \alpha^2 + \dots$ (Να συμπληρώσετε τα κενά).

4. Αν στο παρακάτω σχήμα είναι $AB = AΓ$ και $\hat{A} = 120^\circ$, να δικαιολογήσετε γιατί $\alpha^2 = 3\beta^2$.



Ασκήσεις Εμπέδωσης

1. Να εξετάσετε αν υπάρχει τρίγωνο ABΓ, με $\alpha=6\mu$, $\beta=5\mu$, $\gamma=4\mu$, όπου μ θετική παράμετρος. Να εξετασθεί το είδος του τριγώνου ως προς τις γωνίες του.

2. Υπάρχει τρίγωνο με μήκη πλευρών $\alpha=6$, $\beta=5$, $\gamma=4$; Αν ναι, να υπολογισθούν τα ύψη του τριγώνου.

3. Δίνεται τρίγωνο ABΓ με $\alpha = \sqrt{2}$, $\beta = 1 + \sqrt{3}$, $\gamma = 2$. Να υπολογισθεί η γωνία \hat{A} .



4. Δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο ABΓ με $AB = 4\text{cm}$, $AΓ = 5\text{cm}$ και $\hat{A} = 30^\circ$, όπου BΔ το ύψος του. Να υπολογισθεί η πλευρά του BΓ.

Αποδεικτικές Ασκήσεις

1. Οι πλευρές ενός τριγώνου ABΓ έχουν μήκη $AB=9\text{cm}$, $BΓ=7\text{cm}$ και $AΓ=12\text{cm}$. Να υπολογισθεί το μήκος της προβολής της BΓ πάνω στην AB.

2. Να αποδείξετε ότι σε κάθε τραπέζιο ABΓΔ με βάσεις AB, ΓΔ ισχύει ότι

$$AΓ^2 + BΔ^2 = AΔ^2 + BΓ^2 + 2AB \cdot ΓΔ.$$

3. Αν BB' , $ΓΓ'$ είναι ύψη ενός οξυγώνιου τριγώνου ABΓ, να αποδείξετε ότι $\alpha^2 = \beta \cdot ΓB' + \gamma \cdot BΓ'$.

4. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ ($\hat{A} = 1\perp$). Προεκτείνουμε την πλευρά AΓ κατά ΓΔ=BΓ. Να αποδείξετε ότι $BΔ^2 = 2BΓ \cdot AΔ$.

5. Σε ισοσκελές τρίγωνο ABΓ ($AB=AΓ$) φέρουμε παράλληλο της BΓ, που τέμνει τις AB και AΓ στα Δ και E αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι $BE^2 = EΓ^2 + BΓ \cdot AΕ$.

6. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ ($\hat{A} = 1\perp$) με πλευρές α , β , γ . Υπάρχει τρίγωνο με πλευρές 5α , 4β , 3γ ;

Σύνθετα Θέματα

1. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ABΓ με $AB = AΓ$ και $\hat{A} = 30^\circ$. Να αποδείξετε ότι $\alpha = \beta\sqrt{2 - \sqrt{3}}$.

2. Δίνεται κύκλος διαμέτρου AB και μία χορδή του ΓΔ//AB. Αν M είναι τυχαίο σημείο της AB, να αποδείξετε ότι $MΓ^2 + MΔ^2 = MA^2 + MB^2$.

3. Δίνεται τρίγωνο ABΓ με $\alpha^3 = \beta^3 + \gamma^3$. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι οξυγώνιο.



9.5 Θεωρήματα διαμέσων

Οι επόμενες μετρικές σχέσεις που θα μελετήσουμε αφορούν τον υπολογισμό των διαμέσων ενός τριγώνου και των προβολών τους στις πλευρές, ως συνάρτηση των πλευρών του τριγώνου.