

Από τις σχέσεις (4) και (6) έχουμε  $\frac{NA}{NB} = \frac{\mu}{\nu}$ .

Άρα ο ζητούμενος γεωμετρικός τόπος είναι ο κύκλος με διάμετρο ΓΔ.

### Κατασκευή

Αν δοθούν τα σημεία Α και Β και ο λόγος  $\frac{\mu}{\nu}$ , διαιρούμε το τμήμα ΑΒ εσωτερικά και εξωτερικά σε λόγο  $\frac{\mu}{\nu}$ , όπως στο πρόβλημα 2, § 7.7 και βρίσκουμε τα Γ και Δ. Στη συνέχεια γράφουμε τον κύκλο με διάμετρο ΓΔ.

### Διερεύνηση

Αν είναι  $\frac{\mu}{\nu} = 1$ , τότε  $\frac{MA}{MB} = 1$  ή  $MA = MB$ . Άρα το Μ ισαπέχει από τα Α και Β, οπότε ο ζητούμενος γεωμετρικός τόπος είναι η μεσοκάθετος του τμήματος ΑΒ.

### ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ

Ο προηγούμενος γεωμετρικός τόπος λέγεται **Απολλώνιος κύκλος**, από το όνομα του Έλληνα μαθηματικού Απολλωνίου που πρώτος μελέτησε το θέμα.

Γενικά υπάρχουν άπειροι απολλώνιοι κύκλοι ως προς δύο σημεία Α και Β. Για να ορισθεί κάποιος από αυτούς, όταν δοθούν τα Α και Β, χρειάζεται να δοθεί ο λόγος  $\frac{\mu}{\nu}$  ή ένα από τα σημεία Γ, Δ, ή ισοδύναμα, ένα τυχαίο σημείο του απολλώνιου κύκλου, ώστε ο λόγος να είναι προσδιορισμένος.

### ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΛΥΣΗ

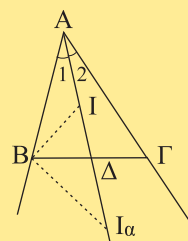
#### Ερωτήσεις Κατανόησης

**1.** Να εξηγήσετε γιατί τα ίχνη Δ, Ε της εσωτερικής και εξωτερικής διχοτόμου της γωνίας Α, τριγώνου ΑΒΓ, είναι συζυγή αρμονικά των Β και Γ.

**2.** Αν ΑΔ είναι η διχοτόμος τριγώνου ΑΒΓ και  $\Delta B = \frac{\gamma}{2}$ , να δικαιολογήσετε γιατί  $\beta + \gamma = 2\alpha$ .

**3.** Τι ονομάζεται Απολλώνιος κύκλος ως προς δυο σημεία Α και Β; Πόσοι τέτοιοι Απολλώνιοι κύκλοι υπάρχουν; Με ποιους τρόπους μπορεί να ορισθεί κάποιος από αυτούς;

**4.** Στο διπλανό σχήμα είναι ΑΔ η διχοτόμος, Ι το έγκεντρο και Ι<sub>α</sub> το παράκεντρο του τριγώνου ΑΒΓ. Τα σημεία (Α, Δ) και (Ι, Ι<sub>α</sub>) αποτελούν αρμονική τετράδα; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



**5.** Ο γεωμετρικός τόπος των σημείων του επιπέδου που οι αποστάσεις τους από δύο ορισμένα σημεία Α και Β έχουν λόγο  $\lambda = 1$  είναι:

- i) Κύκλος διαμέτρου ΑΒ
- ii) Η μεσοκάθετος του ΑΒ
- iii) Το μέσο Μ του ΑΒ
- iv) Κανένα από τα παραπάνω.

(Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας).