Ασκήσεις Εμπέδωσης

1. *Δυο τρίγωνα ΑΒΓ και Α'Β'Γ' έχουν* $\alpha = \alpha'$ *και* $\upsilon_\alpha = \frac{3}{2}\upsilon_{\alpha'}$. *Αν το εμβαδόν του ΑΒΓ είναι* $30m^2$, *να βρείτε το εμβαδόν του Α'Β'Γ'.*

Ασκήσεις Εμπέδωσης

2. *Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με εμβαδόν $20m^2$. Αν Μ σημείο στην προέκταση της ΑΒ τέτοιο ώστε ΑΒ = 2ΒΜ, να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΜΒΓ.*

Ασκήσεις Εμπέδωσης

3. *Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και τα σημεία Δ και Ζ των προεκτάσεων των ΒΑ και ΓΑ αντίστοιχα, προς το Α, ώστε* $ΑΔ = \frac{2}{3}ΑΒ$ *και* $ΑΖ = \frac{1}{2}ΑΓ$. *Αν το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ είναι* $30m^2$, *να βρείτε το εμβαδόν του ΑΔΖ.*

Ασκήσεις Εμπέδωσης

4. *Ένα τρίγωνο ΑΒΓ έχει εμβαδόν* $75m^2$. *Έστω Δ σημείο της πλευράς ΒΓ και Μ σημείο του ΑΔ τέτοιο, ώστε* $\frac{ΑΜ}{ΜΔ} = \frac{3}{2}$. *Από το Μ φέρουμε παράλληλο προς την πλευρά ΒΓ, που τέμνει τις ΑΒ και ΑΓ στα Ε και Ζ αντίστοιχα. Να βρείτε το εμβαδόν του τραπεζίου ΒΕΖΓ.*

Ασκήσεις Εμπέδωσης

5. *Δύο τρίγωνα* $AB\Gamma$ *και* $A'B'\Gamma'$ *έχουν* $\hat{A} = \hat{A}'$ *και* $\hat{B} + \hat{B}' = 2\llcorner$. *Να αποδείξετε ότι* $\alpha\beta' = \alpha'\beta$.

Αποδεικτικές Ασκήσεις

1. *Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και εσωτερικό του σημείο Ρ. Αν οι ΑΡ, ΒΡ και ΓΡ τέμνουν τις ΒΓ, ΑΓ και ΑΒ στα Δ, Ε, Ζ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:*

i) $\dfrac{Ρ\Delta}{Α\Delta} = \dfrac{(ΒΡ\Gamma)}{(ΑΒ\Gamma)}$, ii) $\dfrac{Ρ\Delta}{Α\Delta} + \dfrac{ΡΕ}{ΒΕ} + \dfrac{ΡΖ}{\Gamma Ζ} = 1$ *και*

iii) $\dfrac{ΡΑ}{Α\Delta} + \dfrac{ΡΒ}{ΒΕ} + \dfrac{Ρ\Gamma}{\Gamma Ζ} = 2.$

Ασκήσεις Αποδεικτικές

2. *Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{B}, \hat{\Gamma} < 1\llcorner$ και το ύψος του ΑΔ. Στο ημιεπίπεδο (ΒΓ, Α) φέρουμε Βx⊥ΒΓ και Γy⊥ΒΓ. Πάνω στις Βx, Γy παίρνουμε αντίστοιχα τα σημεία Ε και Ζ, ώστε να είναι ΒΕ = ΓΖ = 2ΑΔ. Αν Μ, Ν είναι τα μέσα των ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι*

$$(EBM)+(Z\Gamma N)=2(AB\Gamma).$$

Ασκήσεις Αποδεικτικές

3. *Δίνεται κύκλος κέντρου O και δυο κάθετες χορδές AB και $\Gamma\Delta$. Να αποδείξετε ότι $(BO\Delta) = (AO\Gamma)$.*

Ασκήσεις Αποδεικτικές

4. Ένα τρίγωνο ΑΒΓ έχει εμβαδόν $75m^2$. Έστω Δ σημείο της πλευράς ΒΓ και Μ σημείο του ΑΔ τέτοιο, ώστε $\frac{AM}{M\Delta} = \frac{3}{2}$. Από το Μ φέρουμε παράλληλο προς την πλευρά ΒΓ, που τέμνει τις ΑΒ και ΑΓ στα Ε και Ζ αντίστοιχα. Να βρείτε το εμβαδόν του τραπεζίου ΒΕΖΓ.

Ασκήσεις Αποδεικτικές

5. *Πάνω στις πλευρές κυρτού τετραπλεύρου ΑΒΓΔ κατασκευάζουμε εξωτερικά αυτού τα τετράγωνα ΑΒΕΖ, ΒΓΗΘ, ΓΔΙΚ και ΑΔΛΜ. Να αποδείξετε ότι*

$$(AMZ) + (\Gamma HK) = (B\Theta E) + (\Delta I\Lambda).$$

Ασκήσεις Αποδεικτικές

6. *Θεωρούμε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A}$ = 1∟) και τρία πολύγωνα P_1, P_2 και P_3 όμοια μεταξύ τους, που έχουν ως ομόλογες πλευρές τις ΒΓ, ΓΑ και ΑΒ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι $(P_2)+(P_3)=(P_1)$, όπου (P_1), (P_2) και (P_3) τα εμβαδά τους.*

Σύνθετα θέματα

1. *Θεωρούμε τετράπλευρο ΑΒΓΔ και έστω Ο το σημείο τομής των διαγωνίων του. Αν E_1, E_2, E_3 και E_4 είναι τα εμβαδά των τριγώνων ΑΟΒ, ΒΟΓ, ΓΟΔ και ΔΟΑ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι $E_1 \cdot E_3 = E_2 \cdot E_4$. Αν υποθέσουμε ότι η ΑΔ είναι παράλληλη προς τη ΒΓ, τότε να αποδείξετε ότι*

i) $E_1 = E_3$, *(ii)* $E_1^2 = E_2 \cdot E_4$,

iii) $E_1 \leq \frac{1}{4} E$, *όπου* $E = (ΑΒΓΔ)$.

Σύνθετα θέματα

2. *Από εσωτερικό σημείο Σ τριγώνου ΑΒΓ φέρουμε παράλληλες προς τις πλευρές του. Αν E_1, E_2, E_3 είναι τα εμβαδά των τριών τριγώνων που σχηματίζονται να αποδείξετε ότι*

i) καθένα από τα τρίγωνα εμβαδών E_1, E_2, E_3 είναι όμοιο με το ΑΒΓ,

ii) $\sqrt{E_1} + \sqrt{E_2} + \sqrt{E_3} + = \sqrt{E}$, *όπου $E = (ΑΒΓ)$.*

Σύνθετα θέματα

3. *Σε τρίγωνο ΑΒΓ φέρουμε τις διχοτόμους ΑΔ, ΒΕ και ΓΖ. Να αποδείξετε ότι*

i) $(ΔΕΖ) = \dfrac{2\alpha\beta\gamma}{(\alpha+\beta)(\beta+\gamma)(\gamma+\alpha)}(ΑΒΓ)$,

ii) $(ΔΕΖ) \leq \dfrac{1}{4}(ΑΒΓ)$.

Σύνθετα θέματα

4. *Δίνεται το τρίγωνο ΑΒΓ και σημεία Κ,Λ των πλευρών ΑΒ,ΑΓ αντίστοιχα. Από τα Κ,Λ να φέρετε δύο ευθείες που να χωρίζουν το τρίγωνο σε τρία ισοδύναμα μέρη.*