

Ασκήσεις Εμπέδωσης

1. Σε παραλληλόγραμμο $ABΓΔ$ είναι $AB = 18, BΓ = 20$
και $AΓ = 34$. Να βρείτε το εμβαδόν του.

Ασκήσεις Εμπέδωσης

2. Δίνεται τραπέζιο $ABΓΔ$ ($AD//BG$) με $BΓ = 25$, $AD = 11$, $AB = 13$ και $ΔΓ = 15$. Να βρείτε το εμβαδόν του και το ύψος του.

Ασκήσεις Εμπέδωσης

3. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = 4$, $A\Gamma = 7$ και $\hat{A} = 60^\circ$. Να βρείτε το εμβαδόν του.

Ασκήσεις Εμπέδωσης

4. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 1\text{L}$) με

$AB = 6$ και $A\Gamma = 8$. Να βρείτε:

i) το εμβαδόν,

ii) το ύψος v_a ,

iii) την ακτίνα ρ του εγγεγραμμένου κύκλου.

Ασκήσεις Αποδεικτικές

1. Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει $\beta\gamma = \alpha\alpha_a$ να αποδείξετε ότι $\hat{A} = 1\text{L}$.

Ασκήσεις Αποδεικτικές

2. Αν E το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ με πλευρές a , β , γ , να αποδείξετε ότι:

i) $E < \tau(\tau - a) \Leftrightarrow A < 120^\circ$,

ii) $E = \tau(\tau - a) \Leftrightarrow A = 120^\circ$,

iii) $E > \tau(\tau - a) \Leftrightarrow A > 120^\circ$.

Ασκήσεις Αποδεικτικές

3. Αν δυο τρίγωνα $AB\Gamma$ και $A'B'\Gamma'$ είναι εγγεγραμμένα στον ίδιο κύκλο να αποδείξετε ότι

$$\frac{(AB\Gamma)}{(A'B'\Gamma')} = \frac{a\beta\gamma}{a'\beta'\gamma'}$$

Ασκήσεις Αποδεικτικές

4. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} \neq 1\text{L}$ φέρουμε τα ύψη BZ και ΓH . Να αποδείξετε ότι $(AZH) = (AB\Gamma) \sigma\upsilon\nu^2 A$.

Ασκήσεις Αποδεικτικές

5. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ να αποδείξετε ότι:

$$\frac{1}{v_{\alpha}} + \frac{1}{v_{\beta}} + \frac{1}{v_{\gamma}} = \frac{1}{\rho}.$$

Σύνθετα θέματα

1. i) Δίνεται γωνία \hat{xOy} και σταθερό σημείο K στο εσωτερικό αυτής. Από το K φέρουμε μεταβλητή ευθεία ε που τέμνει τις πλευρές Ox , Oy στα σημεία M , N αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι το άθροισμα

$$\frac{1}{(OKM)} + \frac{1}{(OKN)}$$

είναι σταθερό.

ii) Θεωρούμε τρίγωνο $AB\Gamma$, σημείο K στο εσωτερικό του και τα τμήματα AA' , BB' και $\Gamma\Gamma'$ που διέρχονται από το K . Αν E_1, E_2, \dots, E_6 είναι αντίστοιχα τα εμβαδά των τριγώνων $AK\Gamma'$, $BK\Gamma'$, $BA'K$, $\Gamma KA'$, $\Gamma KB'$ και AKB' , να αποδείξετε ότι:

$$\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_3} + \frac{1}{E_5} = \frac{1}{E_2} + \frac{1}{E_4} + \frac{1}{E_6}.$$

Σύνθετα θέματα

2. Αν $\rho_\alpha, \rho_\beta, \rho_\gamma$ είναι οι ακτίνες των παρεγγεγραμμένων κύκλων τριγώνου $AB\Gamma$, να αποδείξετε ότι

$$(AB\Gamma) = (\tau - \alpha)\rho_\alpha = (\tau - \beta)\rho_\beta = (\tau - \gamma)\rho_\gamma.$$

Σύνθετα θέματα

3. Έστω τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ εγγράψιμο σε κύκλο. Αν θέσουμε $AB = \alpha$, $B\Gamma = \beta$, $\Gamma\Delta = \gamma$ και $\Delta A = \delta$ να αποδείξετε ότι $\frac{A\Gamma}{B\Delta} = \frac{\alpha\delta + \beta\gamma}{\alpha\beta + \gamma\delta}$ (2^ο Θεώρημα Πτολεμαίου).