

### Ασκήσεις Εμπέδωσης

1. Δίνεται κύκλος  $(K, 6)$  και σημείο  $A$ , ώστε  $AK=14\text{cm}$ .  
Αν από το σημείο  $A$  φέρουμε τέμνουσα  $AB\Gamma$  που τέμνει  
τον κύκλο κατά χορδή  $B\Gamma=6\text{cm}$ , να υπολογίσετε το  $AB$ .

### Ασκήσεις Εμπέδωσης

2. Αν σε τρίγωνο  $AB\Gamma$  ο κύκλος, που διέρχεται από το  $A$  και τα μέσα  $M, N$  των  $AB$  και  $A\Gamma$  αντίστοιχα, εφάπτεται της  $B\Gamma$  στο  $\Delta$ , να αποδείξετε ότι

$$A\Delta^2 = \Delta B \cdot \Delta\Gamma .$$

### Ασκήσεις Ευπέδωσης

3. Θεωρούμε κύκλο  $(O,R)$  και τις χορδές του  $AB, ΓΔ$  που τέμνονται στο  $P$ . Αν ισχύει ότι  $\frac{PA}{PB} = \frac{PD}{PG}$  να αποδείξετε ότι οι χορδές  $AB, ΓΔ$  είναι ίσες.

### Ασκήσεις Εμπέδωσης

4. Να αποδείξετε ότι η προέκταση της κοινής χορδής δύο τεμνόμενων κύκλων διχοτομεί κάθε κοινό εξωτερικό εφαπτόμενο τμήμα τους.

### Αποδεικτικές Ασκήσεις

1. Τετράγωνο  $ABΓΔ$  πλευράς  $a$  είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο  $(O,R)$ . Αν  $E$  είναι το μέσο της  $AD$  και η  $BE$  προεκτεινόμενη τέμνει τον κύκλο στο  $Z$ , να αποδείξετε ότι:

i)  $BE = \frac{a\sqrt{5}}{2}$  , ii)  $BE=5EZ$ .

### Αποδεικτικές Ασκήσεις

2. Από σημείο  $A$  εκτός κύκλου  $(O, R)$  φέρουμε τέμνουσα  $AB\Gamma$  και εφαπτόμενο τμήμα  $AD$ . Αν η διχοτόμος της γωνίας  $\hat{A}$  τέμνει τις  $B\Delta, \Gamma\Delta$  στα  $E$  και  $Z$  αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι  $EB \cdot Z\Gamma = EA \cdot Z\Delta$ .

### Αποδεικτικές Ασκήσεις

3. Αν η διάμεσος  $AM$  τριγώνου  $AB\Gamma$  τέμνει τον περιγεγραμμένο κύκλο στο  $E$ , να αποδείξετε ότι:

$$i) AM \cdot ME = \frac{B\Gamma^2}{4}, \quad ii) AB^2 + A\Gamma^2 = 2AM \cdot AE.$$

### Αποδεικτικές Ασκήσεις

4. Δίνεται κύκλος  $(O, R)$  και ευθεία  $\varepsilon$  που δεν τέμνει τον κύκλο. Από σημείο  $M$  της  $\varepsilon$  φέρουμε τα εφαπτόμενα τμήματα  $MA$ ,  $MB$  και  $OG \perp \varepsilon$ . Αν η  $AB$  τέμνει την  $OG$  στο  $N$ , να αποδείξετε ότι  $ON \cdot OG = R^2$ .



### Αποδεικτικές Ασκήσεις

5. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $\hat{A} = 1\perp$ ), εγγεγραμμένο σε κύκλο  $(O, R)$  και το ύψος του  $AD$ . Αν μεταβλητή ευθεία που διέρχεται από το  $\Gamma$  τέμνει το ύψος στο  $M$  και τον κύκλο στο  $H$ , να αποδείξετε ότι

$$GM \cdot GH = GA^2$$

### Σύνθετα Θέματα

1. Αν η διχοτόμος  $AD$  τριγώνου  $AB\Gamma$  τέμνει τον περιγεγραμμένο κύκλο στο  $E$  και είναι  $AD^2 = \Delta B \cdot \Delta \Gamma$ , να αποδείξετε ότι  $AE^2 = 2EG^2$ .

### Σύνθετα Θέματα

2. Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $\beta^2 + \gamma^2 = 2\alpha^2$ . Αν η διάμεσος  $AM$  τέμνει τον περιγεγραμμένο κύκλο στο  $\Delta$  να αποδείξετε ότι  $M\Delta = \frac{\alpha\sqrt{3}}{6}$ .

### Σύνθετα Θέματα

3. Σε τρίγωνο  $AB\Gamma$  είναι  $\mu_\gamma = \frac{\sqrt{3}}{2} \beta$ . Αν  $M$  το βαρύκεντρο του τριγώνου  $AB\Gamma$ , να αποδείξετε ότι ο περιγεγραμμένος κύκλος του τριγώνου  $ABM$  εφάπτεται της  $B\Gamma$  στο  $B$ .

### Σύνθετα Θέματα

4. Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$ , η διχοτόμος του  $A\Delta$ , η διάμεσός του  $AM$  και ο περιγεγραμμένος κύκλος  $(K)$  του τριγώνου  $A\Delta M$ . Αν  $E, Z$  είναι τα σημεία τομής των  $AB$  και  $A\Gamma$  με τον κύκλο  $(K)$  αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι  $BE = \Gamma Z$ .