Ασκήσεις Εμπέδωσης

1. Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A}=1∟$) φέρουμε το ύψος ΑΔ. Αν είναι ΑΒ=3 και ΑΓ=4, να υπολογιστούν τα μήκη των τμημάτων ΒΓ, ΒΔ, ΔΓ και ΑΔ.

Ασκήσεις Εμπέδωσης

2. *Αν σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ* ($\hat{A} = 1\llcorner$) *είναι* $\hat{B} = 2\hat{\Gamma}$ *τότε ο λόγος* $\frac{\beta}{\gamma}$ *είναι ίσος με:*

α. $\frac{1}{2}$ β. 1 γ. $\sqrt{3}$ δ. 2 ε. 3

Κυκλώστε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση και αιτιολογήστε την απάντησή σας.

Ασκήσεις Εμπέδωσης

3. *Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 1\llcorner$) φέρουμε το ύψος ΑΔ. Αν είναι ΑΒ=5 και* $B\Delta = \dfrac{25}{13}$, *να διατάξετε κατά αύξουσα σειρά μήκους τα τμήματα: ΑΓ, ΒΓ, ΓΔ και ΑΔ.*

Αποδεικτικές Ασκήσεις

1. *Να αποδειχθεί ότι το τρίγωνο, που έχει πλευρές $\alpha = \kappa^2+\lambda^2$, $\beta = 2\kappa\lambda$ και $\gamma = \kappa^2 - \lambda^2$, όπου κ, λ θετικοί ακέραιοι με $\kappa>\lambda$, είναι ορθογώνιο.*

Αποδεικτικές Ασκήσεις

2. *Αν $ΑΕ$, $ΑΖ$ είναι αντίστοιχα οι προβολές δύο χορδών $ΑΓ$ και $ΑΔ$ ενός κύκλου σε μία διάμετρό του $ΑΒ$, να αποδείξετε ότι* $ΑΖ \cdot ΑΕ^2 = ΑΓ \cdot ΑΔ^2$.

Αποδεικτικές Ασκήσεις

3. *Αν Δ είναι μέσο της κάθετης πλευράς ΑΓ ενός ορθογώνιου τριγώνου ΑΒΓ* ($\hat{A} = 1\llcorner$) *και Ε η προβολή του στη ΒΓ, τότε να αποδείξετε ότι* $Ε\Gamma^2 + AB^2 = EB^2$. *Στη συνέχεια διατάξτε κατά αύξουσα σειρά μήκους τα τμήματα ΔΒ, ΕΒ, ΕΓ.*

Αποδεικτικές Ασκήσεις

4. *Δύο ορθογώνια τρίγωνα ΑΒΓ και Α'Β'Γ'* ($\hat{A} = \hat{A}' = 1\llcorner$) *έχουν* $\mu_\beta = \mu_{\beta'}$ *και* $\mu_\gamma = \mu_{\gamma'}$.

Να αποδείξετε ότι:

i) $\alpha = \alpha'$ ii) $\beta = \beta'$.

Τι συμπεραίνετε για τα ΑΒΓ και Α'Β'Γ';

Αποδεικτικές Ασκήσεις

5. Σε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ ($ΑΒ=ΑΓ$) φέρουμε το ύψος του ΒΕ. Να αποδείξετε ότι

$$\alpha^2+\beta^2+\gamma^2= 3ΒΕ^2 +2ΑΕ^2+ΓΕ^2.$$

Σύνθετα θέματα

1. *Θεωρούμε ορθογώνιο τρίγωνο* $AB\Gamma$ $(\hat{A} = 1\llcorner)$ *και το ύψος του* $A\Delta$. *Αν* E, Z *είναι οι προβολές του* Δ *πάνω στις* AB, $A\Gamma$ *αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι :*

i) $\dfrac{AB^3}{A\Gamma^3} = \dfrac{BE}{\Gamma Z}$ ii) $A\Delta^3 = B\Gamma \cdot \Delta E \cdot \Delta Z$.

Σύνθετα θέματα

2. *Δίνονται δύο κύκλοι (Κ,R) και (Λ,ρ) που εφάπτονται εξωτερικά στο Α. Αν ΒΓ είναι το κοινό εξωτερικό εφαπτόμενο τμήμα τους και (Ο,σ) ο κύκλος που εφάπτεται στους (Κ,R), (Λ,ρ) και στη ΒΓ, να αποδείξετε ότι:*

i) $B\Gamma = 2\sqrt{R\rho}$ ii) $\dfrac{1}{\sqrt{R}} + \dfrac{1}{\sqrt{\rho}} = \dfrac{1}{\sqrt{\sigma}}$.

Σύνθετα θέματα

3. *Θεωρούμε τραπέζιο ΑΒΓΔ με $\hat{A} = \hat{B}' = 1\llcorner$. Αν Μ, Ν τα μέσα των διαγωνίων ΒΔ, ΑΓ αντίστοιχα και Κ το σημείο τομής της ΑΜ με τη ΒΓ να αποδείξετε ότι :*

i) το ΑΒΚΔ είναι ορθογώνιο,

ii) $ΔΓ^2 - AB^2 = 4MN^2$.

Σύνθετα θέματα

4. *Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο να αποδείξετε ότι* $2\mu_\alpha^2 \geq \beta\gamma$.

Σύνθετα θέματα

5. *Θεωρούμε κύκλο (Ο,R), διάμετρό του ΑΒ και μία χορδή του ΓΔ που τέμνει την ΑΒ στο Ε και σχηματίζει με αυτή γωνία 45°. Να αποδείξετε ότι*

$$E\Gamma^2 + E\Delta^2 = 2R^2.$$

Σύνθετα θέματα

6. *Θεωρούμε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ* ($\hat{A} = 1\llcorner$) *και το ύψος του ΑΔ. Αν x, y και ω είναι αντίστοιχα τα μήκη οποιωνδήποτε ομόλογων γραμμικών στοιχείων των τριγώνων (π.χ. διαμέσων, υψών, ακτίνων εγγεγραμμένων κύκλων κτλ.) ΔΑΒ, ΔΑΓ και ΑΒΓ, τότε* $x^2 + y^2 = \omega^2$.