

Ασκήσεις Εμπέδωσης

1. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $ABΓ$ ($\hat{A} = 1\perp$). Από τυχαίο σημείο Δ της $ΑΓ$ φέρουμε $\Delta E \perp BΓ$. Να αποδείξετε ότι:

- i) τα τρίγωνα $ABΓ$ και $\Delta EΓ$ είναι όμοια,
- ii) $ΑΓ \cdot EΔ = AB \cdot EΓ$.

2. Στις πλευρές AB και $ΑΓ$ τριγώνου $ABΓ$ θεωρούμε

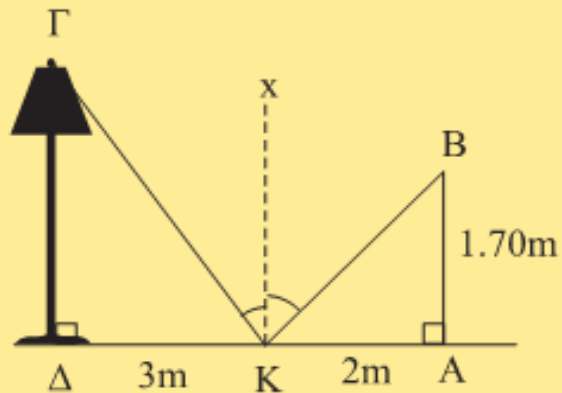
σημεία Δ και E αντίστοιχα, ώστε $AΔ = \frac{1}{3} AB$ και

$ΓE = \frac{2}{3} ΑΓ$. Να αποδείξετε ότι:

- i) τα τρίγωνα $ABΓ$ και $AΔE$ είναι όμοια,
- ii) $BΓ = 3ΔE$.

Αποδεικτικές Ασκήσεις

1. Ο παρατηρητής AB βλέπει το φως του λαμπτήρα Γ μέσα από τον καθρέπτη K . Να υπολογίσετε το ύψος του φανοστάτη $\Delta\Gamma$, όταν είναι $\Delta K=3m$, $AK=2m$ και το ύψος του παρατηρητή $1,70m$. (Είναι γνωστό από τη Φυσική ότι η γωνία πρόσπτωσης είναι ίση με τη γωνία ανάκλασης).



Αποδεικτικές Ασκήσεις

2. Να αποδείξετε ότι:

- i) δύο παραλληλόγραμμα είναι όμοια, αν δύο διαδοχικές πλευρές του ενός είναι ανάλογες προς δύο διαδοχικές πλευρές του άλλου και οι γωνίες των πλευρών αυτών είναι ίσες,
- ii) δύο ορθογώνια με ίση τη γωνία των διαγωνίων τους είναι όμοια.

Αποδεικτικές Ασκήσεις

3. Θεωρούμε τους κύκλους (O_1, R_1) και (O_2, R_2) που τέμνονται στα σημεία A και B . Αν οι εφαπτόμενες στο A τέμνουν τους κύκλους στα A_1 και A_2 αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι $AB^2 = BA_1 \cdot BA_2$.

Αποδεικτικές Ασκήσεις

4. Αν AD , BE και $ΓZ$ είναι τα ύψη και H το ορθόκεντρο τριγώνου $ABΓ$ να αποδείξετε ότι

$$HD \cdot HA = HB \cdot HE = HG \cdot HZ.$$

Αποδεικτικές Ασκήσεις

5. Από το μέσο M του τόξου \widehat{AB} φέρουμε τις χορδές MA και MZ , που τέμνουν τη χορδή AB στα Δ' και Z' αντίστοιχα. Να αποδειχθεί ότι

$$MA \cdot M\Delta' = MZ \cdot MZ'.$$

Αποδεικτικές Ασκήσεις

6. Σε ορθογώνιο τραπέζιο ($\hat{A} = \hat{D} = 1\perp$) οι διαγώνιοι είναι κάθετες. Να αποδείξετε ότι το ύψος του είναι μέσο ανάλογο των βάσεων.

Σύνθετα Θέματα

1. Να αποδείξετε ότι δύο τραπέζια με ανάλογες βάσεις και τις προσκείμενες σε δύο ομόλογες βάσεις τους γωνίες ίσες μία προς μία, είναι όμοια.

Σύνθετα Θέματα

2. Έστω δοσμένη γωνία \widehat{xOy} και σημείο M . Ο τυχαίος κύκλος που διέρχεται από τα O και M τέμνει τις πλευρές Ox , Oy στα B και Γ αντίστοιχα. Να αποδειχθεί ότι

$\frac{MB}{M\Gamma} = \frac{d}{d'}$, όπου d , d' είναι οι αποστάσεις του M από τις Ox , Oy , αντίστοιχα.

Σύνθετα Θέματα

3. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 1\perp$) και το ύψος του $A\Delta$. Η διχοτόμος της γωνίας $\hat{\Gamma}$ τέμνει το $A\Delta$ στο Z και η διχοτόμος της $\Delta\hat{A}B$ τέμνει τη $B\Gamma$ στο E . Να αποδείξετε ότι $ZE\parallel AB$.

Σύνθετα Θέματα

4. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{B} - \hat{\Gamma} = 1\text{L}$ και το ύψος του AD . Να αποδείξετε ότι $AD^2 = \Delta B \cdot \Delta \Gamma$.

Σύνθετα Θέματα

5. Η διχοτόμος AD ενός τριγώνου $ABΓ$ τέμνει τον περιγεγραμμένο κύκλο στο E . Να αποδείξετε ότι :

i) $AB \cdot AΓ = AD \cdot AE$,

ii) $EB^2 = EA \cdot ED$.