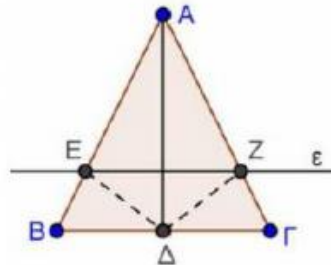


Επανάληψη Χριστουγέννων

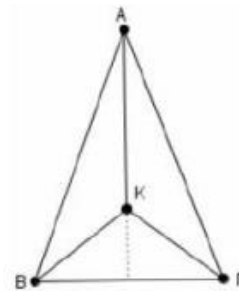
1.

Σε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$) φέρουμε τη διχοτόμο $A\Delta$ και μια ευθεία (ϵ) παράλληλη προς την $B\Gamma$, που τέμνει τις πλευρές AB και AG στα σημεία E και Z αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:
 α) Το τρίγωνο AEZ είναι ισοσκελές.
 β) Τα τρίγωνα $AE\Delta$ και $AZ\Delta$ είναι ίσα.



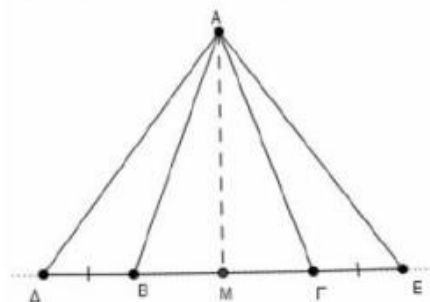
2.

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$) και K εσωτερικό σημείο του τριγώνου τέτοιο ώστε $KB=K\Gamma$. Να αποδείξετε ότι:
 α) Τα τρίγωνα BAK και $KA\Gamma$ είναι ίσα.
 β) Η AK είναι διχοτόμος της γωνίας $BA\Gamma$.
 γ) Η προέκταση της AK διχοτομεί τη γωνία $BK\Gamma$ του τριγώνου $BK\Gamma$.



3.

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$). Στην προέκταση της πλευράς $B\Gamma$ και προς τα δυο της άκρα, θεωρούμε σημεία Δ και E αντίστοιχα έτσι ώστε $B\Delta=GE$. Να αποδείξετε ότι:
 α) $\hat{B}_{\epsilon\zeta} = \hat{\Gamma}_{\epsilon\zeta}$.
 β) Τα τρίγωνα $AB\Delta$ και $AG\epsilon$ είναι ίσα.
 γ) Η διάμεσος AM του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι και διάμεσος του τριγώνου $A\Delta\epsilon$.



4.

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$) και τα ύψη του $B\Delta$ και $\Gamma\epsilon$. Να αποδείξετε ότι:
 α) Τα τρίγωνα $B\Delta\Gamma$ και $\Gamma\epsilon B$ είναι ίσα.
 β) $A\Delta=A\epsilon$.

5.

Στις προεκτάσεις των πλευρών ΒΑ και ΓΑ τριγώνου ΑΒΓ παίρνουμε τα τμήματα ΑΔ=ΑΒ και ΑΕ=ΑΓ. Να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΔΕ είναι ίσα.

β) Η προέκταση της διαμέσου ΑΜ προς το μέρος της κορυφής Α διχοτομεί την πλευρά ΕΔ του τριγώνου ΔΑΕ.

6.

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A}=90^\circ$) και ΒΔ η διχοτόμος της γωνίας Β. Από το Δ φέρουμε ΔΕ ⊥ ΒΓ, και έστω Ζ το σημείο στο οποίο η ευθεία ΕΔ τέμνει την προέκταση της ΑΒ (προς το Α). Να αποδείξετε ότι:

α) ΑΒ=ΒΕ

β) Τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΖΕΒ είναι ίσα.

7.

Σε οξυγώνιο τρίγωνο ΑΒΓ προεκτείνουμε τη διάμεσο ΑΜ (προς το Μ) κατά ίσο τμήμα ΜΔ. Να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα ΑΒΜ και ΜΓΔ είναι ίσα.

β) Τα σημεία Α και Δ ισαπέχουν από την πλευρά ΒΓ.

8.

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ = ΑΓ. Από το μέσο Μ της ΒΓ φέρουμε τα κάθετα τμήματα ΜΔ και ΜΕ στις πλευρές ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι

α) ΜΔ=ΜΕ

β) το τρίγωνο ΑΔΕ είναι ισοσκελές.

9.

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ) και οι διχοτόμοι του ΒΔ και ΓΕ. Αν ΕΗ ⊥ ΒΓ και ΔΖ ⊥ ΒΓ, να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα ΒΓΔ και ΓΒΕ είναι ίσα.

β) ΕΗ=ΔΖ.

10.

Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($A=90^\circ$), η διχοτόμος τη γωνίας Γ τέμνει την πλευρά ΑΒ στο σημείο Δ. Από το Δ φέρουμε προς την πλευρά ΒΓ την κάθετο ΔΕ, η οποία τέμνει τη ΒΓ στο σημείο Ε.

Να αποδείξετε ότι:

α) ΑΔ=ΔΕ

β) ΑΔ<ΔΒ.

11.

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $ΑΒΓ$ ($ΑΒ = ΑΓ$).

Στις πλευρές του $ΑΒ$ και $ΑΓ$ παίρνουμε τμήματα $ΑΚ = ΑΛ$.

12.

Έστω $Ο$ τυχαίο σημείο του ύψους $ΑΔ$ του τριγώνου $ΑΒΓ$.

Αν οι $ΟΚ, ΟΛ$ τέμνουν την $ΒΓ$ στα σημεία $Ν$ και $Μ$ αντίστοιχα, να δειχθούν τα επόμενα .

1. Τα τρίγωνα $ΚΟΒ, ΛΟΓ$ είναι ίσα.
2. $ΒΝ = ΓΜ$