

ΦΥΛΛΟ ΘΕΜΑΤΩΝ Α: Live διδασκαλία**Διδακτικοί Στόχοι**

- A.** Να θυμηθούμε πως επιλύουμε εξισώσεις 2^{ου} βαθμού.
- B.** Να θυμηθούμε πως επιλύουμε παραμετρικές εξισώσεις 2^{ου} βαθμού.
- Γ.** Επίλυση προβλημάτων .
- Δ.** Παραστάσεις με τύπους Vieta.
- E.** Να θυμηθούμε πως επιλύουμε πως δημιουργούμε εξισώσεις δευτέρου βαθμού με γνωστές ρίζες.

Ασκήσεις**Θέμα 1**

Να λυθούν οι εξισώσεις:

1) $(x - 2)^2 + 2x(x + 6) = 2(3x + 10)$

2) $\frac{2}{x} + \frac{2x-3}{x-2} + \frac{2-x^2}{x^2-2x} = 0$

3) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

4) $(x - 2)^2 - 3|x - 2| + 2 = 0$

Θέμα 2

Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - 4x - 6 = 0$, Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

1) $x_1 + x_2$

2) $x_1 x_2$

3) $x_1^2 + x_2^2$

4) $x_1^3 + x_2^3$

5) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$

6) $\frac{x_1-1}{x_2+3} + \frac{x_2-1}{x_1+3}$

Θέμα 3

Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (\lambda - 1)x + 6 = 0$, (1) με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$.

- 1) Αν η παραπάνω εξίσωση έχει λύση το 1, να βρείτε το λ .
- 2) Για $\lambda = 2$ να λύσετε την εξίσωση (1).

Θέμα 4

Δίνεται η εξίσωση $(\lambda + 2)x^2 + 2\lambda x + \lambda - 1 = 0$, $\lambda \neq -2$.

Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες:

- 1) Η εξίσωση έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες.
- 2) Το άθροισμα των ριζών της εξίσωσης είναι ίσο με 2.

Θέμα 5

Να βρείτε το λ ώστε η εξίσωση: $x^2 - 2\lambda x + \lambda^2 - \lambda + 1 = 0$

- 1) να έχει δύο ρίζες άνισες
- 2) να έχει μία ρίζα διπλή
- 3) να έχει πραγματικές ρίζες
- 4) να μην έχει καμία πραγματική ρίζα

Θέμα 6

Θεωρούμε την εξίσωση $x^2 + 2x + \lambda - 2 = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

- 1) Να βρείτε για ποιες τιμές του λ η εξίσωση έχει πραγματικές ρίζες.
- 2) Στην περίπτωση που η εξίσωση έχει δύο ρίζες x_1, x_2 να προσδιορίσετε το λ ώστε να ισχύει: $x_1x_2 - 2(x_1 + x_2) = 1$.

Θέμα 7

Αν x_1, x_2 ρίζες της εξίσωσης $-x^2 + x + 3 = 0$ να βρείτε την εξίσωση που έχει ως ρίζες τα ζεύγη:

1) $x_1^2x_2, x_1x_2^2$

2) $\frac{x_1}{x_2}, \frac{x_2}{x_1}$

Θέμα 8

Το πάτωμα του εργαστηρίου της πληροφορικής ενός σχολείου είναι σχήματος ορθογωνίου με διαστάσεις $(x + 1)$ μέτρα και x μέτρα.

- 1) Να γράψετε με τη βοήθεια του x την περίμετρο και το εμβαδόν του πατώματος.
- 2) Αν το εμβαδόν του πατώματος του εργαστηρίου είναι 90 τετραγωνικά μέτρα, να βρείτε τις διαστάσεις του.

Θέμα 9

Δίνεται η εξίσωση: $x^2 - \lambda x - (\lambda^2 + 5) = 0$ (1) με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$.

- 1) Να βρείτε τη διακρίνουσα Δ της εξίσωσης (1).
- 2) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες για $\lambda \in \mathbb{R}$.
- 3) Αν x_1, x_2 είναι οι δύο ρίζες της εξίσωσης (1), να βρεθούν οι τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ για τις οποίες ισχύει: $(x_1 - 2)(x_2 - 2) = -4$.

Θέμα 10

Δίνεται το τριώνυμο $\lambda x^2 - (\lambda^2 + 1)x + \lambda$, $\lambda \in \mathbb{R} - \{0\}$.

- 1) Να βρείτε τη διακρίνουσα Δ του τριωνύμου και να αποδείξετε ότι το τριώνυμο έχει ρίζες πραγματικές για κάθε $\lambda \in \mathbb{R} - \{0\}$.
- 2) Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες του τριωνύμου, να εκφράσετε το άθροισμα $S = x_1 + x_2$ συναρτήσει του $\lambda \neq 0$ και να βρείτε την τιμή του γινομένου $P = x_1 x_2$ των ριζών.
Αν $\lambda < 0$, τότε:
- 3) Το παραπάνω τριώνυμο έχει ρίζες θετικές ή αρνητικές; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.
- 4) Να αποδείξετε ότι $|x_1 + x_2| \geq 2x_1 x_2$, όπου x_1, x_2 είναι οι ρίζες του παραπάνω τριωνύμου.