

ΦΥΛΛΟ ΘΕΜΑΤΩΝ Β: Εξάσκηση στο σπίτι**Ασκήσεις****Θέμα 1**

Να λυθούν οι εξισώσεις:

$$1) (\chi + 4)^2 - |\chi + 2| - 2 = 0$$

$$2) \frac{2}{\chi^2 - 4} + \frac{\chi - 4}{\chi^2 + 2\chi} = \frac{1}{\chi^2 - 2\chi}$$

$$3) \chi^4 - 3\chi^2 - 10 = 0$$

Θέμα 2

Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - 5x + 3 = 0$, Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

$$1) x_1 + x_2$$

$$2) x_1 x_2$$

$$3) x_1^2 + x_2^2$$

$$4) x_1^3 + x_2^3$$

$$5) \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$$

$$6) x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2$$

Θέμα 3

Η μία κάθετη πλευρά ενός ορθογωνίου τριγώνου είναι 2 εκατοστά μεγαλύτερη από την άλλη κάθετη. Αν η διάμεσος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα του τριγώνου είναι 4 εκατοστά, να βρεθεί το μήκος των κάθετων πλευρών του τριγώνου.

Θέμα 4

Δίνεται η εξίσωση $x^2 + (2 - \lambda)x - \lambda^2 - 1 = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

- 1) Να δείξετε ότι η εξίσωση έχει δύο ρίζες πραγματικές για κάθε λ .
- 2) Να βρείτε το λ για το οποίο οι ρίζες της εξίσωσης είναι αντίθετες.
- 3) Υπάρχει λ , για το οποίο οι ρίζες της εξίσωσης να είναι αντίστροφες;

Θέμα 5

Έστω η εξίσωση $x^2 + 2(\lambda - 1)x + \lambda^2 - 3 = 0$.

- 1) Να βρείτε για ποιες τιμές του λ η εξίσωση έχει πραγματικές ρίζες.
- 2) Αν x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης να βρείτε το λ ώστε να ισχύει

$$x_1^2 + x_2^2 = 20.$$

Θέμα 6

Δίνεται η εξίσωση $x^2 + \lambda x + \lambda - 1 = 0$, λ πραγματικός αριθμός.

- 1) Να αποδείξετε ότι έχει λύση για κάθε λ πραγματικό.
- 2) Για ποιες τιμές του λ έχει μία διπλή λύση;
- 3) Αν x_1, x_2 είναι οι άνισες ρίζες της εξίσωσης, να βρείτε το λ ώστε να ισχύει: $x_1 + x_2 + 2 = |x_1 \cdot x_2|$.

Θέμα 7

Αν x_1, x_2 ρίζες της εξίσωσης $-x^2 + 5x - 3 = 0$ να βρείτε την εξίσωση που έχει ως ρίζες τα ζεύγη:

1) x_1^2, x_2^2

2) $\frac{1}{x_2}, \frac{1}{x_1}$

Θέμα 8

Έστω η εξίσωση $x^2 - 2x + \lambda = 0$, λ πραγματικός αριθμός.

1) Για ποιες τιμές του λ η εξίσωση έχει δύο ρίζες ίσες.

2) Για $\lambda = 1$ να βρεθεί η διπλή ρίζα της εξίσωσης.

Θέμα 9

Για ποιες τιμές του πραγματικού αριθμού μ η παρακάτω εξίσωση έχει πραγματικές ρίζες:

$$(\mu + 2)x^2 + 2\mu x + \mu - 2 = 0$$

Θέμα 10

Ο Βαγγέλης είναι τέσσερα χρόνια μεγαλύτερος από την αδερφή του Χριστίνα. Αν η ηλικία του Βαγγέλη πολλαπλασιαστεί με την ηλικία της Χριστίνας, δίνει γινόμενο ίσο με την ηλικία της μητέρας τους που είναι τετραπλάσια από την ηλικία του Βαγγέλη. Πόσο χρονών είναι ο καθένας;

Θέμα 11