## 2.5 Συνδεσμολογία αντιστατών (αντιστάσεων)

Πολλές φορές στα ηλεκτρονικά κυκλώματα πρέπει μεταξύ δύο σημείων Α και Β να παρεμβάλλουμε αντίσταση συγκεκριμένης τιμής, που δεν υπάρχει στο εμπόριο. Αυτό σημαίνει ότι πρέπει να χρησιμοποιήσουμε κάποιες από αυτές που υπάρχουν στο εμπόριο και να τις συνδέσουμε κατάλληλα. Επίσης, πολλές φορές στα ηλεκτρονικά κυκλώματα πρέπει να αντικαταστήσουμε πολλές αντιστάσεις με μία, η οποία να προκαλεί το ίδιο αποτέλεσμα με τις άλλες.

Είναι λοιπόν αναγκαία η μελέτη της **συνδεσμολογίας των αντιστατών** (αντιστάσεων).

Οι αντιστάσεις μπορούν να συνδεθούν μεταξύ τους με διάφορους τρόπους. Έτσι δημιουργούνται τα λεγόμενα **συστήματα αντιστάσεων**.

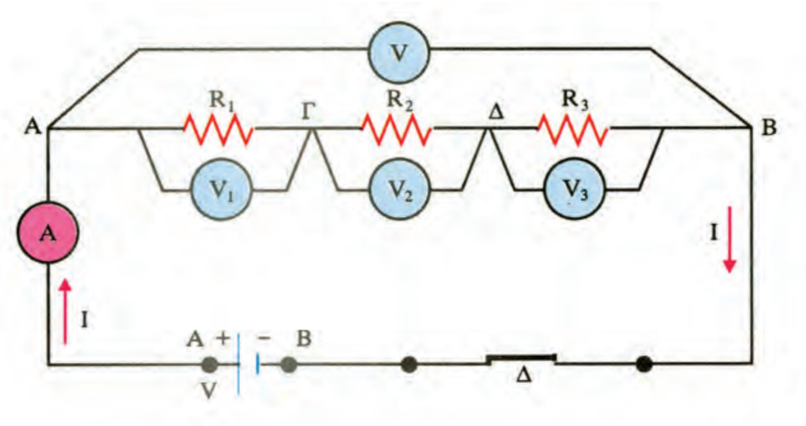
Η ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος, που μπαίνει και βγαίνει από τα άκρα ενός τέτοιου συστήματος ονομάζεται **ολική ένταση $I_{ολ}$**. Η τάση που εφαρμόζεται στα άκρα του ονομάζεται **ολική τάση $V_{ολ}$**. Επίσης, ονομάζουμε **ισοδύναμη** ή **ολική αντίσταση $R_{ολ}$** ενός τέτοιου συστήματος, την αντίσταση, στα άκρα της οποίας, αν εφαρμόσουμε τάση $V_{ολ}$, θα διαρρέεται από ρεύμα έντασης $I_{ολ}$. Δηλαδή:

$$R_{ολ} = \frac{V_{ολ}}{I_{ολ}} \qquad (8)$$

Είναι φανερό ότι, αν αντικαταστήσουμε ένα σύστημα αντιστάσεων με την ολική αντίστασή του, προκύπτει συνδεσμολογία ηλεκτρικά ισοδύναμη με την αρχική.

Στη συνέχεια θα εξετάσουμε τους δύο πιο απλούς, αλλά πιο βασικούς τρόπους σύνδεσης αντιστάσεων: **α) σε σειρά** και **β) παράλληλα**. Με το συνδυασμό τους προκύπτουν «μικτοί» τρόποι σύνδεσης.

## Σύνδεση σε σειρά




*Σύνδεση αντιστάσεων σε σειρά.*
**Εικόνα 2.5-31.**

Θεωρούμε το κύκλωμα της εικ. 31. Τα όργανα θεωρούνται ιδανικά. Οι αντιστάσεις $R_1$, $R_2$ και $R_3$ είναι γνωστές ($R_1 = 10\Omega$, $R_2 = 20\Omega$, $R_3 = 30\Omega$). Με το βολτόμετρο V μετράμε την τάση στα άκρα του συστήματος $V_{ολ}$ και με το αμπερόμετρο την ένταση του ρεύματος $I_{ολ}$. Είναι: $V_{ολ} = 12V$ και $I_{ολ} = 0{,}2A$.

Άρα:

$$R_{ολ} = \frac{V_{ολ}}{I_{ολ}} = \frac{12V}{0{,}2A} = 60\Omega$$

Η σχέση που συνδέει τις $R_1$, $R_2$ και $R_3$ με το $R_{ολ}$ είναι:

$$\mathbf{R_{ολ} = R_1 + R_2 + R_3} \qquad (9)$$

Ακόμη, με τα βολτόμετρα $V_1$, $V_2$ και $V_3$ μετράμε τις τάσεις στα άκρα των $R_1$, $R_2$ και $R_3$ αντίστοιχα. Είναι: $V_1 = 2V$, $V_2 = 4V$ και $V_3 = 6V$.

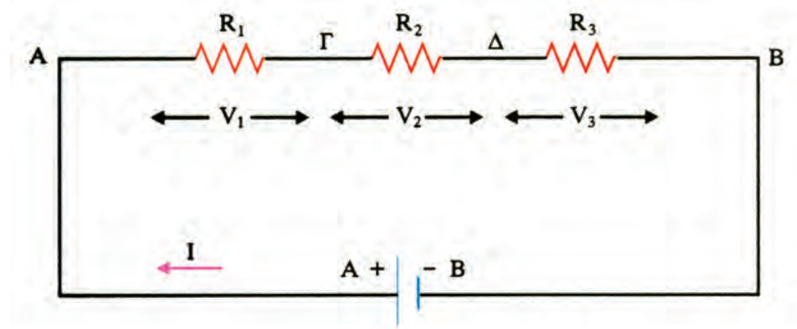
Παρατηρούμε ότι:

$$\mathbf{V_{ολ} = V_1 + V_2 + V_3} \qquad (10)$$

Χαρακτηριστικό της συνδεσμολογίας αυτής είναι ότι **όλες οι αντιστάσεις διαρρέονται από την ίδια ένταση ρεύματος Ι, που είναι ίση με την ολική ένταση $I_{ολ}$**. Δηλαδή:

$$I_1 = I_2 = I_3 = I = I_{ολ} \qquad (11)$$

Τα παραπάνω συμπεράσματα αποδεικνύονται και **θεωρητικά.**




*Σύνδεση αντιστάσεων σε σειρά.*
**Εικόνα 2.5-32.**

Στο κύκλωμα της εικόνας 32 η τάση της $R_1$ είναι: $V_1 = V_A - V_Γ$, της $R_2$: $V_2 = V_Γ - V_Δ$ και της $R_3$: $V_3 = V_Δ - V_B$. Προσθέτουμε κατά μέλη και έχουμε:

$$V_1 + V_2 + V_3 = V_A - V_B$$

Όμως, $V_A - V_B = V_{ολ}$ είναι η τάση στα άκρα της συνδεσμολογίας.

Άρα: $V_{ολ} = V_1 + V_2 + V_3$

Ισχύουν οι σχέσεις:

$$V_{ολ} = I \cdot R_{ολ},\ V_1 = I \cdot R_1,\ V_2 = I \cdot R_2,\ V_3 = I \cdot R_3$$

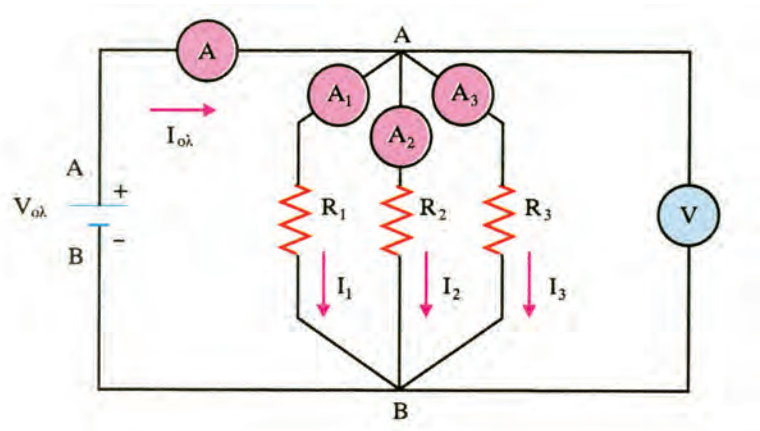
Έτσι έχουμε:

$$V_{ολ} = V_1 + V_2 + V_3 \Rightarrow I \cdot R_{ολ} = I \cdot R_1 + I \cdot R_2 + I \cdot R_3 \Rightarrow$$
$$R_{ολ} = R_1 + R_2 + R_3$$

Η σύνδεση δυο αντιστάσεων σε σειρά ισοδυναμεί με αύξηση του μήκους ενός αγωγού, άρα η ολική αντίσταση είναι μεγαλύτερη και από τη μεγαλύτερη αντίσταση του συστήματος.

Το πρακτικό αποτέλεσμα είναι ότι με τη συνδεσμολογία αντιστάσεων σε σειρά επιτυγχάνουμε αντιστάσεις μεγαλύτερες από τις αντιστάσεις που διαθέτουμε.

## Σύνδεση παράλληλα




*Σύνδεση αντιστάσεων παράλληλα.*
**Εικόνα 2.5-33.**

Θεωρούμε το κύκλωμα της εικόνας 33. Οι αντιστάσεις $R_1$, $R_2$ και $R_3$ είναι γνωστές ($R_1$ = 10Ω, $R_2$ = 20Ω, $R_3$ = 30Ω). Με το βολτόμετρο μετράμε την τάση στα άκρα του συστήματος $V_{ολ}$ και με το αμπερόμετρο την ένταση του ρεύματος $I_{ολ}$. Είναι: $V_{ολ}$ = 6V και $I_{ολ}$ = 1,1A.

Άρα:

$$R_{ολ} = \frac{V_{ολ}}{I_{ολ}} = \frac{6V}{1,1A} = \frac{60}{11}\Omega = 5,45\Omega$$

Η σχέση που συνδέει τις $R_1$, $R_2$ και $R_3$ με το $R_{ολ}$ είναι:

$$\frac{1}{R_{ολ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \qquad (12)$$

Ακόμη, με τα αμπερόμετρα $A_1$, $A_2$ και $A_3$ μετράμε τις εντάσεις που διαρρέουν τις $R_1$, $R_2$ και $R_3$ αντίστοιχα. Είναι: $I_1$ = 0,6A, $I_2$ = 0,3A και $I_3$ = 0,2A.

Παρατηρούμε ότι: $$\boxed{I_{ολ} = I_1 + I_2 + I_3} \qquad (13)$$

Χαρακτηριστικό της συνδεσμολογίας αυτής είναι ότι **όλες οι αντιστάσεις έχουν την ίδια τάση V, που είναι ίση με την ολική τάση $V_{ολ}$**. Δηλαδή:

$$\boxed{V_1 = V_2 = V_3 = V = V_{ολ}} \qquad (14)$$

Τα παραπάνω συμπεράσματα αποδεικνύονται και **θεωρητικά**.

Στο κύκλωμα της εικόνας 33 είναι $I_1$, $I_2$ και $I_3$ οι εντάσεις των ρευμάτων στις αντιστάσεις $R_1$, $R_2$ και $R_3$ αντίστοιχα. Στον κόμβο Α (και στον κόμβο Β) ισχύει:

$$I_{ολ} = I_1 + I_2 + I_3 \quad \text{(1ος Κανόνας Kirchhoff)}$$

Ισχύουν οι σχέσεις:

$$I_{ολ} = \frac{V}{R_{ολ}},\ I_1 = \frac{V}{R_1},\ I_2 = \frac{V}{R_2},\ I_3 = \frac{V}{R_3}$$

Έτσι έχουμε:

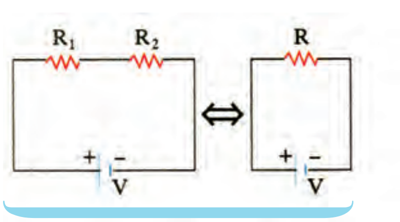
$$I_{ολ} = I_1 + I_2 + I_3 \ \Rightarrow\ \frac{V}{R_{ολ}} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \frac{V}{R_3} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{R_{ολ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

Η σύνδεση αντιστάσεων παράλληλα ισοδυναμεί με αύξηση της διατομής ενός αγωγού, άρα η ολική αντίσταση είναι μικρότερη και από τη μικρότερη αντίσταση του συστήματος.

Το πρακτικό αποτέλεσμα είναι ότι με τη συνδεσμολογία αντιστάσεων παράλληλα επιτυγχάνουμε αντιστάσεις μικρότερες από τις αντιστάσεις που διαθέτουμε.

## Παράδειγμα 5




**Δύο αντιστάσεις $R_1$ = 4Ω και $R_2$ = 6Ω συνδέονται σε σειρά και στα άκρα της συνδεσμολογίας εφαρμόζεται τάση V = 100 V. Να βρεθούν:**

**α) Η ισοδύναμη αντίσταση**
**β) Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει κάθε αντίσταση**
**γ) Η τάση στα άκρα κάθε αντίστασης.**

***Λύση***

α) Η ισοδύναμη αντίσταση της συνδεσμολογίας είναι:

$$R = R_1 + R_2 \Rightarrow R = 10Ω$$

β) Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τις αντιστάσεις και την πηγή τροφοδοσίας υπολογίζεται από το νόμο του Ohm:

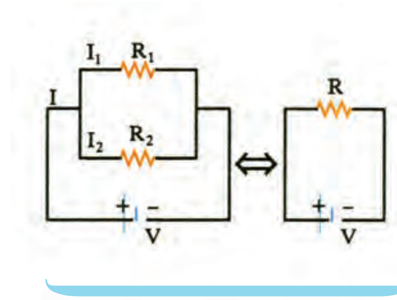
$$I = \frac{V}{R} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} \Rightarrow I = 10A \text{ . Είναι: } I = I_1 = I_2 = 10A$$

γ) Οι τάσεις στις αντιστάσεις $R_1$ και $R_2$ υπολογίζονται από το νόμο του Ohm:

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} \Rightarrow V_1 = I_1 R_1 \Rightarrow V_1 = 40V$$

$$I_2 = \frac{V_2}{R_2} \Rightarrow V_2 = I_2 R_2 \Rightarrow V_2 = 60V$$

## Παράδειγμα 6




**Δύο αντιστάσεις $R_1$=10Ω και $R_2$=15Ω συνδέονται παράλληλα και στις άκρες του συστήματος εφαρμόζεται τάση V=90V. Να βρεθούν:**

**α) Η ισοδύναμη αντίσταση.**

**β) Οι τάσεις στα άκρα των αντιστάσεων $R_1$ και $R_2$.**

**γ) Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει κάθε αντίσταση και την πηγή τροφοδοσίας.**

***Λύση***

α) Η ισοδύναμη αντίσταση της συνδεσμολογίας δίνεται:

$$\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\Rightarrow R=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}\Rightarrow R=6\Omega$$

β) Η τάση κάθε αντίστασης είναι ίση με V = 90V

$$V_1 = V_2 = V = 90V$$

γ) Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τις αντιστάσεις $R_1$, $R_2$ και την πηγή τροφοδοσίας υπολογίζονται από το νόμο του Ohm:

$$I_1=\frac{V_1}{R_1}\Rightarrow I_1=\frac{90V}{10V}=9A$$

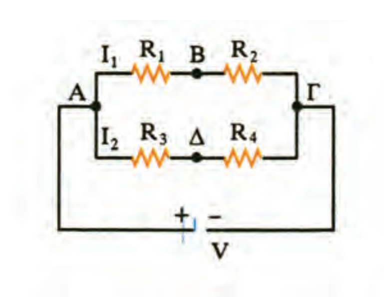
$$I_2=\frac{V_2}{R_2}\Rightarrow I_2=\frac{90V}{15V}=6A$$

$$I=\frac{V}{R}\Rightarrow I=\frac{90}{6}=15A$$

Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει την πηγή μπορεί να υπολογιστεί και από τον 1ο κανόνα του Kirchhoff:

$$I=I_1+I_2\Rightarrow I=9A+6A=15A$$

## Παράδειγμα 7




**Δίνεται η συνδεσμολογία των αντιστάσεων του διπλανού σχήματος και ότι $R_1$ = 2Ω, $R_2$ = 3Ω, $R_3$ = 10Ω, $R_4$ = 5Ω και V = 30V. Να βρεθούν:**

**α) η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τις $R_1$, $R_2$ και τις $R_3$, $R_4$.**

**β) η διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων Β και Δ.**

***Λύση***

α) Οι $R_1$, $R_2$ συνδέονται σε σειρά και στα άκρα τους Α, Γ έχουμε διαφορά δυναμικού V. Άρα, η ένταση $I_1$ του ρεύματος που διαρρέει τις $R_1$, $R_2$ είναι:

$$I_1 = \frac{V}{R_1 + R_2} \Rightarrow I_1 = \frac{30V}{(2+3)\Omega} \Rightarrow I_1 = 6A \qquad (1)$$

Οι $R_3$, $R_4$ συνδέονται σε σειρά και στα άκρα τους Α, Γ έχουμε επίσης τάση V. Άρα η ένταση $I_2$ του ρεύματος που διαρρέει τις $R_1$, $R_2$ είναι:

$$I_2 = \frac{V}{R_3 + R_4} \Rightarrow I_2 = \frac{30V}{(10+5)\Omega} \Rightarrow I_2 = 2A \qquad (2)$$

**β) 1ος τρόπος**

Αν «κινούμαστε» κατά μήκος μιας αντίστασης και κατά τη φορά του ρεύματος, το δυναμικό μειώνεται κατά IR, ενώ αν «κινούμαστε» αντίθετα με τη φορά του ρεύματος το δυναμικό αυξάνεται κατά IR.

Ξεκινάμε από το σημείο Β και «πηγαίνουμε» στο Δ μέσω του κόμβου Α. Από το Β στο Α, «πηγαίνουμε» αντίθετα με το ρεύμα, επομένως το δυναμικό αυξάνεται κατά $I_1R_1$, ενώ από το Α στο Δ, πηγαίνουμε ομόρροπα με το ρεύμα, οπότε το δυναμικό μειώνεται κατά $I_2R_3$. Άρα:

$$V_B + I_1R_1 - I_2R_3 = V_\Delta \Rightarrow V_B - V_\Delta = I_2R_3 - I_1R_1 \overset{(1),(2)}{\Rightarrow}$$
$$V_B - V_\Delta = 20V - 12V = 8V$$

**2ος τρόπος**

Η τάση στα άκρα της $R_1$ είναι: $V_1 - V_B = I_1R_1$ (3)

και η τάση στα άκρα της $R_3$ είναι: $V_A - V_\Delta = I_2R_3$ (4)

Αφαιρούμε τις (3) και (4) κατά μέλη, οπότε έχουμε:

$$V_A - V_B - (V_A - V_\Delta) = I_1R_1 - I_2R_3 \Rightarrow V_A - V_B - V_A + V_\Delta = I_1R_1 - I_2R_3$$

$$\text{ή } V_B - V_\Delta = I_2R_3 - I_1R_1 = 8V$$