

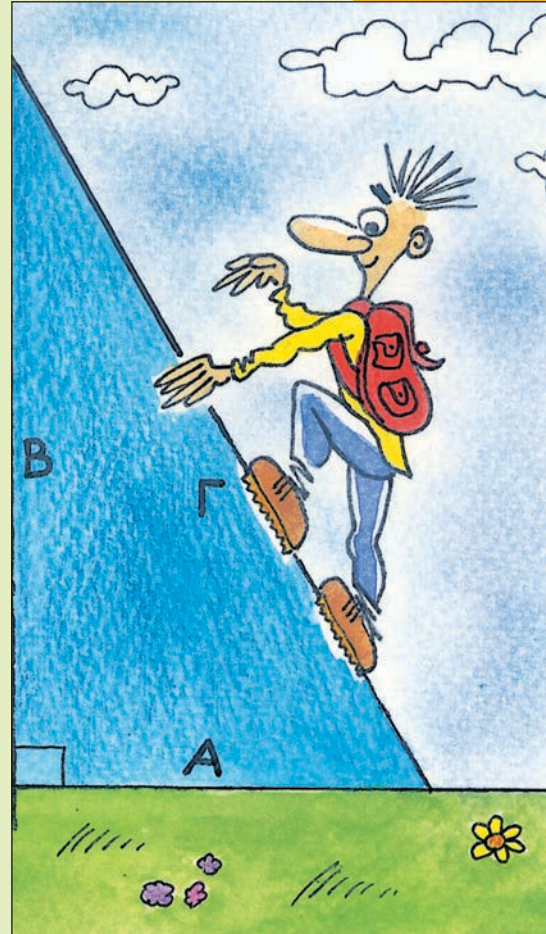
ΚΕΦΑΛΑΙΟ

1ο

Εμβαδά Επίπεδων Σχημάτων



Πυθαγόρειο Θεώρημα



ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΟ ΣΗΜΕΙΩΜΑ



- 1.1 Εμβαδόν επίπεδης επιφάνειας
- 1.2 Μονάδες μέτρησης επιφανειών
- 1.3 Εμβαδά επίπεδων σχημάτων
- 1.4 Πυθαγόρειο θεώρημα

Οι πλημμύρες του Νείλου, του Τίγρη και του Ευφράτη, πριν από περίπου τρεις

χιλιετίες, ανάγκασαν τους λαούς που κατοικούσαν στην περιοχή να αναπτύξουν την «τέχνη» της μέτρησης της γης (Γεω-μετρία).

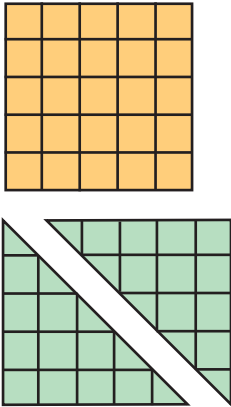
Τότε αναπτύχθηκε η έννοια του εμβαδού, την οποία θα μελετήσουμε στο κεφάλαιο αυτό.

Θα μάθουμε τις βασικές μονάδες μέτρησης εμβαδών, καθώς και τους τύπους υπολογισμού του εμβαδού:

τετραγώνου, ορθογωνίου, παραλληλογράμμου, τριγώνου και τραπεζίου.

Στο τέλος του κεφαλαίου θα μελετήσουμε το Πυθαγόρειο θεώρημα και θα εξετάσουμε αρκετές εφαρμογές του.

1.1. Εμβαδόν επίπεδης επιφάνειας



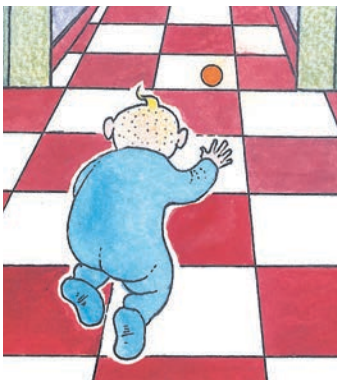
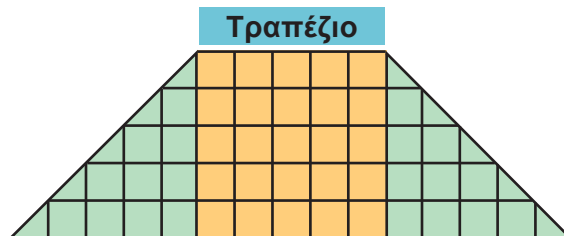
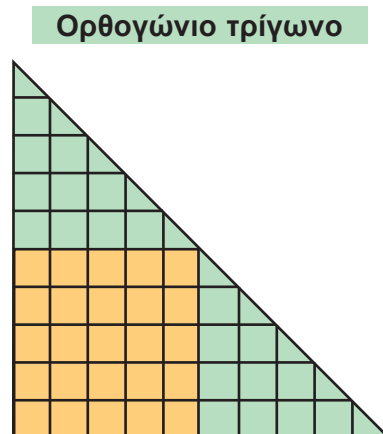
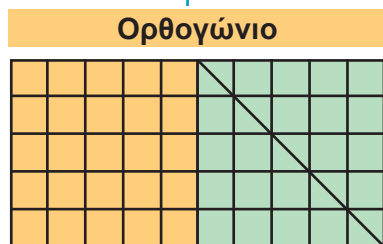
ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 1

Δίνονται δύο ορθογώνια και ισοσκελή τρίγωνα με κάθετες πλευρές 5 cm και ένα τετράγωνο πλευράς 5 cm.

- α) Μπορείτε χρησιμοποιώντας τα τρία αυτά σχήματα να κατασκευάσετε:
- Ένα ορθογώνιο πλάτους 10 cm και ύψους 5 cm;
 - Ένα ισοσκελές ορθογώνιο τρίγωνο, του οποίου οι κάθετες πλευρές είναι 10 cm;
 - Ένα ισοσκελές τραπέζιο με βάσεις 5 cm και 15 cm;
- β) Τι έκταση καταλαμβάνουν τα παραπάνω σχήματα στο επίπεδο, αν θεωρήσουμε ως μονάδα μέτρησης το τετραγωνάκι □ πλευράς 1 cm;

Λύση

- α) Έχουμε τα παρακάτω σχήματα:



- β) Μετρώντας τα τετραγωνάκια πλευράς 1 cm βρίσκουμε ότι το ορθογώνιο καταλαμβάνει έκταση 50, το τραπέζιο 50 και το ορθογώνιο τρίγωνο πάλι 50. Παρατηρούμε, λοιπόν, ότι τα τρία νέα σχήματα που προκύπτουν, παρόλο που είναι διαφορετικά μεταξύ τους, καταλαμβάνουν την ίδια έκταση στο επίπεδο, γιατί αποτελούνται ακριβώς από τα ίδια στοιχεία: το τετράγωνο και τα δύο ορθογώνια και ισοσκελή τρίγωνα. Για να δηλώσουμε ότι τα τρία αυτά σχήματα που κατασκευάσαμε, καταλαμβάνουν την ίδια έκταση στο επίπεδο, λέμε ότι έχουν το ίδιο **εμβαδόν**. Για να μετρήσουμε το εμβαδόν, πρέπει πρώτα να επιλέξουμε μία μονάδα μέτρησης. Αν, αρχικά, επιλέξουμε ως μονάδα μέτρησης το ένα από τα δύο ισοσκελή ορθογώνια τρίγωνα, τότε τα τρία νέα σχήματα έχουν εμβαδόν 4.

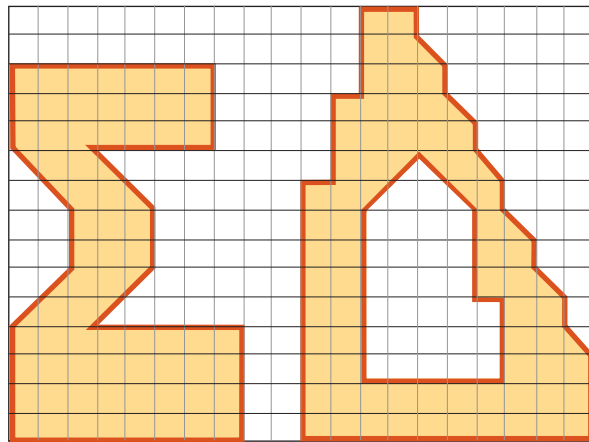
Αν επιλέξουμε ως μονάδα μέτρησης το τετραγωνάκι πλευράς 1 cm, τότε, όπως είδαμε, θα έχουν εμβαδόν 50.

Το εμβαδόν μιας επίπεδης επιφάνειας είναι ένας θετικός αριθμός, που εκφράζει την έκταση που καταλαμβάνει η επιφάνεια αυτή στο επίπεδο. Ο αριθμός αυτός εξαρτάται από τη μονάδα μέτρησης επιφανειών που χρησιμοποιούμε.

ΕΦΑΡΜΟΓΗ 1

Να υπολογίσετε το εμβαδόν των παρακάτω σχημάτων χρησιμοποιώντας ως μονάδα μέτρησης εμβαδού: α) \square β) \triangle γ) $\square\square$

- Λύση:** α) Μετρώντας τα τετραγωνάκια \square που υπάρχουν μέσα σε κάθε σχήμα παρατηρούμε ότι είναι 71. Άρα $E = 71$.
- β) Αφού κάθε τριγωνάκι \triangle έχει το μισό εμβαδόν από κάθε τετραγωνάκι \square , τα δύο εμβαδά με μονάδα μέτρησης το \triangle θα είναι $2 \cdot 71 = 142$. Άρα $E = 142$.
- γ) Αφού κάθε $\square\square$ έχει το διπλάσιο εμβαδόν από κάθε τετραγωνάκι \square , τα δύο εμβαδά με μονάδα μέτρησης το $\square\square$ θα είναι $\frac{71}{2} = 35,5$. Άρα $E = 35,5$.



ΕΦΑΡΜΟΓΗ 2

Να υπολογίσετε τα εμβαδά των σχημάτων A, B, Γ χρησιμοποιώντας ως μονάδα μέτρησης εμβαδών το \square . Τι παρατηρείτε;

- Λύση:** Βρίσκουμε ότι τα εμβαδά των A, B, Γ είναι A: 25, B: 12,5, Γ: 37,5. Επομένως, παρατηρούμε ότι το εμβαδόν του Γ ισούται με το άθροισμα των εμβαδών A και B, κάτι που γίνεται φανερό αν «ενώσουμε» κατάλληλα τα σχήματα A και B.

