

# 1.1.

## Η έννοια της μεταβλητής - Αλγεβρικές παραστάσεις



### Μεταβλητή

#### ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 1

Η ομιλία σε κινητό τηλέφωνο κοστίζει 0,005 € το δευτερόλεπτο. Πόσο κοστίζει ένα τηλεφώνημα διάρκειας 10 δευτερολέπτων, ένα άλλο διάρκειας 15 δευτερολέπτων και ένα άλλο διάρκειας 27 δευτερολέπτων:

#### Λύση

Εύκολα βέβαια βρίσκουμε ότι:

- ❖ Ένα τηλεφώνημα διάρκειας 10 δευτερολέπτων κοστίζει  
 $10 \cdot 0,005 = 0,05 \text{ €}$ .
- ❖ Ένα τηλεφώνημα διάρκειας 15 δευτερολέπτων κοστίζει  
 $15 \cdot 0,005 = 0,075 \text{ €}$ .
- ❖ Ένα τηλεφώνημα διάρκειας 27 δευτερολέπτων κοστίζει  
 $27 \cdot 0,005 = 0,135 \text{ €}$ .

Μπορούμε λοιπόν να σκεφτούμε ότι το κόστος ενός τηλεφωνήματος θα είναι: **(διάρκεια τηλεφωνήματος) · 0,005 €**. Για ευκολία, συμβολίζουμε με το γράμμα **x** τη διάρκεια του τηλεφωνήματος (σε δευτερόλεπτα), οπότε καταλήγουμε ότι το κόστος για κάθε τηλεφώνημα διάρκειας **x** δευτερολέπτων είναι: **x · 0,005 €**.

Το γράμμα **x** που παριστάνει έναν οποιοδήποτε αριθμό, λέγεται **μεταβλητή**.

Φυσικά, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε και άλλα γράμματα (ελληνικά ή λατινικά) για να παραστήσουμε μεταβλητές: **y, z, t, α, β, γ, ...**

### Αλγεβρικές παραστάσεις - Αναγωγή ομοίων όρων

- Μια παράσταση που περιέχει πράξεις με αριθμούς, λέγεται, όπως γνωρίζουμε, **αριθμητική παράσταση**.

Για παράδειγμα, η παράσταση  $2 \cdot 3 - 4 \cdot (-3) + 5$  είναι μια αριθμητική παράσταση. Ομοίως, η παράσταση  $\frac{5 \cdot 8 + 4 \cdot 3}{2(-7) + 6 \cdot 9}$  είναι μία αριθμητική παράσταση.

- Μια παράσταση που περιέχει πράξεις με αριθμούς και μεταβλητές ονομάζεται **αλγεβρική παράσταση**.

Για παράδειγμα, η παράσταση  $2 \cdot x - 4 \cdot x + 5$  είναι μια αλγεβρική παράσταση. Οι προσθετέοι λέγονται **όροι** αυτής.

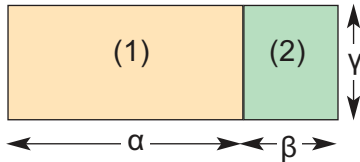
Ομοίως, η παράσταση  $\frac{2 \cdot x - 4}{3 \cdot x^2 + 5}$  είναι μία αλγεβρική παρά-

σταση. **Πώς κάνουμε όμως τις πράξεις σε μια αλγεβρική παράσταση;** Στο σημείο αυτό μπορεί να μας βοηθήσει λίγο η Γεωμετρία! Ας θυμηθούμε, λοιπόν, τα εμβαδά των ορθογώνιων:



**ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 2**

Στο διπλανό σχήμα δύο ορθογώνια (1) και (2) είναι «τοποθετημένα» έτσι ώστε να σχηματίζουν ένα μεγάλο ορθογώνιο. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του μεγάλου ορθογωνίου.

**Λύση**

Για να βρούμε το εμβαδόν του μεγάλου ορθογωνίου, υπάρχουν δύο τρόποι:

**➤ 1ος τρόπος:**

Το μεγάλο ορθογώνιο έχει βάση  $\alpha + \beta$  και ύψος  $\gamma$ , άρα το εμβαδόν του είναι:

$$(\alpha + \beta) \cdot \gamma$$

**➤ 2ος τρόπος:**

Το εμβαδόν του (1) είναι:  $\alpha \cdot \gamma$ .  
Το εμβαδόν του (2) είναι:  $\beta \cdot \gamma$ .  
Άρα το εμβαδόν του μεγάλου ορθογωνίου είναι:

$$\alpha \cdot \gamma + \beta \cdot \gamma$$

Φυσικά, και οι δύο τρόποι θα πρέπει να δίνουν το ίδιο αποτέλεσμα, δηλαδή:  $(\alpha + \beta) \cdot \gamma = \alpha \cdot \gamma + \beta \cdot \gamma$ , που είναι η γνωστή **επιμεριστική ιδιότητα**, η οποία μπορεί να γραφεί και στη μορφή:

$$\alpha \cdot \gamma + \beta \cdot \gamma = (\alpha + \beta) \cdot \gamma$$

Στη μορφή αυτή, η επιμεριστική ιδιότητα μπορεί να μας βοηθήσει να κάνουμε εύκολα πράξεις στις αλγεβρικές παραστάσεις:

**Παράδειγμα:**

$$7 \cdot \alpha + 8 \cdot \alpha = (7 + 8) \cdot \alpha = 15 \cdot \alpha$$

$$x + 4 \cdot x - 2 \cdot x = (1 + 4 - 2) \cdot x = 3 \cdot x$$

$$5 \cdot t - 6 \cdot t - 8 \cdot t = (5 - 6 - 8) \cdot t = -9 \cdot t$$

Η διαδικασία αυτή με την οποία γράψαμε σε απλούστερη μορφή τις παραπάνω αλγεβρικές παραστάσεις, ονομάζεται «**αναγωγή ομοίων όρων**».

**Παρατήρηση:**

Όταν γράφουμε αλγεβρικές παραστάσεις, συνήθως δε βάζουμε το σύμβολο ( $\cdot$ ) του πολλαπλασιασμού μεταξύ των αριθμών και των μεταβλητών ή μεταξύ των μεταβλητών. Γράφουμε δηλαδή  $3xy$  αντί για  $3 \cdot x \cdot y$ . Επίσης, γράφουμε  $2(4xy - 1) + 3(2 - 5x)$  αντί για  $2 \cdot (4 \cdot x \cdot y - 1) + 3 \cdot (2 - 5 \cdot x)$ .

Το σύμβολο του πολλαπλασιασμού θα χρησιμοποιείται βέβαια, για τον πολλαπλασιασμό αριθμών:  $3 \cdot 5$  ή  $3 \cdot (-5)$ .

**ΕΦΑΡΜΟΓΗ 1**

Να γράψετε με απλούστερο τρόπο τις παραστάσεις:

(α)  $2x + 5x$ ,      (β)  $3a + 4a - 12a$ ,      (γ)  $\omega + 3\omega + 5\omega + 7\omega$ .

**Λύση:** Έχουμε ότι:

$$(α) \quad 2x + 5x = (2 + 5)x = 7x$$

$$(β) \quad 3a + 4a - 12a = (3 + 4 - 12)a = -5a$$

$$(γ) \quad \omega + 3\omega + 5\omega + 7\omega = (1 + 3 + 5 + 7)\omega = 16\omega.$$

**ΕΦΑΡΜΟΓΗ 2**

Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις: (α)  $4y + 3x - 2y + x$ , (β)  $y + 2\omega - 3y + 2 + \omega + 5$ .

**Λύση:** Έχουμε ότι:

$$(α) \quad 4y + 3x - 2y + x = 4y - 2y + 3x + x = (4 - 2)y + (3 + 1)x = 2y + 4x$$

$$(β) \quad y + 2\omega - 3y + 2 + \omega + 5 = y - 3y + 2\omega + \omega + 2 + 5 = (1 - 3)y + (2 + 1)\omega + (2 + 5) = -2y + 3\omega + 7.$$

**ΕΦΑΡΜΟΓΗ 3**

Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:  $A = 2(x + 3) - 4(x - 1) - 8$ , όταν  $x = -0,45$ .

**Λύση:** Απλοποιούμε πρώτα την παράσταση A:

$$A = 2(x + 3) - 4(x - 1) - 8 =$$

$$= 2x + 6 - 4x + 4 - 8 = 2x - 4x + 6 + 4 - 8 = -2x + 2$$

$$\text{Επομένως, όταν } x = -0,45, \text{ είναι: } A = -2 \cdot (-0,45) + 2 = 0,9 + 2 = 2,9.$$

**ΕΦΑΡΜΟΓΗ 4**

Να υπολογίσετε την περίμετρο του παρακάτω τετραπλεύρου, όταν  $x + y = 10$ .

**Λύση:** Η περίμετρος του τετραπλεύρου είναι ίση με:

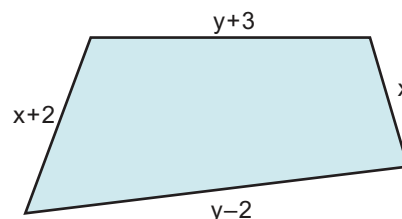
$$\Pi = x + (y + 3) + (x + 2) + (y - 2) =$$

$$= x + y + 3 + x + 2 + y - 2 =$$

$$= x + x + y + y + 3 + 2 - 2 = 2x + 2y + 3 =$$

$$= 2(x + y) + 3$$

$$\text{Επειδή } x + y = 10, \text{ είναι } \Pi = 2 \cdot 10 + 3 = 20 + 3 = 23.$$

**ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ**

1. Να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της στήλης Α του διπλανού πίνακα με ένα στοιχείο της στήλης Β.

	ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
α)	$2x + 5x - 3x$	i) $-4x$
β)	$x - 3x + 4x$	ii) $-5x$
γ)	$-x + 3x - 6x$	iii) $4x$
δ)	$-2x + 4x - 7x$	iv) $2x$

2. Για κάθε αλγεβρική παράσταση της 1ης στήλης του διπλανού πίνακα, δίνονται τρεις απαντήσεις Α, Β και Γ, από τις οποίες μία μόνο είναι σωστή. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

	Α	Β	Γ
α) $2x - 4x + 6x =$	$12x$	$-2x$	$4x$
β) $3y - 3y + 4y =$	$4y$	$10y$	$-5y$
γ) $-5\alpha + 3\alpha - \alpha =$	$3\alpha$	$-3\alpha$	$9\alpha$
δ) $3\alpha - 4\beta + 4\beta - 5\alpha =$	$8\alpha + 8\beta$	$2\alpha$	$-2\alpha$

3. Να αντιστοιχίσετε κάθε παράσταση της στήλης Α με την ίση της παράσταση που βρίσκεται στη στήλη Β.

	ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
α)	$(3x + 5) + (x - 6)$	i) $-4x + 11$
β)	$(-3x + 5) - (x - 6)$	ii) $-4x + 1$
γ)	$(-3x + 5) - (x + 6)$	iii) $-4x - 1$
δ)	$-(3x + 5) - (x - 6)$	iv) $4x - 1$



## ΑΣΚΗΣΕΙΣ

**1** Να χρησιμοποιήσετε μεταβλητές για να εκφράσετε με μια αλγεβρική παράσταση τις παρακάτω φράσεις:

- α) Το τριπλάσιο ενός αριθμού αυξημένο κατά 12.  
 β) Το άθροισμα δύο αριθμών πολλαπλασιασμένο επί 9.  
 γ) Την περίμετρο ενός ορθογωνίου, που το μήκος του είναι 2 m μεγαλύτερο από το πλάτος του.

**2** Να χρησιμοποιήσετε μια μεταβλητή για να εκφράσετε με μια αλγεβρική παράσταση τις παρακάτω φράσεις:

- α) Το συνολικό ποσό που θα πληρώσουμε για να αγοράσουμε 5 κιλά πατάτες, αν γνωρίζουμε την τιμή του ενός κιλού.  
 β) Την τελική τιμή ενός προϊόντος, αν γνωρίζουμε ότι αυτή είναι η αναγραφόμενη τιμή συν 19% ΦΠΑ.

**3** Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

- α)  $20x - 4x + x$   
 β)  $-7a - 8a - a$   
 γ)  $14y + 12y + y$   
 δ)  $14\omega - 12\omega - \omega + 3\omega$   
 ε)  $-6x + 3 + 4x - 2$   
 στ)  $\beta - 2\beta + 3\beta - 4\beta$

**4** Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

- α)  $2x - 4y + 3x + 3y$   
 β)  $6\omega - 2\omega + 4a + 3\omega + a$   
 γ)  $x + 2y - 3x - 4y$   
 δ)  $-8x + \omega + 3\omega + 2x - x$

**5** Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις A, B και στη συνέχεια να υπολογίσετε την τιμή τους:

- α)  $A = 3(x + 2y) - 2(2x + y)$ ,  
 όταν  $x = 1$ ,  $y = -2$ .  
 β)  $B = 5(2a - 3\beta) + 3(4\beta - a)$ ,  
 όταν  $a = -3$ ,  $\beta = 5$ .

**6** Να υπολογιστεί η τιμή των παραστάσεων:  
 α)  $A = 2(\alpha - 3\beta) + 3(\alpha + 2\beta)$ , όταν  $\alpha = 0,02$   
 και  $\beta = 2005$ .

β)  $B = 3(x + 2y) + 2(3x + y) + y$ ,  
 όταν  $x + y = \frac{1}{9}$ .

**7** Οι διαιτολόγοι, για να εξετάσουν αν ένα άτομο είναι αδύνατο ή παχύ, χρησιμοποιούν τον αριθμό  $\frac{B}{U^2}$  (δείκτης σωματικού βάρους ή body mass index, δηλαδή BMI), όπου B το βάρος του ατόμου και U το ύψος του σε μέτρα. Ανάλογα με το αποτέλεσμα αυτό, το άτομο κατατάσσεται σε κατηγορία σύμφωνα με τον παρακάτω πίνακα:



	ΓΥΝΑΙΚΕΣ	ΑΝΔΡΕΣ
<b>Κανονικό βάρος</b>	18,5 - 23,5	19,5 - 24,9
<b>1ος βαθμός παχυσαρκίας</b>	23,6 - 28,6	25 - 29,9
<b>2ος βαθμός παχυσαρκίας</b>	28,7 - 40	30 - 40
<b>3ος βαθμός παχυσαρκίας</b>	πάνω από 40	πάνω από 40

Να χαρακτηρίσετε:

- α) Το Γιώργο, με βάρος 87 κιλά και ύψος 1,75 μέτρα.  
 β) Την Αλέκα, με βάρος 64 κιλά και ύψος 1,42 μέτρα.  
 γ) Τον εαυτό σας.