

# ΟΜΟΙΟΤΗΤΑ

στο  $Z$  και η διχοτόμος της  $\widehat{A}$  τέμνει τη  $B\Gamma$  στο  $E$ . Να αποδείξετε ότι  $ZE \parallel AB$ .

4. Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $\widehat{B} - \widehat{\Gamma} = 1\text{r}$  και το ύψος του  $AA$ . Να αποδείξετε ότι  $AA^2 = AB \cdot A\Gamma$ .

5. Η διχοτόμος  $AA$  ενός τριγώνου  $AB\Gamma$  τέμνει τον περιγεγραμμένο κύκλο στο  $E$ . Να αποδείξετε ότι :

i)  $AB \cdot A\Gamma = AA \cdot AE$ ,

ii)  $EB^2 = EA \cdot EA$ .

## ΓΕΝΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Έστω δοσμένος κύκλος  $(O,R)$  και σημείο  $A$  στο εξωτερικό του κύκλου. Από το  $A$  φέρουμε την εφαπτομένη  $AT$  και την τέμνουσα  $AB\Gamma$ . Να αποδειχθεί ότι  $\frac{AB}{A\Gamma} = \frac{TB^2}{T\Gamma^2}$ .

2. Από σημείο  $A$  φέρουμε τις εφαπτόμενες  $AB$  και  $A\Gamma$  κύκλου  $(O,R)$  και τυχαία τέμνουσα  $ADE$ . Να αποδειχθεί ότι  $BA \cdot \Gamma E = BE \cdot \Gamma A$ .

3. Αν  $E, Z$  είναι οι προβολές των κορυφών  $B, \Gamma$  ενός τριγώνου  $AB\Gamma$  (με  $\beta \neq \gamma$ ) στη διχοτόμο του  $AA$  να αποδείξετε ότι τα  $E, Z$  είναι συζυγή αρμονικά των  $A, \Delta$ .

4. Σε κάθε παραλληλόγραμμο  $AB\Gamma\Delta$  να αποδειχθεί ότι οι αποστάσεις τυχαίου σημείου της διαγωνίου  $A\Gamma$  από τις πλευρές  $AB$  και  $A\Delta$  είναι αντιστρόφως ανάλογες προς τις πλευρές αυτές.

5. Αν  $M$  τυχαίο σημείο κύκλου  $(O,R)$ , να αποδείξετε ότι :

i) η απόσταση  $d$  του  $M$  από χορδή  $AB$  του κύκλου είναι  $d = \frac{MA \cdot MB}{2R}$ ,

ii) η απόσταση  $d'$  του  $M$  από την εφαπτομένη σε τυχαίο σημείο  $A$  του κύκλου είναι  $d' = \frac{MA^2}{2R}$ ,

iii) αν  $d, d_1, d_2$  οι αποστάσεις του  $M$  από μία χορδή  $\Gamma\Delta$  του κύκλου και από τις εφαπτόμενες στα  $\Gamma, \Delta$  αντίστοιχα, τότε  $d^2 = d_1 \cdot d_2$ .

6. **Θεώρημα Πτολεμαίου:** Σε κάθε εγγράφημο τετράπλευρο το άθροισμα των γινομένων των απέναντι πλευρών είναι ίσο με το γινόμενο των διαγωνίων του.

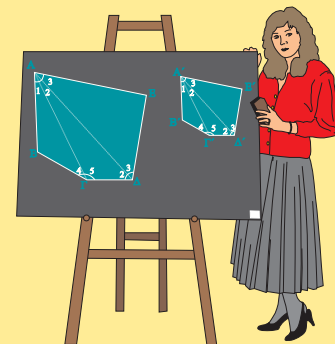


## Δραστηριότητες

1. Να κατασκευασθούν δύο τετράπλευρα των οποίων οι πλευρές είναι παράλληλες μία προς μία, αλλά δεν είναι όμοια.
2. Δίνεται ορθογώνιο  $AB\Gamma\Delta$ . Να κατασκευασθεί τετράπλευρο  $A'B'\Gamma'\Delta'$  το οποίο να αποτελείται από τρίγωνα ίσα με τα τρίγωνα στα οποία χωρίζει η διαγώνιος  $A\Gamma$  το ορθογώνιο έτσι, ώστε το  $A'B'\Gamma'\Delta'$  να μην είναι όμοιο με το  $AB\Gamma\Delta$ .

## Εργασία

Κατασκευάστε έναν εξάντα και υπολογίστε το ύψος μίας πολυκατοικίας στη γειτονιά σας ακολουθώντας τη διαδικασία της εφαρμογής 2.



### ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ

#### • Όμοια ευθύγραμμα σχήματα

- Ανάλογες πλευρές
- Ίσες γωνίες

• Ο λόγος των περιμέτρων δύο όμοιων ευθύγραμμων σχημάτων ισούται με το λόγο ομοιότητάς τους.

#### • Κριτήρια Ομοιότητας τριγώνων

- Δύο ίσες γωνίες
- Δύο πλευρές ανάλογες και τις περιεχόμενες γωνίες ίσες
- Τρεις πλευρές ανάλογες

• Σε δύο όμοια τρίγωνα ο λόγος δύο ομόλογων στοιχείων τους ισούται με το λόγο ομοιότητάς τους.