ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ

• *Μέγεθος* λέγεται οτιδήποτε επιδέχεται αύξηση ή ελάττωση. Στη Γεωμετρία έχουμε τα ***γεωμετρικά μεγέθη***.

• Ένα ευθύγραμμο τμήμα ΓΔ λέγεται ***υποδιαίρεση*** του ΑΒ, αν υπάρχει ένας φυσικός αριθμός ν, ώστε $ΓΔ = \frac{ΑΒ}{ν}$.

• Ένα ευθύγραμμο τμήμα ΓΔ λέγεται ***γινόμενο*** του ΑΒ επί το ***θετικό ρητό*** αριθμό $q = \frac{μ}{ν}$ (μ>0, ν>0), αν είναι άθροισμα μ ευθύγραμμων τμημάτων ίσων με $\frac{ΑΒ}{ν}$.

• Αν για δυο μη μηδενικά ευθύγραμμα τμήματα ΑΒ και ΓΔ υπάρχει ρητός $q = \frac{μ}{ν}$ τέτοιος, ώστε $ΓΔ = qΑΒ$, τα δύο ευθύγραμμα τμήματα λέγονται ***σύμμετρα*** και ο αριθμός $q = \frac{ΓΔ}{ΑΒ}$ λέγεται ***λόγος*** των δύο τμημάτων.

• Μια κοινή υποδιαίρεση $ΚΛ = \frac{ΑΒ}{ν} = \frac{ΓΔ}{μ}$ λέγεται και ***κοινό μέτρο*** των ΑΒ και ΓΔ. Δύο σύμμετρα ευθύγραμμα τμήματα είναι ακέραια πολλαπλάσια κάθε κοινού τους μέτρου.

• Δύο ευθύγραμμα τμήματα που δεν είναι σύμμετρα λέγονται ***ασύμμετρα*** και ο λόγος τους είναι ένας ***άρρητος*** αριθμός.

Τα ευθύγραμμα τμήματα α, γ, λέγονται ***ανάλογα*** προς τα τμήματα β, δ όταν είναι $\frac{α}{β} = \frac{γ}{δ}$

• ***Αναλογία*** τμημάτων λέγεται κάθε ισότητα της μορφής $\frac{α}{β} = \frac{γ}{δ}$, όπου α, β, γ, δ είναι ευθύγραμμα τμήματα.

• ***Μέτρο*** ενός ευθύγραμμου τμήματος α είναι ο λόγος του α προς ένα άλλο τμήμα που παίρνουμε αυθαίρετα ως ***μονάδα μέτρησης***. Έτσι:
- Δύο ίσα τμήματα έχουν ίσα μέτρα και αντίστροφα.
- Ο λόγος των μέτρων δύο τμημάτων, που μετρώνται με την ίδια μονάδα μέτρησης, ισούται με το λόγο των δύο τμημάτων.

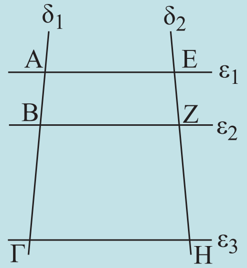
• Αν για τα διαφορετικά συνευθειακά σημεία Α, Β, Μ ισχύει $\frac{ΜΑ}{ΜΒ} = λ$, τότε λέμε ότι το ***Μ διαιρεί το ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ*** σε λόγο λ.
- Το Μ διαιρεί ***εσωτερικά*** ή ***εξωτερικά*** το τμήμα ΑΒ σε λόγο λ, αν το Μ είναι αντίστοιχα μεταξύ των Α και Β ή στην προέκταση του ΑΒ.
- Το σημείο Μ που διαιρεί ή εσωτερικά ή εξωτερικά το τμήμα ΑΒ σε λόγο λ είναι ***μοναδικό***.

• Θεώρημα Θαλή

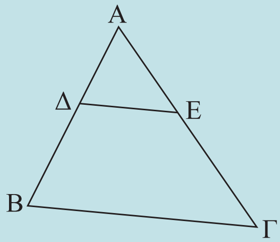
- Τρεις τουλάχιστον παράλληλες ευθείες:

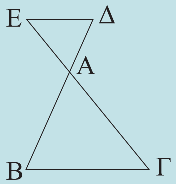
Αν $ε_1//ε_2//ε_3$,τότε $\frac{ΑΒ}{ΕΖ} = \frac{ΒΓ}{ΖΗ} = \frac{ΑΓ}{ΕΗ}$.

Αντίστροφο: Αν $ε_1//ε_2$ και $\frac{ΑΒ}{ΒΓ} = \frac{ΕΖ}{ΖΗ}$, τότε $ΓΗ//ε_1//ε_2$.



- Στο τρίγωνο





Αν ΔΕ//ΒΓ, τότε $\frac{ΑΔ}{ΑΕ} = \frac{ΔΒ}{ΕΓ}$ και $\frac{ΑΔ}{ΑΒ} = \frac{ΑΕ}{ΑΓ} = \frac{ΔΕ}{ΒΓ}$.

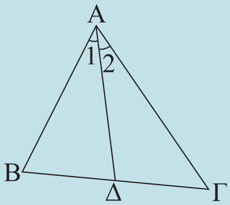
Αντίστροφο: Αν $\frac{ΑΔ}{ΑΕ} = \frac{ΔΒ}{ΕΓ}$, τότε ΔΕ//ΒΓ.

• Γεωμετρικές κατασκευές
– Κατασκευή τετάρτης αναλόγου
– Διαίρεση ευθύγραμμου τμήματος εσωτερικά και εξωτερικά σε δοσμένο λόγο

• Συζυγή αρμονικά
Δύο σημεία Γ και Δ που διαιρούν εσωτερικά και εξωτερικά το τμήμα ΑΒ στον ίδιο λόγο, λέγονται συζυγή αρμονικά των Α και Β.

• Θεωρήματα διχοτόμων

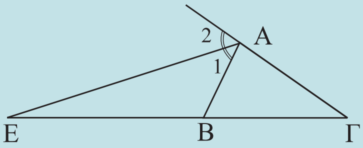
Εσωτερικής διχοτόμου



ΑΔ διχοτόμος $\Leftrightarrow \frac{ΔΒ}{ΔΓ} = \frac{ΑΒ}{ΑΓ}$

$ΔΒ = \frac{αγ}{β+γ}$, $ΔΓ = \frac{αβ}{β+γ}$

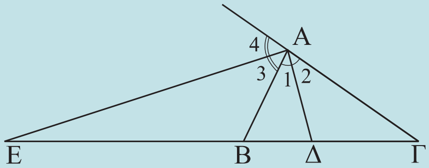
Εξωτερικής διχοτόμου



ΑΕ εξωτ. διχοτόμος $\Leftrightarrow \frac{ΕΒ}{ΕΓ} = \frac{ΑΒ}{ΑΓ}$

$ΕΒ = \frac{αγ}{β-γ}$, $ΕΓ = \frac{αβ}{β-γ}$

• Τα ίχνη Δ και Ε της εσωτερικής και εξωτερικής διχοτόμου της γωνίας $\hat{Α}$, τριγώνου ΑΒΓ, είναι σημεία συζυγή αρμονικά ως προς τα Β και Γ.



• ***Απολλώνιος κύκλος*** ως προς τα σημεία Α και Β λέγεται κάθε κύκλος διαμέτρου ΓΔ, όπου τα Γ και Δ είναι συζυγή αρμονικά των Α και Β.