

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9ο ΜΕΤΡΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ

9.5 Θεωρήματα διαμέσων

Κατανόησης - σχετικά εύκολες

1.A. Να χαρακτηρίσετε με «Σ» (σωστό) ή «Λ» (λάθος) τις παρακάτω προτάσεις.

1. Στο τρίγωνο ABΓ η  $\mu_a$  είναι διάμεσός του.

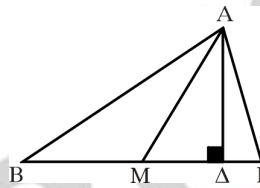
$$\text{Ισχύει } \beta^2 + \gamma^2 = 2\mu_a^2 + \frac{\alpha^2}{2}.$$

Σ Λ

2. Στο τρίγωνο ABΓ η AM είναι διάμεσος και το AΔ είναι ύψος.

Ισχύει:

$$AB^2 + A\Gamma^2 = 2AM^2 + \frac{\Delta M^2}{2}.$$



Σ Λ

3. Αν γνωρίζουμε τις διαμέσους ενός τριγώνου, μπορούμε να υπολογίσουμε τις πλευρές του.

Σ Λ

4. Η απόδειξη των θεωρημάτων της διαμέσου, μπορεί να γίνει με τη βοήθεια της γενίκευσης του Πυθαγορείου Θεωρήματος.

Σ Λ

Εφαρμογής - μέτριας δυσκολίας

1.B. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση από τις προτεινόμενες σε κάθε περίπτωση (αφορά τις ερωτήσεις 5-6)

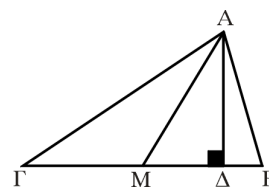
5. Το τρίγωνο ABΓ έχει  $AB < A\Gamma$ , την AM διάμεσο και το AΔ ύψος. Ισχύει:

i.  $A\Gamma^2 - AB^2 = 2B\Gamma \cdot \Gamma\Delta$

ii.  $AB^2 - A\Gamma^2 = 2B\Gamma \cdot \Delta M$

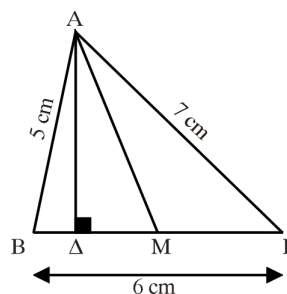
iii.  $AB^2 + A\Gamma^2 = 2B\Gamma \cdot \Delta M$

iv.  $A\Gamma^2 + AB^2 = 2AM \cdot \Delta M$



- v. κανένα από τα προηγούμενα

6. Στο διπλανό τρίγωνο είναι  $AB = 5 \text{ cm}$ ,  $AG = 7 \text{ cm}$  και  $BG = 6 \text{ cm}$ . Η  $AM$  είναι διάμεσος και το  $A\Delta$  είναι ύψος. Το  $\Delta M$  έχει μήκος:
- i. 1            ii. 2            iii. 2,5  
iv. 3            v. 4



7. Με εφαρμογή του θεωρήματος των διαμέσων στο ορθογώνιο τρίγωνο  $ABG$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) να αποδείξετε ότι:  $\mu_\alpha = \frac{\alpha}{2}$ .

#### Ανάλυσης και εφαρμογής - αυξημένης δυσκολίας

8. Θεωρούμε το τρίγωνο  $ABG$  και τη διάμεσό του  $AM$ . Παίρνουμε το μέσο  $\Lambda$  του  $BM$  και το μέσο  $N$  του  $MG$ . Αν είναι  $AB = \gamma$ ,  $AG = \beta$ ,  $BG = \alpha$ ,  $A\Lambda = \nu$  και  $AN = \lambda$ , να αποδείξετε ότι:

$$\beta^2 + \gamma^2 = \nu^2 + \lambda^2 + \frac{3\alpha^2}{8}.$$

9. Σε ορθογώνιο τρίγωνο ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) να δειχθεί ότι:

i.  $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 8\mu_\alpha^2$

ii.  $\mu_\beta^2 + \mu_\gamma^2 = 5\mu_\alpha^2$

10. Αν σε τρίγωνο  $ABG$  οι διάμεσοι  $\mu_\beta$  και  $\mu_\gamma$  τέμνονται κάθετα, να δείξετε ότι:

$$\beta^2 + \gamma^2 = 5\alpha^2.$$

11. Με κέντρο το σημείο τομής των διαγωνίων παραλληλογράμμου  $ABG\Delta$  γράφουμε κύκλο τυχαίας ακτίνας. Αν  $P$  σημείο του κύκλου, να δείξετε ότι:  
 $PA^2 + PB^2 + PG^2 + P\Delta^2 = \text{σταθερό.}$

Πηγή: ΚΕΕ