

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9ο ΜΕΤΡΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ

9.4 Γενίκευση Πυθαγόρειου θεωρήματος

Κατανόησης - σχετικά εύκολες

1.A. Να χαρακτηρίσετε με «Σ» (σωστό) ή «Λ» (λάθος) τις παρακάτω προτάσεις.

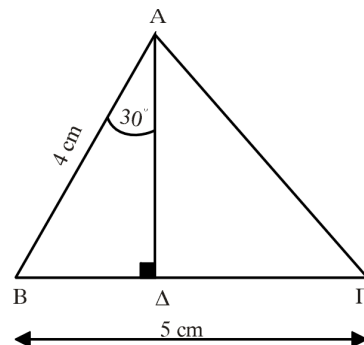
- | | | |
|---|---|---|
| 1. Το τρίγωνο ΑΒΓ είναι αμβλυγώνιο. Ισχύει $\alpha^2 > \beta^2 + \gamma^2$. | Σ | Λ |
| 2. Αν γ η μεγαλύτερη πλευρά τριγώνου ΑΒΓ με πλευρές α, β, γ και $\gamma^2 > \alpha^2 + \beta^2$, τότε αυτό είναι αμβλυγώνιο. | Σ | Λ |
| 3. Το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο στο Α. Ισχύει $\beta^2 < \alpha^2 + \gamma^2$. | Σ | Λ |
| 4. Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρές α, β, γ ισχύει $\beta^2 < \alpha^2 + \gamma^2$, τότε το τρίγωνο είναι πάντοτε οξυγώνιο. | Σ | Λ |
| 5. Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρές α, β, γ ισχύουν ταυτόχρονα: $\alpha^2 < \beta^2 + \gamma^2, \beta^2 < \alpha^2 + \gamma^2, \gamma^2 < \alpha^2 + \beta^2$, τότε το τρίγωνο είναι οξυγώνιο. | Σ | Λ |
| 6. Υπάρχει τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρές α, β, γ για το οποίο να ισχύουν ταυτόχρονα: $\alpha^2 > \beta^2 + \gamma^2, \beta^2 < \alpha^2 + \gamma^2, \gamma^2 > \alpha^2 + \beta^2$. | Σ | Λ |

Εφαρμογής - μέτριας δυσκολίας

1.B. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση από τις προτεινόμενες σε κάθε περίπτωση (αφορά τις ερωτήσεις 7-10)

7. Στο διπλανό σχήμα είναι $AB = 4 \text{ cm}$, $B\Gamma = 5 \text{ cm}$ και το $A\Delta$ ύψος και η γωνία $\text{BA}\Delta = 30^\circ$. Το μήκος της πλευράς $A\Gamma$ σε cm ισούται με:

- i. 3 ii. $\sqrt{41}$ iii. $\sqrt{10}$
iv. $\sqrt{21}$ v. $\sqrt{20}$



8. Στο διπλανό σχήμα ισχύει:

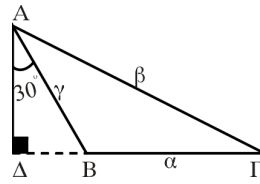
i. $\gamma^2 = \beta^2 + \alpha^2 + \alpha\gamma$

ii. $\gamma^2 = \beta^2 - \alpha^2 - 2\alpha B\Delta$

iii. $\beta^2 = \alpha^2 + \gamma^2 + \alpha\gamma$

iv. $\beta^2 = \alpha^2 + \gamma^2 - \alpha\gamma$

v. $\beta^2 = \gamma^2 + \Delta\Gamma^2$



9. Σε τρίγωνο ABΓ με $\hat{A} < 90^\circ$ φέρνουμε τα ύψη ΒΔ και ΓΕ. Από τις παρακάτω ισότητες **λανθασμένη** είναι:

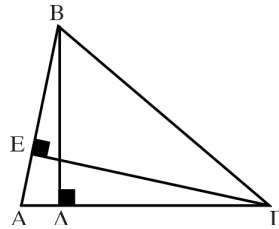
i. $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 - 2\beta A\Delta$

ii. $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 - 2\gamma A E$

iii. $\alpha^2 = B\Delta^2 + \Delta\Gamma^2$

iv. $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 + 2\beta A\Delta$

v. $\alpha^2 = EB^2 + E\Gamma^2$



10. Σε τρίγωνο ABΓ με πλευρές α, β, γ ισχύει $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 + \beta\gamma$. Αν AΔ είναι η προβολή της πλευράς $\gamma = AB$ στην AΓ τότε η γωνία ABΔ είναι:

i. 45°

ii. 30°

iii. 60°

iv. 75°

v. 15°

Πηγή: ΚΕΕ

Ανάλυσης και εφαρμογής - αυξημένης δυσκολίας

11. Σε τρίγωνο ABΓ δίνεται ότι είναι $\alpha = 65, \beta = 51, \gamma = 20$.

α) Να βρεθεί το είδος των γωνιών του τριγώνου.

β) Να υπολογιστεί το μέτρο της προβολής της πλευράς AB στην BΓ.

12. Στη βάση BΓ ισοσκελούς τριγώνου ABΓ με $AB = A\Gamma = 11$ παίρνουμε σημείο Δ, τέτοιο ώστε να είναι $B\Delta = 3$ και $\Delta\Gamma = 7$. Να υπολογίσετε το AΔ.

13. Ένα τρίγωνο έχει πλευρές με μήκη $2, 1 + \sqrt{3}, \sqrt{6}$. Να δείξετε ότι η γωνία που βρίσκεται απέναντι από την πλευρά με μήκος $\sqrt{6}$ είναι 60° .