

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο**1.1.Α. Πράξεις****Κατανόησης - σχετικά εύκολες**

1. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

i) $8 - \frac{1}{6} + \frac{3}{4} + 5 - 14$

ii) $\frac{7}{2} - \left(+\frac{5}{12}\right) + \left(-\frac{3}{4}\right) - \left(-\frac{2}{3}\right)$

iii) $\frac{5}{2} - \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{8}\right)$

iv) $\frac{6}{5} - \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{5}{4} - 3\right)$

v) $\left(-\frac{36}{4} + \frac{1}{6} - 1\right) - \left(-\frac{2}{3} + \frac{1}{2} - 3\right) + \left(-3 + \frac{1}{4}\right)$

vi) $\left(-\frac{1}{2} + \frac{5}{6} - 1\right) - \left(-\frac{4}{3} + \frac{3}{2} - 5\right) + \left(-5 + \frac{1}{3}\right)$

Λύση

i) Τα κάνουμε ομώνυμα με ΕΚΠ (6,4) = 12

$$8 - \frac{1}{6} + \frac{3}{4} + 5 - 14 = \frac{96}{12} - \frac{2}{12} + \frac{9}{12} + \frac{60}{12} - \frac{168}{12} = \frac{165}{12} - \frac{170}{12} = -\frac{5}{12}$$

ii) Τα κάνουμε ομώνυμα με ΕΚΠ (2,12,4,3) = 12. Παράλληλα κάνουμε απαλοιφή των παρενθέσεων.

$$\frac{7}{2} - \left(+\frac{5}{12}\right) + \left(-\frac{3}{4}\right) - \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{42}{12} - \frac{5}{12} - \frac{9}{12} + \frac{8}{12} = \frac{36}{12} = 3$$

iii) Τα κάνουμε ομώνυμα με ΕΚΠ (2,4,8) =8. Παράλληλα κάνουμε απαλοιφή των παρενθέσεων.

$$\frac{5}{2} - \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{8}\right) = \frac{20}{8} - \frac{2}{8} + \frac{4}{8} - \frac{6}{8} + \frac{1}{8} = \frac{17}{8}$$

iv) Τα κάνουμε ομώνυμα με ΕΚΠ (5,4,2) =20. Παράλληλα κάνουμε απαλοιφή των παρενθέσεων.

$$\frac{6}{5} - \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{5}{4} - 3\right) = \frac{24}{20} - \frac{15}{20} + \frac{10}{20} - \frac{25}{20} + \frac{60}{20} = \frac{94}{20} - \frac{40}{20} = \frac{54}{20} = \frac{27}{10}$$

v) Μπορούμε αν θέλουμε να αλλάξουμε τη σειρά των ενεργειών.

Κάνουμε απαλοιφή των παρενθέσεων.

$$\left(-\frac{36}{4} + \frac{1}{6} - 1\right) - \left(-\frac{2}{3} + \frac{1}{2} - 3\right) + \left(-3 + \frac{1}{4}\right) = -\frac{36}{4} + \frac{1}{6} - 1 + \frac{2}{3} - \frac{1}{2} + 3 - 3 + \frac{1}{4}$$

Απαλείφουμε τους αντίθετους και τα κάνουμε ομώνυμα με ΕΚΠ (6,4) =12.

$$-\frac{36}{4} + \frac{1}{6} - 1 + \frac{2}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = -\frac{108}{12} + \frac{2}{12} - \frac{12}{12} + \frac{8}{12} - \frac{6}{12} + \frac{3}{12} = -\frac{126}{12} + \frac{13}{12} = -\frac{113}{12}$$

$$\begin{aligned} \text{vi)} \quad & \left(-\frac{1}{2} + \frac{5}{6} - 1\right) - \left(-\frac{4}{3} + \frac{3}{2} - 5\right) + \left(-5 + \frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{2} + \frac{5}{6} - 1 + \frac{4}{3} - \frac{3}{2} + 5 - 5 + \frac{1}{3} \\ & = -\frac{6}{12} + \frac{10}{12} - \frac{12}{12} + \frac{16}{12} - \frac{18}{12} + \frac{4}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

2. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

$$\begin{array}{lll} \text{i)} \quad \frac{\frac{3}{4} - 1 + \frac{2}{3}}{\frac{5}{4} - 2 + \frac{5}{6}} & \text{ii)} \quad \frac{\frac{2}{3} - 3 + \frac{5}{6}}{\frac{4}{3} - 2 + \frac{1}{2}} & \text{iii)} \quad \frac{2 - \frac{3}{4}}{\frac{1}{3} \left(\frac{3}{2} - 1\right)} \end{array}$$

Λύση

$$i) \frac{\frac{3}{4} - 1 + \frac{2}{3}}{\frac{5}{4} - 2 + \frac{5}{6}} = \frac{\frac{9}{12} - \frac{12}{12} + \frac{8}{12}}{\frac{15}{12} - \frac{24}{12} + \frac{10}{12}} = \frac{\frac{5}{12}}{\frac{1}{12}} = 5$$

$$ii) \frac{\frac{2}{3} - 3 + \frac{5}{6}}{\frac{4}{3} - 2 + \frac{1}{2}} = \frac{\frac{4}{6} - \frac{18}{6} + \frac{5}{6}}{\frac{8}{6} - \frac{12}{6} + \frac{3}{6}} = \frac{\frac{-9}{6}}{\frac{-1}{6}} = 9$$

$$iii) \frac{2 - \frac{3}{4}}{\frac{1}{3} \left(\frac{3}{2} - 1 \right)} = \frac{\frac{8}{4} - \frac{3}{4}}{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}} = \frac{\frac{5}{4}}{\frac{1}{6}} = \frac{30}{4} = \frac{15}{2}$$

Εφαρμογής - μέτριας δυσκολίας

3. Να κάνετε τις πράξεις:

$$i) \frac{1 + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{3}}}$$

$$ii) \frac{3}{2} - \frac{1}{5 + \frac{1}{2}}$$

$$iii) \frac{2 - \frac{3}{4} + \frac{1}{2}}{3 - \frac{3}{2 + \frac{1}{2}}}$$

$$iv) \frac{3 - \frac{5}{2}}{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} - 1 \right)}$$

$$v) \frac{3 \cdot \frac{-8}{3} \cdot (-2)}{77 : \frac{11}{4}}$$

$$vi) \frac{\frac{5}{3} : \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{6} \right)}{42 : \frac{7}{2}}$$

Λύση

Προσέχουμε σε ποιον παρονομαστή δουλεύουμε. Ξεκινάμε από τους πιο απλούς.

$$i) \frac{1 + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{\frac{3}{3} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{\frac{4}{3}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{\frac{4}{3}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{4}{2} = 2$$

$$ii) \frac{3}{2} - \frac{1}{5 + \frac{1}{2}} = \frac{3}{2} - \frac{1}{\frac{10}{2} + \frac{1}{2}} = \frac{3}{2} - \frac{1}{\frac{11}{2}} = \frac{3}{2} - \frac{2}{11} = \frac{33}{22} - \frac{4}{22} = \frac{29}{22}$$

$$iii) \frac{2 - \frac{3}{4} + \frac{1}{2}}{3 - \frac{3}{2 + \frac{1}{2}}} = \frac{\frac{8}{4} - \frac{3}{4} + \frac{2}{4}}{3 - \frac{3}{\frac{4}{2} + \frac{1}{2}}} = \frac{\frac{7}{4}}{3 - \frac{3}{\frac{5}{2}}} = \frac{\frac{7}{4}}{3 - \frac{6}{5}} = \frac{\frac{7}{4}}{\frac{15}{5} - \frac{6}{5}} = \frac{\frac{7}{4}}{\frac{9}{5}} = \frac{35}{36}$$

$$iv) \frac{3 - \frac{5}{2}}{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} - 1 \right)} = \frac{\frac{6}{2} - \frac{5}{2}}{\frac{1}{2} \left(-\frac{2}{3} \right)} = \frac{\frac{1}{2}}{-\frac{1}{3}} = -\frac{3}{2}$$

$$v) \frac{3 \cdot \frac{-8}{3} \cdot (-2)}{77 : \frac{11}{4}} = \frac{16}{77 \cdot \frac{4}{11}} = \frac{16}{28} = \frac{4}{7}$$

$$vi) \frac{\frac{5}{3} : \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{6} \right)}{42 : \frac{7}{2}} = \frac{\frac{5}{3} : \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{9}{12} - \frac{10}{12} \right)}{42 \cdot \frac{2}{7}} = \frac{\frac{5}{3} \cdot 2 \cdot \left(-\frac{1}{12} \right)}{12} = \frac{-\frac{10}{36}}{12} = -\frac{10}{432} = -\frac{5}{216}$$

4. Να βρεθούν οι αριθμητικές τιμές των παραστάσεων που ακολουθούν για

$$x = -1 \text{ και } y = \frac{2}{5}.$$

$$i) 5(x - 2y) - 2[-4y - 3(2x + 5y) + 3xy] - 3(y - 2x)$$

$$ii) -2(x - 2y + 3xy) - 3[x - y + 2(xy - 1)]$$

Λύση

Πρώτα μας συμφέρει να απλοποιήσουμε τις παραστάσεις και μετά να κάνουμε αντικατάσταση.

i) Κάνουμε απαλοιφή των παρενθέσεων.

$$5(x-2y) - 2[-4y - 3(2x+5y) + 3xy] - 3(y-2x) =$$

$$5x - 10y - 2[-4y - 6x - 15y + 3xy] - 3y + 6x = 5x - 10y + 8y + 12x + 30y - 6xy - 3y + 6x$$

Κάνουμε αναγωγή ομοίων όρων.

$$5x - 10y + 8y + 12x + 30y - 6xy - 3y + 6x = 23x + 25y - 6xy$$

Κάνουμε αντικατάσταση με τις τιμές που μας δόθηκαν.

$$23x + 25y - 6xy = 23(-1) + 25 \cdot \frac{2}{5} - 6(-1) \cdot \frac{2}{5} = -23 + 10 + \frac{12}{5} = \frac{-13}{1} + \frac{12}{5} = -\frac{13 \cdot 5}{5} + \frac{12}{5} = \frac{-65 + 12}{5} = \frac{-53}{5}$$

$$\text{ii) } -2(x-2y+3xy) - 3[x-y+2(xy-1)] = -2x + 4y - 6xy - 3(x-y+2xy-2)$$

$$= -2x + 4y - 6xy - 3x + 3y - 6xy + 6 = -5x + 7y - 12xy + 6$$

Για $x = -1$ και $y = \frac{2}{5}$ έχουμε:

$$-5x + 7y - 12xy + 6 = -5 \cdot (-1) + 7 \cdot \frac{2}{5} - 12 \cdot (-1) \cdot \frac{2}{5} + 6 = \frac{25}{5} + \frac{14}{5} + \frac{24}{5} + \frac{30}{5} = \frac{25 + 14 + 24 + 30}{5} = \frac{93}{5}$$

5. Αν $\frac{x}{y} = 3$, να βρεθούν οι αριθμητικές τιμές των παραστάσεων:

$$\text{i) } A = \frac{5x - 3y}{4x + 7y}$$

$$\text{ii) } B = \frac{2xy - y^2}{x^2 - y^2}$$

Λύση

Από την $\frac{x}{y} = 3 \Leftrightarrow x = 3y$ αντικαθιστούμε στις παραστάσεις

$$\text{i) } A = \frac{5x - 3y}{4x + 7y} = \frac{15y - 3y}{12y + 7y} = \frac{12y}{19y} = \frac{12}{19}$$

$$\text{ii) } B = \frac{2xy - y^2}{x^2 - y^2} = \frac{2(3y)y - y^2}{(3y)^2 - y^2} = \frac{6y^2 - y^2}{9y^2 - y^2} = \frac{5y^2}{8y^2} = \frac{5}{8}$$

6. Στις παρακάτω παραστάσεις να απαλείψετε τις παρενθέσεις και να βρείτε την αριθμητική τους τιμή για $x = -2$ και $y = 3$

i) $-7x + (-3y + x) - (3x - 2y)$

ii) $9x - [-2x - (3y - x)] + [2x - (x - 7y)]$

Λύση

i) $-7x + (-3y + x) - (3x - 2y) = -7x + 3y + x - 3x + 2y = -9x + 5y$

Για $x = -2$ και $y = 3$ έχουμε

$$-9x + 5y = -9(-2) + 5 \cdot 3 = 18 + 15 = 33$$

ii) $9x - [-2x - (3y - x)] + [2x - (x - 7y)] = 9x - (-2x - 3y + x) + (2x - x + 7y) =$

$$9x + 2x + 3y - x + 2x - x + 7y = 11x + 10y$$

Για $x = -2$ και $y = 3$ έχουμε

$$11x + 10y = 11(-2) + 10 \cdot 3 = -22 + 30 = 8$$

Απολαύστε τη διδασκαλία στα βίντεο του www.arnos.gr

Κατανοείτε σε βάθος τη μεθοδολογία επίλυσης!