

Μάθημα 1^ο: Μεθοδολογία και Λυμένες Ασκήσεις

α. Μάζα – Όγκος - Πυκνότητα

1. *Παράδειγμα 1.4 (σχολικό βιβλίο):* Το αργίλιο (Al) είναι ένα πολύ εύχρηστο μέταλλο. Ένας κύβος από αργίλιο έχει ακμή 2 cm. Με τη βοήθεια του ζυγού η μάζα του βρέθηκε 21,6 g. Ποια είναι η πυκνότητα του Al;



Για να βρούμε την πυκνότητα του στερεού αυτού σώματος, αρκεί να γνωρίζουμε τη **μάζα** και τον **όγκο** του. Η μάζα του Al είναι γνωστή, άρα μας μένει να υπολογίσουμε τον **όγκο** του.

Το Al στην προκειμένη περίπτωση είναι σε μορφή κύβου. Ο όγκος ενός κύβου δίνεται από τον τύπο:

$$V = \alpha^3, \text{ όπου } \alpha \text{ η ακμή του. Άρα: } V = (2 \text{ cm})^3 = 8 \text{ cm}^3.$$

Αυτό που μας μένει πλέον είναι να υπολογίσουμε την πυκνότητα:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \rho = \frac{21,6 \text{ g}}{8 \text{ cm}^3} \Rightarrow \rho = 2,7 \text{ g/cm}^3$$

Σημείωση: Από την εκφώνηση, δεν έχουμε κάποιο περιορισμό στην έκφραση των μονάδων. Οπότε μπορούμε να αφήσουμε τις μονάδες ως έχει, δηλαδή σε g/cm^3 .

2. Να υπολογίσετε την πυκνότητα των επόμενων υλικών σε g / cm³:
- α. 50 L πετρελαίου έχουν μάζα 41 kg
 - β. 0,5 m³ φελλού έχουν μάζα 120 kg

Στην άσκηση αυτή μας ζητούνται οι πυκνότητες να εκφραστούν σε συγκεκριμένες μονάδες, άρα θα μετατρέψουμε τους όγκους και τις μάζες που μας δίνονται, σε cm³ και σε g, αντίστοιχα:

α. $m = 41 \text{ kg} = 41 \cdot 10^3 \text{ g}$

$V = 50 \text{ L} = 50 \text{ dm}^3 = 50 \cdot 10^3 \text{ cm}^3$, άρα:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \rho = \frac{41 \cdot 10^3 \text{ g}}{50 \cdot 10^3 \text{ cm}^3} \Rightarrow \rho = 0,82 \text{ g/cm}^3$$

β. $m = 120 \text{ kg} = 120 \cdot 10^3 \text{ g} = 12 \cdot 10^4 \text{ g}$

$V = 0,5 \text{ m}^3 = 0,5 \cdot (10^2)^3 \text{ cm}^3 = 5 \cdot 10^{-1} \cdot 10^6 \text{ cm}^3 = 5 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^3$

Άρα:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \rho = \frac{12 \cdot 10^4 \text{ g}}{5 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^3} \Rightarrow \rho = 0,24 \text{ g/cm}^3$$

3. Διαλύουμε 60 g αλάτι σε 140 g νερού και προκύπτει διάλυμα όγκου 160 mL. Να βρεθεί η πυκνότητά του.

Στην προκειμένη περίπτωση μας δίνεται η μάζα τόσο του νερού (διαλύτης), όσο και του αλατιού (διαλυμένη ουσία). Εφόσον, όπως γνωρίζουμε, η μάζα διατηρείται, το άθροισμα αυτών των μαζών θα είναι η μάζα του διαλύματος.



$$\text{Άρα: } m_{\text{διαλύματος}} = m_{\text{νερού}} + m_{\text{αλατιού}} = 60 + 140 = 200 \text{ g}$$

Εφόσον πλέον γνωρίζουμε τη μάζα του διαλύματος, μπορούμε να βρούμε την πυκνότητά του:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \rho = \frac{200 \text{ g}}{160 \text{ mL}} \Rightarrow \rho = 1,25 \text{ g / mL}$$

β. Μετατροπή μονάδων

Πολλές φορές είναι απαραίτητη η μετατροπή μιας αριθμητικής τιμής από τη μονάδα που έχει εκφραστεί, σε ένα πολλαπλάσιο ή υποπολλαπλάσιό της. Σε αυτή την περίπτωση ακολουθούμε έναν από τους εξής τρόπους:

1^{ος} τρόπος: Εφαρμόζουμε την απλή μέθοδο των τριών, χρησιμοποιώντας τις σχέσεις με τη βασική μονάδα

π.χ. Μετατροπή των 0,005 m σε mm.

$$\begin{array}{r} \text{Το } 1 \text{ mm} \quad 10^{-3} \text{ m} \\ x \quad \quad \quad 0,005 \text{ m} \\ \hline \end{array}$$

$$x = \frac{0,005}{10^{-3}} \text{ mm} = 0,005 \cdot 10^3 \text{ mm} = 5 \text{ mm}$$

π.χ. Μετατροπή των 340 μm σε m.

$$\begin{array}{r} \text{Το } 1 \text{ μm} \quad 10^{-6} \text{ m} \\ 340 \text{ μm} \quad \quad x \\ \hline \end{array}$$

$$x = 340 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 34 \cdot 10^1 \cdot 10^{-6} = 34 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

2^{ος} τρόπος: Πολλαπλασιάζουμε κατευθείαν την αριθμητική τιμή:

α) με τον αντίστοιχο αριθμό εάν υπάρχει πρόθεμα και θέλουμε να το «εξαφανίσουμε»

β) με τον αντίστροφο αριθμό εάν θέλουμε να «εμφανίσουμε» το πρόθεμα

π.χ. Μετατροπή των 0,005 m σε mm.

Θέλουμε να εμφανίσουμε το πρόθεμα milli, άρα πολλαπλασιάζουμε με τον αντίστροφο αριθμό. Δηλαδή τη σχέση με τη βασική μονάδα, αλλά με το αντίστροφο πρόσημο. Η σχέση του milli με τη βασική μονάδα είναι 10^{-3} , άρα θα πολλαπλασιάσουμε με 10^3 :

$$0,005 \text{ m} = 0,005 \cdot 10^3 \text{ mm} = 5 \cdot 10^{-3} \cdot 10^3 \text{ mm} = 5 \text{ mm}$$

π.χ. Μετατροπή των 340 μm σε m.

Θέλουμε να εξαφανίσουμε το πρόθεμα micro, άρα πολλαπλασιάζουμε με τον αντίστοιχο αριθμό. Η σχέση του micro με τη βασική μονάδα είναι 10^{-6} . Άρα:

$$340 \text{ μm} = 340 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 34 \cdot 10^1 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 34 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

- ❖ Στην περίπτωση που θέλουμε να κάνουμε **παραπάνω από ένα βήμα μετατροπής κατευθείαν**, τότε πολλαπλασιάζουμε την αριθμητική τιμή με τον (αντίστοιχο ή αντίστροφο) αριθμό για κάθε βήμα μετατροπής:

π.χ. μετατροπή των 0,08 km σε dm

Για να μετατρέψουμε τα km σε m, πολλαπλασιάζουμε με τον αντίστοιχο αριθμό (10^3). Για να μετατρέψουμε τα m σε dm, πολλαπλασιάζουμε με τον αντίστροφο αριθμό (10^1):

$$\text{km} \xrightarrow{10^3} \text{m} \xrightarrow{10^1} \text{dm}$$

$$\begin{aligned} \text{Άρα: } 0,08 \text{ km} &= 0,08 \cdot 10^3 \cdot 10^1 \text{ dm} = 8 \cdot 10^{-2} \cdot 10^3 \cdot 10^1 \text{ dm} \\ &= 8 \cdot 10^2 \text{ dm} = 800 \text{ dm} \end{aligned}$$

π.χ. μετατροπή των 250 ng σε μg

Για να μετατρέψουμε τα ng σε g, πολλαπλασιάζουμε με τον αντίστοιχο αριθμό (10^{-9}). Για να μετατρέψουμε τα g σε μg, πολλαπλασιάζουμε με τον αντίστροφο αριθμό (10^6):

$$\text{ng} \xrightarrow{10^{-9}} \text{g} \xrightarrow{10^6} \mu\text{g}$$

$$\begin{aligned} \text{Άρα: } 250 \text{ ng} &= 250 \cdot 10^{-9} \cdot 10^6 \mu\text{g} = 25 \cdot 10 \cdot 10^{-9} \cdot 10^6 \mu\text{g} \\ &= 25 \cdot 10^{-2} \mu\text{g} = 0,25 \mu\text{g} \end{aligned}$$

- ❖ Όταν ο αριθμός έχει δύο μονάδες, κάνουμε μετατροπή σε κάθε μονάδα ξεχωριστά.

π.χ. μετατροπή των 3 g/cm^3 σε kg/m^3

Σε αυτή την περίπτωση μετατρέπουμε ξεχωριστά τον αριθμητή και τον παρονομαστή του κλάσματος:

$$\begin{aligned}
 3 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} &= 3 \frac{10^{-3} \text{ kg}}{(10^{-2})^3 \text{ m}^3} = 3 \frac{10^{-3} \text{ kg}}{10^{-6} \text{ m}^3} = 3 \cdot 10^{-3-(-6)} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\
 &= 3 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 3000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}
 \end{aligned}$$

1. Μετατρέψτε:

(α) 40 m σε χιλιόμετρα

(δ) 295 mg σε μικρογραμμάρια

(β) 50 nm σε μέτρα

(ε) 27 °C σε K

(γ) 25 km σε νανόμετρα

(στ) 643 Å σε μικρόμετρα

(α) 1^{ος} τρόπος:

Το 1 km ισούται με 10^3 m

$$\begin{array}{r}
 x \qquad \qquad \qquad 40 \text{ m} \\
 \hline
 \end{array}$$

$$x = \frac{40}{10^3} \text{ km} = 40 \cdot 10^{-3} \text{ km} = \boxed{4 \cdot 10^{-2} \text{ km} \text{ ή } 0.04 \text{ km}}$$

2^{ος} τρόπος:

$$40 \text{ m} = 40 \cdot 10^{-3} \text{ km} = 4 \cdot 10^{-2} \text{ km} \text{ ή } 0.04 \text{ km}$$

(β) 1^{ος} τρόπος:

Το 1 nm ισούται με 10^{-9} m

$$\begin{array}{r}
 50 \text{ nm} \qquad \qquad \qquad x \\
 \hline
 \end{array}$$

$$x = 50 \cdot 10^{-9} \text{ m} = \boxed{5 \cdot 10^{-8} \text{ m}}$$

2^{ος} τρόπος:

$$50 \text{ nm} = 50 \cdot 10^{-9} \text{ m} = 5 \cdot 10^{-8} \text{ m}$$

(γ) 1^{ος} τρόπος:

Το 1 km ισούται με 10^3 m

$$\frac{25 \text{ km}}{\quad \quad \quad} \quad \quad \quad x$$

$$x = 25 \cdot 10^3 \text{ m}$$

Εφόσον βρήκαμε πόσα m είναι τα 25 km, στη συνέχεια υπολογίζουμε πόσα νανόμετρα είναι:

Το 1 nm ισούται με 10^{-9} m

$$\frac{x}{\quad \quad \quad} \quad \quad \quad 25 \cdot 10^3 \text{ m}$$

$$x = \frac{25 \cdot 10^3}{10^{-9}} \text{ nm} = 25 \cdot 10^3 \cdot 10^9 \text{ nm} = \boxed{25 \cdot 10^{12} \text{ nm}}$$

2^{ος} τρόπος:

$$\text{km} \xrightarrow{10^3} \text{m} \xrightarrow{10^9} \text{nm}$$

$$25 \text{ km} = 25 \cdot 10^3 \cdot 10^9 \text{ nm} = 25 \cdot 10^{12} \text{ nm}$$

(δ) 1^{ος} τρόπος:

Το 1 mg ισούται με 10^{-3} g

$$\frac{295 \text{ mg}}{\quad \quad \quad} \quad \quad \quad x$$

$$x = 295 \cdot 10^{-3} \text{ g}$$

Εφόσον βρήκαμε πόσα g είναι τα 295 mg, στη συνέχεια υπολογίζουμε πόσα μικρογραμμάρια είναι:

$$\begin{array}{r} \text{Το } 1 \text{ } \mu\text{g} \text{ ισούται με } 10^{-6} \text{ g} \\ \underline{\quad \quad \quad \times \quad \quad \quad 295 \cdot 10^{-3} \text{ g}} \\ x = \frac{295 \cdot 10^{-3}}{10^{-6}} \mu\text{g} = 295 \cdot 10^{-3} \cdot 10^6 \mu\text{g} = \boxed{295 \cdot 10^3 \mu\text{g} \text{ ή } 0,295 \mu\text{g}} \end{array}$$

2^{ος} τρόπος:

$$\begin{array}{l} \text{mg} \xrightarrow{10^{-3}} \text{g} \xrightarrow{10^6} \mu\text{g} \\ 295 \text{ mg} = 295 \cdot 10^{-3} \cdot 10^6 \mu\text{g} = 295 \cdot 10^3 \mu\text{g} \text{ ή } 0,295 \mu\text{g} \end{array}$$

(ε) Γνωρίζουμε πως: $T \text{ (K)} = \theta \text{ (}^\circ\text{C)} + 273$

$$\text{Άρα: } T = 27 + 273 = 300 \text{ K}$$

(στ) 1^{ος} τρόπος:

$$\begin{array}{r} \text{Το } 1 \text{ } \text{\AA} \text{ ισούται με } 10^{-10} \text{ m} \\ \underline{\quad \quad \quad 643 \text{ } \text{\AA} \quad \quad \quad \times} \\ x = 643 \cdot 10^{-10} \text{ m} \end{array}$$

Εφόσον βρήκαμε πόσα m είναι τα 643 Å, στη συνέχεια υπολογίζουμε πόσα μικρόμετρα είναι:

$$\begin{array}{r} \text{Το } 1 \text{ } \mu\text{m} \text{ ισούται με } 10^{-6} \text{ m} \\ \underline{\quad \quad \quad \times \quad \quad \quad 643 \cdot 10^{-10} \text{ m}} \\ x = \frac{643 \cdot 10^{-10}}{10^{-6}} \mu\text{m} = 643 \cdot 10^{-10} \cdot 10^6 \mu\text{m} = \boxed{643 \cdot 10^{-4} \mu\text{m}} \end{array}$$

2^{ος} τρόπος:

$$\begin{array}{l} \text{\AA} \xrightarrow{10^{-10}} \text{m} \xrightarrow{10^6} \mu\text{m} \\ 643 \text{ } \text{\AA} = 643 \cdot 10^{-10} \cdot 10^6 \mu\text{m} = 643 \cdot 10^{-4} \mu\text{m} \end{array}$$

2. *Παράδειγμα 1.1 (σχολικό βιβλίο)* Το όριο ταχύτητας σ' έναν αυτοκινητόδρομο είναι 110 km/h. Να εκφράσετε την ταχύτητα αυτή σε μονάδες SI.

Εφόσον η ταχύτητα ισούται με το λόγο της απόστασης προς το χρόνο ($U = \Delta x / \Delta t$), οι μονάδες της θα προκύπτουν από το λόγο των μονάδων της απόστασης προς τη μονάδα του χρόνου.

Έτσι, στο SI η ταχύτητα είναι ένα παράγωγο μέγεθος και έχει μονάδες μέτρησης **m/s**, από τις αντίστοιχες μονάδες των θεμελιωδών μεγεθών του μήκους και του χρόνου.

Γνωρίζουμε πως:

$$\begin{array}{r} 1 \text{ km} \quad 10^3 \text{ m} \\ 110 \text{ km} \quad x \\ \hline x = 110 \cdot 10^3 \text{ m} \end{array} \quad \text{και} \quad 1 \text{ h} = 3600 \text{ s}$$

Για να μετατρέψουμε τα km/h σε m/s, μετατρέπουμε ξεχωριστά τον αριθμητή και τον παρονομαστή αυτού του κλάσματος:

$$110 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{110 \text{ km}}{1 \text{ h}} = \frac{110 \cdot 10^3 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = \boxed{30,56 \text{ m/s}}$$

3. *Παράδειγμα 1.2 (σχολικό βιβλίο)* Η διάμετρος του ατόμου του υδρογόνου (H) είναι 0,212 nm. Να υπολογίσετε τη διάμετρο του ατόμου σε m και σε Å.

Μετατροπή από nm σε m: Το 1 nm ισούται με 10^{-9} m

$$\begin{array}{r} \text{Τα } 0.212 \text{ nm} \\ \hline x = \boxed{0.212 \cdot 10^{-9} \text{ m}} \end{array}$$

Μετατροπή από nm σε Å: Γνωρίζουμε πως $1 \text{ Å} = 10^{-10} \text{ m}$.

Εφόσον ήδη γνωρίζουμε πως τα 0,212 nm είναι ίσα με $0,212 \cdot 10^{-9} \text{ m}$:

$$\begin{array}{r} \text{Το } 1 \text{ Å ισούται με } 10^{-10} \text{ m} \\ \hline x \quad 0,212 \cdot 10^{-9} \text{ m} \end{array}$$

$$x = \frac{0.212 \cdot 10^{-9}}{10^{-10}} \text{ Å} = 0.212 \cdot 10^{-9} \cdot 10^{10} \text{ Å} = 0.212 \cdot 10 \text{ Å}$$

$$= \boxed{2,12 \text{ Å}}$$