

Μάθημα: Ρίζες πραγματικών αριθμών – Επαναληπτικό**Ημερομηνία: 13-4-20****Άσκηση 1 – Ερωτήσεις Σωστού (Σ) – Λάθους (Λ)**

Να απαντήσετε σωστό (Σ) ή λάθος (Λ):

α. $\sqrt{\alpha^2} = \alpha$

Σ

☒ Λ

β. Αν $\alpha\beta \geq 0$ τότε $\sqrt{\alpha\beta} = \sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{\beta}$

Σ

☒ Λ

γ. Αν $\beta \geq 0$ τότε $\sqrt{\alpha^2\beta} = \alpha\sqrt{\beta}$

Σ

☒ Λ

δ. Αν $\alpha \geq 0$ τότε $\sqrt[3]{\alpha^4} = \alpha\sqrt[3]{\alpha}$

☒ Σ

Λ

ε. Ισχύει ότι $\sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} = 2 - \sqrt{3}$

Σ

☒ Λ

στ. Ισχύει ότι $\sqrt{\chi^4} = \chi^2$.

☒ Σ

Λ

ζ. Αν χ, ψ ετερόσημοι τότε $\sqrt{\chi^2\psi^2} = \chi\psi$.

Σ

☒ Λ

Άσκηση 2 : Να απλοποιηθούν οι παραστάσεις:

$$A = \frac{\sqrt[5]{6^9} \cdot \sqrt[5]{6^7}}{\sqrt[5]{6^6}}$$

$$B = \sqrt[3]{\frac{2}{3} \sqrt{\frac{9}{2} \sqrt{\frac{1}{4}}}}$$

$$\Gamma = \sqrt{2^4 \sqrt{2^5 \sqrt{2}}}$$

Λύση

$$A = \frac{\sqrt[5]{6^9} \cdot \sqrt[5]{6^7}}{\sqrt[5]{6^6}} = \frac{\sqrt[5]{6^{16}}}{\sqrt[5]{6^6}} = \sqrt[5]{6^{10}} = \sqrt[5]{(6^5)^2} = 6^5$$

$$B = \sqrt[3]{\frac{2}{3} \sqrt{\frac{9}{2} \sqrt{\frac{1}{4}}}} = \sqrt[3]{\frac{2}{3} \sqrt{\frac{9}{2} \cdot \frac{1}{2}}} = \sqrt[3]{\frac{2}{3} \sqrt{\frac{9}{4}}} = \sqrt[3]{\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2}} = \sqrt[3]{\frac{6}{6}} = \sqrt[3]{1} = 1$$

$$\Gamma = \sqrt{2^4 \sqrt{2^5 \sqrt{2}}} = \sqrt{2^4 \sqrt{2^6}} = \sqrt{2^4 \sqrt{2^{20} \cdot 2^6}} = \sqrt{2^4 \sqrt{2^{26}}} = \sqrt{2^4 \cdot 2^{\frac{26}{2}}} = \sqrt{2^4 \cdot 2^{13}} = \sqrt{2^{18}} = 2^9$$

Β' τρόπος

$$\Gamma = \sqrt{2^4 \sqrt{2^5 \sqrt{2}}} = \sqrt{2^4 \sqrt{2^6}} = \sqrt{2^4 \sqrt{2^{\frac{6}{2}}}} = \sqrt{2^4 \cdot 2^{\frac{6}{4}}} = \sqrt{2^4 \cdot 2^{\frac{3}{2}}} = \sqrt{2^{\frac{11}{2}}} = 2^{\frac{11}{4}}$$

$$= \sqrt{2^{\frac{26}{20}}} = 2^{\frac{26}{40}} = 2^{\frac{13}{20}} = \sqrt[20]{2^{13}} = \sqrt[20]{2^{13}}$$

Άσκηση 3: Να βρείτε την τιμή της $A = \sqrt{\sqrt{8} \cdot \sqrt{2 - \sqrt{2}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2}}}$.

Λύση

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{\sqrt{8} \cdot \sqrt{2 - \sqrt{2}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2}}} = \sqrt{\sqrt{8(2 - \sqrt{2})(2 + \sqrt{2})}} = \\ &= \sqrt{8(2^2 - \sqrt{2}^2)} = \sqrt{8(4 - 2)} = \sqrt{16} = 4 \end{aligned}$$

Άσκηση 4 : Να απλοποιηθούν οι παραστάσεις:

$$A = \sqrt{20} - \sqrt{32} + 2\sqrt{45} - 3\sqrt{50}$$

$$B = \sqrt[4]{81} - \sqrt[5]{32} - \sqrt[6]{64} + 3\sqrt[10]{1024}$$

Λύση

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{20} - \sqrt{32} + 2\sqrt{45} - 3\sqrt{50} = \\ &= \sqrt{4 \cdot 5} - \sqrt{16 \cdot 2} + 2\sqrt{9 \cdot 5} - 3\sqrt{25 \cdot 2} = \\ &= 2\sqrt{5} - 4\sqrt{2} + 6\sqrt{5} - 15\sqrt{2} = 8\sqrt{5} - 19\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$B = \sqrt[4]{81} - \sqrt[5]{32} - \sqrt[6]{64} + 3\sqrt[10]{1024}$$

$$= \sqrt[4]{3^4} - \sqrt[5]{2^5} - \sqrt[6]{2^6} + 3\sqrt[10]{2^{10}} = 3 - 2 - 2 + 6 = 5$$

Άσκηση 5 :

α. Να βρείτε το $(\sqrt{7} - 3)^2$.

β. Να βρείτε την τιμή της $\sqrt{16 - 6\sqrt{7}}$.

Λύση

$$\alpha. (\sqrt{7} - 3)^2 = \sqrt{7}^2 - 6\sqrt{7} + 9 = 7 - 6\sqrt{7} + 9 = 16 - 6\sqrt{7}$$

$$\beta. \sqrt{16 - 6\sqrt{7}} = \sqrt{(\sqrt{7} - 3)^2} = |\sqrt{7} - 3| = 3 - \sqrt{7}$$

Άσκηση 6 : Να απλοποιηθεί αν $\alpha \geq 0$ η παράσταση: $A = \sqrt[3]{\sqrt{\alpha^5}} \cdot \sqrt[6]{\alpha}$

Λύση

Α' τρόπος

$$A = \sqrt[3]{\sqrt{\alpha^5}} \cdot \sqrt[6]{\alpha} = \sqrt[6]{\alpha^5} \cdot \sqrt[6]{\alpha} = \sqrt[6]{\alpha^6} = \alpha$$

Β' τρόπος

$$A = \sqrt[3]{\sqrt{\alpha^5}} \cdot \sqrt[6]{\alpha} = \sqrt{\alpha^{\frac{5}{3}} \cdot \alpha^{\frac{1}{6}}} = \alpha^{\frac{5}{6}} \cdot \alpha^{\frac{1}{6}} = \alpha^{\frac{6}{6}} = \alpha^1 = \alpha$$

Άσκηση 7: Να βρεθεί η τιμή της παράστασης: $A = \sqrt[3]{7} \cdot \sqrt[6]{7^5} \cdot \sqrt{7}$.

Λύση

Α' τρόπος

$$A = \sqrt[3]{7} \cdot \sqrt[6]{7^5} \cdot \sqrt{7} = \sqrt[6]{7^2} \cdot \sqrt[6]{7^5} \cdot \sqrt[6]{7^3} = \sqrt[6]{7^{10}} = \sqrt[3]{7^5} = \sqrt[3]{7^3 \cdot 7^2} =$$

$$= 7\sqrt[3]{49}$$

Β' τρόπος

$$A = \sqrt[3]{7} \cdot \sqrt[6]{7^5} \cdot \sqrt{7} = 7^{\frac{1}{3}} \cdot 7^{\frac{5}{6}} \cdot 7^{\frac{1}{2}} = 7^{\frac{1}{3} + \frac{5}{6} + \frac{1}{2}} = 7^{\frac{10}{6}} = 7^{\frac{5}{3}} = \sqrt[3]{7^5} =$$

$$\sqrt[3]{7^3 \cdot 7^2} = 7\sqrt[3]{49}$$

Άσκηση 8: Αν $-1 < x < 3$ να απλοποιηθεί η παράσταση:

$$A = \frac{\sqrt{x^2 + 2x + 1}}{x + 1} - \frac{\sqrt{x^2 - 6x + 9}}{x - 3}$$

Λύση

$$A = \frac{\sqrt{x^2 + 2x + 1}}{x + 1} - \frac{\sqrt{x^2 - 6x + 9}}{x - 3} =$$

$$= \frac{\sqrt{(x+1)^2}}{x+1} - \frac{\sqrt{(x-3)^2}}{x-3} = \frac{|x+1|}{x+1} - \frac{|x-3|}{x-3} =$$

$$= \frac{x+1}{x+1} - \frac{-(x-3)}{x-3} = 1 + 1 = 2$$