

Απαντήσεις στις ασκήσεις
του κεφαλαίου 2 του βιβλίου
“Χημική θερμοδυναμική του ΕΑΠ”

Ασκηση 2.1

Να αποδείξετε τις παρακάτω σχέσεις:

α)

$$\left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V + \left[p + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T\right] \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$$

β)

$$\left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V + \left[V - \left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T\right] \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V$$

Λύση

α) Είναι $H = U + pV$ οπότε παραγωγίζοντας την ενθαλπία H ως προς τη θερμοκρασία T κρατώντας την πίεση p σταθερή έχουμε,

$$\left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_p + p \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \quad (1)$$

Εστω ότι $U = U(T, V)$ οπότε επειδή η U είναι ακριβές διαφορικό θα έχουμε

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV \quad (2)$$

Οι μεταβλητές p, V, T συνδέονται πάντοτε μεταξύ τους με μια σχέση $f(p, V, T) = c$. Θεωρούμε $V = V(p, T)$ και επομένως,

$$dV = \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T dp + \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p dT \quad (3)$$

Αντικαθιστούμε την (3) στην (2) και παίρνουμε:

$$\begin{aligned} dU &= \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T \left[\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T dp + \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p dT \right] \\ &= \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T dp + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \right] dT \quad (4) \end{aligned}$$

Όπως βλέπουμε στην (4), καταφέραμε και γράψαμε την U ως συνάρτηση των p, T . Επομένως, είναι

$$\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_p = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \quad (5)$$

Τέλος, αντικαθιστούμε την (5) στην (1) και έχουμε

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p &= \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p + p \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \Rightarrow \\ \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p &= \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V + \left[p + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T \right] \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \quad (6) \end{aligned}$$

β) Ξεκινούμε από τη σχέση $U = H - pV$ και παραγωγίζοντας ως προς T διατηρώντας το V σταθερό έχουμε

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V &= \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_V - V \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \\ \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_V &= \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V + V \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \quad (7) \end{aligned}$$

θεωρούμε τώρα ότι $H = H(T, V)$ οπότε έχουμε

$$dH = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial H}{\partial V}\right)_T dV \quad (8)$$

Εκφράζουμε τώρα το V ως συνάρτηση των p, T και έχουμε

$$dV = \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T dp + \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p dT \quad (9)$$

Αντικαθιστούμε την (9) στην (8) και παίρνουμε:

$$\begin{aligned} dH &= \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial H}{\partial V}\right)_T \left[\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T dp + \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p dT \right] = \\ &= \left(\frac{\partial H}{\partial V}\right)_T \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T dp + \left[\left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_V + \left(\frac{\partial H}{\partial V}\right)_T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \right] dT \quad (10) \end{aligned}$$

Βγάζουμε κοινό παράγοντα το dT και η σχέση (10) γράφεται

$$\frac{dH}{dT} = \left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T \frac{dp}{dT} + \left[\left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_V + \left(\frac{\partial H}{\partial V}\right)_T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \right] \quad (11)$$

και κρατώντας την πίεση p σταθερή έχουμε

$$\left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_V + \left(\frac{\partial H}{\partial V}\right)_T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \quad (12)$$

Αντικαθιστούμε την (12) στην (7) και παίρνουμε την έκφραση

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p - \left(\frac{\partial H}{\partial V}\right)_T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p &= \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V + V \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \Rightarrow \\ \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p &= \left(\frac{\partial H}{\partial V}\right)_T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p + \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V + V \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \Rightarrow \\ \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p &= - \left(\frac{\partial H}{\partial V}\right)_T \left[\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_T \right]^{-1} \left[\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_V \right]^{-1} + \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V + V \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \Rightarrow \\ \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p &= - \left(\frac{\partial H}{\partial V}\right)_T \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V + \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V + V \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \Rightarrow \\ \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p &= \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V + \left[V - \left(\frac{\partial H}{\partial V}\right)_T \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T \right] \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \Rightarrow \\ \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p &= \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V + \left[V - \left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T \right] \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \end{aligned} \quad (13)$$

που είναι η αποδεικτέα.

Άσκηση 2.2

Ένα κομμάτι χαλκού μάζας 0,5 kg και θερμοκρασίας 20° θερμαίνεται με ηλεκτρική αντίσταση 1 kΩ (αμελητέας μάζας). Ρεύμα έντασης 1 A διέρχεται από την αντίσταση για 15 s. Ποιά είναι η μεταβολή της εντροπίας του μετάλλου; Στην περιοχή θερμοκρασιών του ενδιαφέροντός μας η θερμοχωρητικότητα του χαλκού είναι ανεξάρτητη της θερμοκρασίας και ίση με $c_p = 24.4 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$.

Λύση

Το σύστημά μας είναι ο χαλκός. Η θερμότητα q που παρέχουμε στο σύστημα είναι $q = I^2 R t$, όπου I η ένταση που διαρέει την αντίσταση, R η τιμή της αντίστασης και Δt το χρονικό διάστημα στο οποίο το ηλεκτρικό ρεύμα διέρεε την αντίσταση. Είναι $q = (1 \text{ A})^2 \times (10^3 \Omega) \times (15 \text{ s}) = 1,5 \times 10^4 \text{ J}$. Παρατηρούμε ότι κατά τη διάρκεια της θέρμανσης της ράβδου η πίεση παραμένει σταθερή και ανεξάρτητη της θερμοκρασίας. Ο πρώτος θερμοδυναμικός νόμος γράφεται

$$\begin{aligned} \delta q &= dU + p dV \Rightarrow \delta q_p = dU + d(pV) = d(U + pV) = dH \Rightarrow \\ q_p &= \Delta H \end{aligned} \quad (14)$$

Επειδή η θερμοχωρητικότητα υπό σταθερή πίεση θεωρούμε ότι δεν εξαρτάται από τη θερμοκρασία, έχουμε

$$C_p = \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_p \Rightarrow \int_{H_1}^{H_2} dH = C_p \int_{T_1}^{T_2} dT \Rightarrow \Delta H = C_p \Delta T = n c_p \Delta T \quad (15)$$

Από τις σχέσεις (14) και (15) παίρνουμε για τη θερμότητα που προσφέρεται στο αέριο

$$q_p = n c_p \Delta T = n c_p (T_2 - T_1) \Rightarrow T_2 = T_1 + \frac{q_p}{n c_p} \quad (16)$$

Η αριθμητική αντικατάσταση στην (16) δίνει

$$T_2 = (293 \text{ K}) + \frac{1,5 \times 10^4 \text{ J}}{(500 \text{ g}/63,5 \text{ g mol}^{-1}) \times (24,4 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1})} = 371,07 \text{ K} \quad (17)$$

Η θέρμανση του υλικού προφανώς δεν είναι αντιστρεπτή διεργασία. Η μεταβολή της εντροπίας προκύπτει από την ολοκλήρωση του διαφορικού της ως προς την θερμοκρασία, αφού η πίεση παραμένει η ίδια σε όλη τη διεργασία. Έχουμε,

$$\begin{aligned} dS &= \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_p dT = \left(\frac{\partial S}{\partial H} \right)_p \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_p dT \Rightarrow \\ &= \frac{1}{(\partial H / \partial S)_p} C_p dT = C_p \frac{dT}{T} \end{aligned} \quad (18)$$

όπου στην τελευταία ισότητα χρησιμοποιήθηκε η ταυτότητα $T = \left(\frac{\partial H}{\partial S} \right)_p$. Ολοκληρώνουμε τη σχέση (18) ως προς τη θερμοκρασία και παίρνουμε:

$$\int_{S_1}^{S_2} dS = n c_p \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} \Rightarrow S_2 - S_1 \equiv \Delta S = n c_p \ln \frac{T_2}{T_1} \quad (19)$$

Η αριθμητική αντικατάσταση στην (19) δίνει για τη μεταβολή της εντροπίας το αποτέλεσμα:

$$\Delta S = \left(\frac{500 \text{ g}}{63,5 \text{ g mol}^{-1}} \right) \times (24,4 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}) \ln \frac{371,07 \text{ K}}{293 \text{ K}} = 45,38 \text{ J K}^{-1}$$

Άσκηση 2.3

100 g υγρού βενζολίου στους 298 K συμπιέζονται ισόθερμα και αντιστρεπτά από 1 atm σε 4 kbar. Να υπολογίσετε α) τη θερμότητα που απορροφά το υγρό, β) το έργο που γίνεται και γ) τη μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας. Δίνεται: η πυκνότητα $\rho = 0,879 \text{ g cm}^{-3}$, συντελεστής θερμικής διαστολής $\alpha = 1,24 \times 10^3 \text{ K}^{-1}$, συντελεστής συμπίεστικότητας $\kappa = 9,6 \times 10^{-5} \text{ atm}^{-1}$. Υποθέστε ακόμα ότι τα α και κ είναι ανεξάρτητα της πίεσης και της θερμοκρασίας.

Λύση

Επειδή η θερμοκρασία του συστήματος (βενζολίου) παραμένει σταθερή σε όλη τη διεργασία συμπίεσης, είναι επόμενο ο όγκος του ρευστού και η πίεση του να αλληλοεξαρτώνται. Θα προσδιορίσουμε πρώτα αυτή τη σχέση εξάρτησης. Έχουμε:

$$dV = \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p dT + \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T dp = \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T dp = -\kappa V dp \quad (20)$$

όπου η τελευταία ισότητα προέκυψε από τον συντελεστή ισόθερμης συμπίεστικότητας, $\kappa = -1/V (\partial V/\partial p)_T$. Η ολοκλήρωση της σχέσης (20) από τον αρχικό όγκο V_1 και την αρχική πίεση p_1 στις αντίστοιχες ποσότητες V και p σε μια τυχαία στιγμή της διεργασίας της συμπίεσης δίνει

$$\int_{V_1}^V \frac{dV}{V} = -\kappa \int_{p_1}^p dp \Rightarrow \ln \frac{V}{V_1} = -\kappa(p - p_1) \Rightarrow V = V_1 e^{-\kappa(p-p_1)} \quad (21)$$

α) Το στοιχειώδες ποσό θερμότητας δq που απορροφά το υγρό κατά την αντιστρεπτή ισόθερμη μεταβολή είναι:

$$\delta q = T dS \quad (22)$$

Επειδή η θερμοκρασία διατηρείται σταθερή, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η εντροπία S του συστήματος εξαρτάται τελικά μόνο από τον όγκο του υγρού, οπότε η σχέση (20) γράφεται ως

$$\delta q = T \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T dV = T \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V dV \quad (23)$$

όπου η τελευταία ισότητα προέκυψε από τις εξισώσεις Maxwell. Σύμφωνα με το θεώρημα της αντιστρεψιμότητας έχουμε:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V = -\frac{1}{\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_p \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T} = -\frac{(\partial V/\partial T)_p}{(\partial V/\partial p)_T} = -\frac{\alpha V}{-\kappa V} = \frac{\alpha}{\kappa} \quad (24)$$

Από τις (23) και (24) έχουμε:

$$\delta q = T \frac{\alpha}{\kappa} dV \quad (25)$$

Ολοκληρώνουμε την (25) θεωρώντας τα α και κ σταθερά και έχουμε:

$$q = T \frac{\alpha}{\kappa} \Delta V \quad (26)$$

Ο τελικός όγκος V_2 υπολογίζεται από την (21) αν όπου p θέσουμε το p_2 οπότε παίρνουμε

$$V_2 = V_1 e^{-\kappa(p_2-p_1)} = \frac{m}{\rho} e^{-\kappa(p_2-p_1)} \quad (27)$$

όπου $m = 100 \text{ g}$, $\rho = 0,879 \text{ g cm}^{-3} = 0,879 \text{ g ml}^{-1}$, $p_1 = 1 \text{ atm}$,
 $p_2 = 4 \text{ bar} = 4 \times 10^5 \text{ Pa} = 4 \times 10^5 / (1,01325 \times 10^5) \text{ atm} = 3,9477 \text{ atm}$ και
 $\kappa = 9,6 \times 10^{-5} \text{ atm}^{-1}$. Αντικαθιστούμε στην (27) τα σύμβολα με τις αριθμητικές τους τιμές και βρίσκουμε $V_2 = (100 \text{ g} / 0,879 \text{ g ml}^{-1}) \times e^{-9,6 \times 10^{-5} \times (3,9477-1)} = 113,7335 \times 10^{-3} \text{ L}$. Ο αρχικός όγκος είναι $V_1 = (100 \text{ g} / 0,879 \text{ g ml}^{-1}) = 113,7656 \times 10^{-3} \text{ L}$ και επομένως η μεταβολή του όγκου του ρευστού είναι $\Delta V = V_2 - V_1 = 113,7335 \times 10^{-3} \text{ L} - 113,7656 \times 10^{-3} \text{ L} = -3,21 \times 10^{-5} \text{ L}$. Η σχέση (26) δίνει τη θερμότητα που ανταλλάσσει το υγρό με το περιβάλλον και είναι

$$\begin{aligned} q &= T (298 \text{ K}) \times \frac{1,24 \times 10^3 \text{ K}^{-1}}{9,6 \times 10^{-5} \text{ atm}^{-1}} \times (-3,21 \times 10^{-5} \text{ L}) = \\ &= -123558,25 \text{ L atm} = -123558,25 \times \frac{8,314}{0,082} \text{ J} = \\ &= -1252760,11 \text{ J} \times \frac{1}{4,184} \text{ cal J}^{-1} = -2,994 \times 10^3 \text{ kcal} \quad (28) \end{aligned}$$

Το αρνητικό πρόσημο σημαίνει οτι το αέριο προσφέρει στο περιβάλλον θερμότητα.
 β) Το έργο που παράγει το περιβάλλον στο αέριο δίνεται από τη σχέση

$$w = - \int p dV \quad (29)$$

και λόγω της (21) έχουμε $dV = -\kappa V_1 e^{-\kappa(p-p_1)} dp$, οπότε η (29) γράφεται

$$w = \kappa V_1 \int_{p_1}^{p_2} p e^{-\kappa(p-p_1)} dp \quad (30)$$

Το ολοκλήρωμα στην (30) μπορεί να υπολογιστεί με κατά παράγοντες ολοκλήρωση

ως εξής:

$$\begin{aligned} \int_{p_1}^{p_2} p e^{-\kappa(p-p_1)} dp &= -\frac{1}{\kappa} \int_{p_1}^{p_2} p d(e^{-\kappa(p-p_1)}) = \\ &= -\frac{1}{\kappa} \left\{ [p e^{-\kappa(p-p_1)}]_{p_1}^{p_2} - \int_{p_1}^{p_2} e^{-\kappa(p-p_1)} dp \right\} = \\ &= -\frac{1}{\kappa} \left[p_2 e^{-\kappa(p_2-p_1)} - p_1 + \frac{1}{\kappa} (e^{-\kappa(p_2-p_1)} - 1) \right] = \\ &= -\frac{p_2}{\kappa} e^{-\kappa(p_2-p_1)} + \frac{p_1}{\kappa} - \frac{1}{\kappa^2} e^{-\kappa(p_2-p_1)} + \frac{1}{\kappa^2} \end{aligned} \quad (31)$$

Η (30) γράφεται τελικά ως

$$w = -p_2 V_1 e^{-\kappa(p_2-p_1)} + p_1 V_1 - \frac{1}{\kappa} V_1 e^{-\kappa(p_2-p_1)} + \frac{V_1}{\kappa} \quad (32)$$

και λόγω της (27) βρίσκουμε

$$w = -p_2 V_2 + p_1 V_1 - \frac{V_2}{\kappa} + \frac{V_1}{\kappa} \quad (33)$$

Με αριθμητική αντικατάσταση βρίσκουμε

$$w = -8,4514 \times 10^{-4} L atm \simeq -0,02 cal$$

γ) Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας υπολογίζεται από τον πρώτο νόμο της θερμοδυναμικής ως

$$\Delta U = q + w = -2.994 \times 10^6 - 0,02 = -2.994 \times 10^6 cal \quad (34)$$

Άσκηση 2.4

25 g ενός υγρού ψύχονται υπό σταθερή πίεση με αφαίρεση 1200 J θερμότητας από 290 K σε 275 K. Υπολογίστε τα q , ΔH και μια προσεγγιστική τιμή του C_p . Θεωρείστε το C_p ανεξάρτητο της θερμοκρασίας.

Λύση

Εφόσον η θερμότητα αφαιρείται από το σύστημα, αυτή είναι αρνητική, δηλαδή, $q = -1200 \text{ J}$. Επειδή η πίεση του συστήματος διατηρείται σταθερή, ο πρώτος θερμοδυναμικός νόμος γράφεται

$$\delta q = dU + p dV \Rightarrow \delta q = d(U + pV) = dH \Rightarrow q = \Delta H \quad (35)$$

Επομένως, $\Delta H = -1200 \text{ J}$. Επειδή η θερμοχωρητικότητα υπό σταθερή πίεση θεωρείται ανεξάρτητη της θερμοκρασίας για την περιοχή θερμοκρασιών που δίνεται, έχουμε:

$$C_p = \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_p \Rightarrow \int dH = C_p \int_{T_1}^{T_2} dT \Rightarrow \Delta H = C_p \Delta T \quad (36)$$

Η προσεγγιστική τιμή της C_p για την περιοχή θερμοκρασιών¹ που δίνεται είναι $C_p \simeq \Delta H / \Delta T = -1200 \text{ J} / (-15 \text{ K}) = 80 \text{ J K}^{-1}$.

¹Σημειώστε ότι $\Delta T = T_2 - T_1 = 275 \text{ K} - 290 \text{ K} = -15 \text{ K}$

Άσκηση 2.5

Όταν 1 cal θερμότητας προσφερθεί σε 1 g νερού σε 14,5° C υπό σταθερή ατμοσφαιρική πίεση, τότε η θερμοκρασία του νερού ανέρχεται στους 15,5° C. Ποιά είναι η γραμμομοριακή θερμοχωρητικότητα του νερού σε αυτή τη θερμοκρασία; Θεωρείστε το c_p ανεξάρτητο της θερμοκρασίας.

Λύση

Από το ορισμό της θερμοχωρητικότητας υπό σταθερή πίεση έχουμε:

$$C_p \equiv \left(\frac{\delta q}{\partial T} \right)_p \Rightarrow n c_p = \left(\frac{\delta q}{\partial T} \right)_p \Rightarrow$$
$$\delta q = n c_p dT \Rightarrow \int \delta q = n c_p \int_{287,5}^{288,5} dT \Rightarrow q = n c_p \Delta T \quad (37)$$

όπου θεωρήσαμε ότι η c_p δεν εξαρτάται από τη θερμοκρασία και $\Delta T = 1 K$. Εφαρμόζουμε τη σχέση (40) για την ποσότητα του νερού που μας δώσανε $n_1 = 1 g / 18,02 g mol^{-1} = 1/18,02 mol$ με θερμότητα $q_1 = 1 cal$ ώστε $\Delta T = 1 K$. και την ποσότητα $n_2 = 1 mol$ για τη οποία απαιτείται ποσό θερμότητας q_2 ώστε $\Delta T = 1 K$. Έχουμε:

$$q_1 = n_1 c_p \Delta T \quad q_2 = n_2 c_p \Delta T \quad (38)$$

Διαιρούμε κατά μέλη τις σχέσεις στην (38) και παίρνουμε

$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow q_2 = \frac{n_2}{n_1} q_1 \quad (39)$$

Με αριθμητική αντικατάσταση βρίσκουμε $q_2 = 18,02 cal$. Επειδή αυτό είναι το ποσό θερμότητας που απαιτείται ώστε να αυξηθεί κατά ένα βαθμό ποσότητα νερού ίση με 1 mol, η γραμμομοριακή θερμοχωρητικότητα του νερού στην περιοχή θερμοκρασιών που δίνεται είναι $c_p = 18,02 cal mol^{-1} K^{-1}$.

Άσκηση 2.6

Για το νερό στην περιοχή $25 - 100^\circ \text{C}$, $c_p = 75,48 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$. Πόση θερμότητα πρέπει να προσφερθεί σε 1 kg νερού, για να υψωθεί η θερμοκρασία του από τους 25°C μέχρι το σημείο βρασμού σε ατμοσφαιρική πίεση; Θεωρείστε το c_p ανεξάρτητο της θερμοκρασίας.

Λύση

Από το ορισμό της θερμοχωρητικότητας υπό σταθερή πίεση έχουμε:

$$\begin{aligned} C_p &= n c_p \equiv \left(\frac{\delta q}{\partial T} \right)_p \Rightarrow \delta q = n c_p dT \Rightarrow \int \delta q = n c_p \int_{T_1}^{T_2} dT \Rightarrow \\ q &= n c_p (T_2 - T_1) = n c_p \Delta T = n c_p \Delta \theta \end{aligned} \quad (40)$$

όπου $n = 10^3 \text{ g} / 18,02 \text{ g mol}^{-1} = 55,49 \text{ mol}$, $c_p = 75,48 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ και $\Delta T = \Delta \theta = 75 \text{ K}$. Με αριθμητική αντικατάσταση βρίσκουμε

$$q = (55,49 \text{ mol}) \times (75,48 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}) \times (75 \text{ K}) = 314,15 \text{ kJ}$$