

## Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

1. Ένας από τους αριθμούς  $\alpha$ ,  $\alpha + 1$ ,  $\alpha + 2$  διαιρείται με τον 3 και αυτός πρέπει να είναι ο  $\alpha + 1$ . Άρα ο αριθμός  $\alpha + 4 = \alpha + 1 + 3$  διαιρείται με τον 3.
2. Έχουμε

$$\frac{1}{\alpha+\lambda} + \frac{1}{\beta+\lambda} = \frac{3\lambda}{\alpha\beta+2\lambda^2} .$$

Η πρώτη ανισότητα είναι ισοδύναμη με

$$4\alpha\beta \leq (\alpha + \beta)^2 ,$$

και η δεύτερη με

$$3\alpha\beta > 0.$$

3. Το  $\Delta$  πρέπει να είναι συμμετρικό κορυφής του τριγώνου ως προς τη μεσοκάθετο της απέναντι πλευράς. Άρα υπάρχουν 3 τέτοια σημεία.
4. Έστω ότι κανένα από τα δύο σύνολα δεν περιέχει τη διαφορά δύο στοιχείων του. Τότε προφανώς το 2 δεν μπορεί να ανήκει στο ίδιο σύνολο με το 1 ούτε με το 4 γιατί  $2 - 1 = 1$  και  $4 - 2 = 2$ . Έστω λοιπόν  $2 \in A$ , οπότε  $1 \in B$  και  $4 \in B$ . Επειδή  $4 - 1 = 3$ , έπεται ότι  $3 \notin B$  και επομένως  $3 \in A$ . Επειδή  $5 - 2 = 3$ , έπεται ότι  $5 \notin A$  και επειδή  $5 - 1 = 4$ , έπεται  $5 \notin B$ . Άτοπο επειδή  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ .