



ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

7^η ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΟΛΥΜΠΙΑΔΑ

Απρίλιος 2006

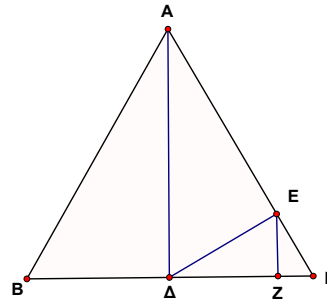
ΧΡΟΝΟΣ: 60 ΛΕΠΤΑ

Δοκίμιο για Α', Β', Γ' Λυκείου

<p>1. Μια γαλακτοβιομηχανία, σε ποσότητα γάλακτος με 4% λιπαρά προσθέτει ποσότητα γάλακτος με 1% λιπαρά και παράγει 1200 κιλά γάλα με 2% λιπαρά. Η ποσότητα γάλακτος με 1% λιπαρά, που προστέθηκε είναι (σε κιλά)</p> <p>A. 1000 B. 600 Γ. 800 Δ. 120 E. 480</p>
<p>2. Αν $\alpha * \beta = \alpha^2 - \beta^2 \quad \forall \alpha, \beta \in R$ τότε η τιμή της παράστασης $K = \left[(1 + \sqrt{3}) * 2 \right] * \sqrt{3}$ είναι</p> <p>A. 3 B. 0 Γ. $\sqrt{3}$ Δ. 9 E. 1</p>
<p>3. Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης με τύπο $f(x) = \sqrt{4+2x}$ είναι</p> <p>A. $(-2, +\infty)$ B. $[0, +\infty)$ Γ. $[-2, +\infty)$ Δ. $[-2, 0]$ E. R</p>
<p>4. Δίνεται η συνάρτηση με τύπο $f(x) = \alpha x^2 + 9x + \frac{81}{4\alpha}$, $\alpha \neq 0$. Ποιο από τα παρακάτω ισχύει για τη γραφική παράσταση της f</p> <p>A. τέμνει τον άξονα των x B. εφάπτεται στον άξονα των y Γ. εφάπτεται στον άξονα των x Δ. έχει ελάχιστο σημείο E. έχει μέγιστο σημείο</p>
<p>5. Αν α, β είναι ακέραιοι μεγαλύτεροι του 1 και ισχύει $\alpha^7 = \beta^8$, τότε η μικρότερη δυνατή τιμή του $\alpha + \beta$ είναι</p> <p>A. 384 B. 2 Γ. 15 Δ. 56 E. 512</p>
<p>6. Η τιμή της παράστασης $K = \sqrt{19+8\sqrt{3}} - \sqrt{7+4\sqrt{3}}$ είναι</p> <p>A. 4 B. $4\sqrt{3}$ Γ. $12+4\sqrt{3}$ Δ. -2 E. 2</p>

7. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισόπλευρο και $AD \perp B\Gamma$, $\Delta E \perp A\Gamma$, $EZ \perp B\Gamma$.

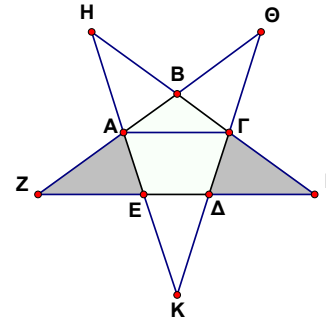
Αν $EZ = \sqrt{3}$, η πλευρά του $AB\Gamma$ είναι



- A. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ B. 8 Γ. 4 Δ. 3 E. 9

8. Στο διπλανό σχήμα το $AB\Gamma\Delta E$ είναι κανονικό πεντάγωνο και Z, H, Θ, I, K σημεία τομής των προεκτάσεων των πλευρών του.

Αν το εμβαδόν του «αστεροειδούς» $AHB\Theta\Gamma\Delta KEZA$ είναι 1, τότε το εμβαδόν του τετράπλευρου $A\Gamma IZ$ είναι



- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ Γ. $\frac{3}{7}$ Δ. $\frac{3}{10}$ E. Κανένα από τα προηγούμενα

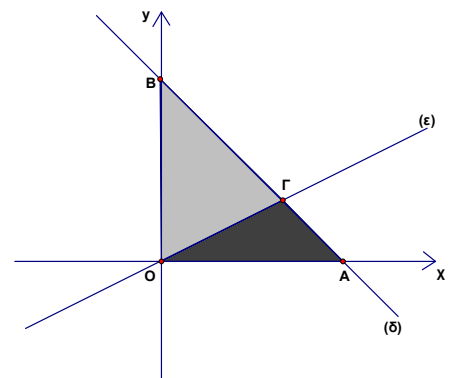
9. Αν $x = \sqrt[3]{4} - 1$ και $y = \sqrt[3]{6} - \sqrt[3]{3}$, τότε ποιο από τα παρακάτω ισχύει

- A. $x = y$ B. $x < y$ Γ. $x = 2y$ Δ. $x > y$ E. Κανένα από τα προηγούμενα

10. Αν $2^x = 15$ και $15^y = 256$, το γινόμενο xy ισούται με

- A. 7 B. 3 Γ. 1 Δ. 8 E. 6

11. Οι ευθείες (ε): $x - 2y = 0$ και (δ): $x + y = 4$ τέμνονται στο σημείο Γ . Αν η ευθεία (δ) τέμνει τους ημιάξονες Ox και Oy στα σημεία A και B αντίστοιχα, τότε ο λόγος του εμβαδού του τριγώνου $O\Delta\Gamma$ προς το εμβαδόν του τριγώνου $O\Delta B$ είναι



- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ Γ. $\frac{3}{5}$ Δ. $\frac{1}{2}$ E. $\frac{4}{9}$

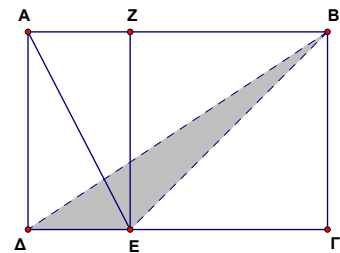
12. Αν $f(\alpha, \beta) = \begin{cases} \alpha & \text{με } \alpha = \beta \\ f(\alpha - \beta, \beta) & \text{με } \alpha > \beta \\ f(\beta - \alpha, \alpha) & \text{με } \alpha < \beta \end{cases}$, τότε η τιμή του $f(28, 17)$ είναι

- A. 8 B. 0 Γ. 11 Δ. 5 E. 1

13. Το άθροισμα των ψηφίων του αριθμού $10^{2006} - 2006$ είναι

- A. 18006 B. 20060 Γ. 2006 Δ. 18047 E. Κανένα από τα προηγούμενα

14. Ένας μικρός κήπος ΑΒΓΔ, σχήματος ορθογωνίου χωρίζεται σε ένα ορθογώνιο ΑΖΕΔ και ένα τετράγωνο ΖΒΓΕ, έτσι ώστε $AE = 2\sqrt{5} \text{ m}$ και το εμβαδόν του τριγώνου ΔΒΕ να είναι 4 m^2 . Το εμβαδόν του κήπου είναι



- A. 24 m^2 B. 20 m^2 Γ. 16 m^2 Δ. 32 m^2 E. $10\sqrt{5} \text{ m}^2$

15. Η παράσταση: $\frac{1}{2+\sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{10}} + \frac{1}{\sqrt{10}+\sqrt{13}} + \frac{1}{\sqrt{13}+4}$ ισούται με

- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{3}{2}$ Γ. $\frac{2}{5}$ Δ. $\frac{1}{2}$ E. $\frac{2}{3}$

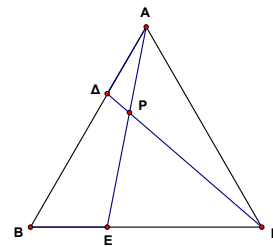
16. Αν x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - 2\kappa x + 2\mu = 0$, τότε $\frac{1}{x_1}, \frac{1}{x_2}$ είναι ρίζες της εξίσωσης

- A. $x^2 - 2\kappa^2 x + 2\mu^2 = 0$ B. $x^2 - \frac{\kappa}{\mu} x + \frac{1}{2\mu} = 0$ Γ. $x^2 - \frac{\mu}{\kappa} x + \frac{1}{2\mu} = 0$ Δ. $2\mu x^2 - \kappa x + 1 = 0$ E. $2\kappa x^2 - 2\mu x + 1 = 0$

17. Το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισόπλευρο πλευράς α

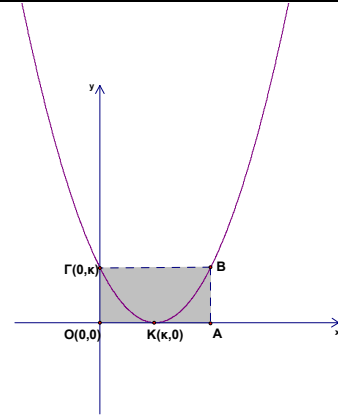
$$\text{και } A\Delta = BE = \frac{\alpha}{3}.$$

Το μέτρο της γωνίας $\angle ΓΡΕ$ είναι



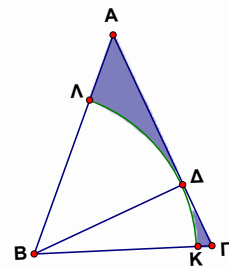
- A. 60° B. 50° Γ. 40° Δ. 45° E. 70°

18. Η παραβολή του διπλανού σχήματος έχει κορυφή το σημείο $K(\kappa, 0)$ και τέμνει τον ημιάξονα Oy στο σημείο $\Gamma(0, \kappa)$. Αν το εμβαδόν του ορθογωνίου $OAB\Gamma$ είναι 8, τότε η εξίσωση της παραβολής είναι



A. $y = \frac{1}{2}(x+2)^2$ B. $y = \frac{1}{2}(x-2)^2$ Γ. $y = x^2 + 2$ Δ. $y = x^2 - 2x + 1$ E. $y = x^2 - 4x + 4$

19. Στο σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές με $AB = A\Gamma = \sqrt{2}$ και $\angle A = 45^\circ$. Αν $B\Delta$ ύψος του τριγώνου και ο κυκλικός τομέας $B\Delta K B$ ανήκει στον κύκλο $(B, B\Delta)$, το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας που βρίσκεται μέσα στο τρίγωνο και έξω από τον κυκλικό τομέα είναι ίσο με



A. $\frac{4\sqrt{3}-\pi}{6}$ B. $4\left(\sqrt{2}-\frac{\pi}{3}\right)$ Γ. $\frac{8\sqrt{2}-3\pi}{16}$ Δ. $\frac{\pi}{8}$ E. Κανένα από τα προηγούμενα

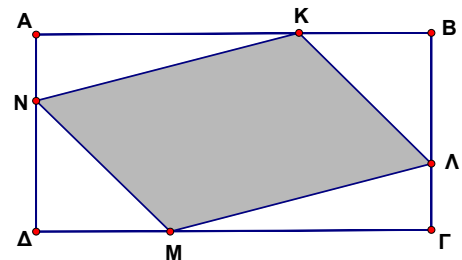
20. Για την ακολουθία $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ ισχύει $f(n) = f(n-1) - f(n-2), \forall n \geq 3$.
Αν $f(1) = f(2) = 1$, τότε το $f(3n)$ ισούται με

A. 3 B. -3 Γ. 2 Δ. 1 E. 0

21. Κυρτό πολύγωνο έχει n πλευρές και 740 διαγώνιους. Τότε το n ισούται με

A. 30 B. 40 Γ. 50 Δ. 60 E. Κανένα από τα προηγούμενα

22. Το $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο και τα σημεία K, Λ, M, N βρίσκονται στις πλευρές $AB, B\Gamma, \Gamma\Delta, \Delta A$ αντίστοιχα ώστε $\frac{AK}{KB} = \frac{B\Lambda}{\Lambda\Gamma} = \frac{\Gamma M}{M\Delta} = \frac{\Delta N}{NA} = 2$. Αν E_1 το εμβαδόν του $K\Lambda M N$ και E_2 το εμβαδόν του ορθογωνίου $AB\Gamma\Delta$, ο λόγος $\frac{E_1}{E_2}$ ισούται με



A. $\frac{5}{9}$ B. $\frac{1}{3}$ Γ. $\frac{9}{5}$ Δ. $\frac{3}{5}$ E. Κανένα από τα προηγούμενα

23. Από 21 μαθητές που επέλεξαν Μαθηματικά, Φυσική, Χημεία, δεν υπάρχει μαθητής που επέλεξε μόνο ένα μάθημα. Αν ο αριθμός των μαθητών που επέλεξαν μόνο Μαθηματικά και Χημεία είναι τετραπλάσιος από τον αριθμό αυτών που επέλεξαν μόνο Μαθηματικά και Φυσική και ο αριθμός των μαθητών που επέλεξαν μόνο Φυσική και Χημεία είναι τριπλάσιος από τον αριθμό αυτών που επέλεξαν και τα 3 μαθήματα, τότε ο αριθμός των μαθητών που επέλεξαν και τα 3 μαθήματα είναι
- A. 0 B. 5 Γ. 2 Δ. 4 E. 1
24. Το πλήθος των διαιρετών του αριθμού 2006 είναι
- A. 3 B. 4 Γ. 8 Δ. 5 E. 6
25. Με τα μουσικά όργανα κιθάρα, μπουζούκι και βιολί θα σχηματίσουμε 4μελή ορχήστρα στην οποία θα υπάρχουν 2 τουλάχιστον διαφορετικά όργανα. Το πλήθος τέτοιων ορχηστρών είναι
- A. 12 B. 15 Γ. 11 Δ. 14 E. 13
26. Το μέγιστο πλήθος των σημείων τομής τριών διαφορετικών κύκλων και μιας ευθείας είναι
- A. 9 B. 10 Γ. 11 Δ. 12 E. Κανένα από τα προηγούμενα
27. Στο ανάπτυγμα του $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^4$ υπάρχει όρος που δεν περιέχει το x .
Ο όρος αυτός έχει τιμή
- A. 2 B. 6 Γ. 4 Δ. 10 E. 12
28. Σε ισοσκελές αμβλυγώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ φ είναι το μέτρο των οξειών γωνιών του και $AB = A\Gamma = \alpha$. Αν Δ το ίχνος του ύψους από την κορυφή B του τριγώνου, το $\Gamma\Delta$ είναι ίσο με
- A. $\alpha(1 + \sigma\upsilon\nu\varphi)$ B. $\frac{\alpha(1 - \sigma\upsilon\nu 2\varphi)}{2}$ Γ. $\alpha(1 + \sigma\upsilon\nu 2\varphi)$ Δ. $2\alpha(1 + \sigma\upsilon\nu\varphi)$ E. $\alpha(1 + \eta\mu 2\varphi)$
29. Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ με $f(n) = \begin{cases} n+1 & , \text{αν } n \text{ περιττός} \\ n^2 & , \text{αν } n \text{ άρτιος} \end{cases}$.
Η τιμή του $f(f(f(3)))$ είναι
- A. 27 B. 81^2 Γ. 128 Δ. 64 E. 256
30. Αν $x = 2^{100}$, $y = 3^{75}$, $z = 5^{50}$, τότε ποιο από τα παρακάτω είναι ορθό
- A. $x < y < z$ B. $x < z < y$ Γ. $y < z < x$ Δ. $y < x < z$ E. Κανένα από τα προηγούμενα

Απαντήσεις Ερωτήσεων

Ερ.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	Γ	Δ	Γ	Γ	Α	Ε	Β	Β	Δ	Δ	Δ	Ε	Δ	Α	Ε	Β	Α	Β	Γ	Ε	Β	Α	Δ	Γ	Α	Δ	Β	Γ	Ε	Β