



ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

5^η ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΟΛΥΜΠΙΑΔΑ

Απρίλιος 2004

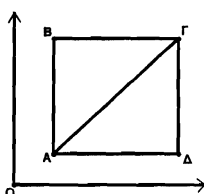
ΧΡΟΝΟΣ: 60 ΛΕΠΤΑ

Δοκίμιο για Α', Β', Γ' Λυκείου

Άσκηση 1. Αν $2(x+y)(x-y) + (x-y)^2 + (x+y)^2 = 16$ το x^4 ισούται:

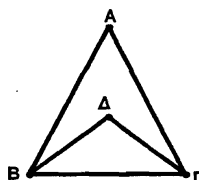
- A. 64 B. 16 Γ. 4 Δ. 25 E. Κανένα από τα προηγούμενα

Άσκηση 2. Το ΑΒΓΔ είναι τετράγωνο πλευράς a . Αν $A(1, \frac{1}{2})$ τότε η κλίση της ΑΓ είναι:



- A. $\frac{1}{2}$ B. 2 Γ. 1 Δ. $\frac{1}{4}$ E. Κανένα από τα προηγούμενα.

Άσκηση 3. Στο σχήμα είναι $AB=AG$, $\Delta B=\Delta \Gamma$, $\angle B A \Gamma = 50^\circ$, $\angle B \Delta \Gamma = 100^\circ$. Το μέτρο της γωνίας $\angle A B \Delta$ είναι:

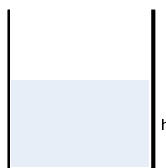


- A. 20° B. 25° Γ. 50° Δ. $12,5^\circ$ E. 40°

Άσκηση 4. Αν $x+y=4$ και $x^2+y^2=\frac{25}{2}$ τότε η τιμή της παράστασης x^3+y^3 είναι:

- A. 64 B. $\frac{57}{2}$ Γ. $\frac{33}{2}$ Δ. 43 E. 50

Άσκηση 5. Άδειο κυλινδρικό δοχείο με ακτίνα βάσης 1 γεμίζει νερό με σταθερή ροή.



Η σχέση του ύψους h με τον όγκο V του νερού περιγράφεται από τον τύπο

A. $V = \pi h + 5$ B. $V = \pi h^2$ Γ. $V = \pi h$ Δ. $V = \frac{\pi}{h}$ E. $V = \pi$

Άσκηση 6. Η παραβολή $y = ax^2 + \beta x + \gamma$ περνά από τα σημεία $(0,6)$, $(-2,4)$ και $(3,-2)$. Η τιμή του $\alpha + \beta + \gamma$ είναι:

A. $\frac{24}{5}$ B. $\frac{25}{5}$ Γ. $-\frac{1}{5}$ Δ. 5 E. Κανένα από τα προηγούμενα

Άσκηση 7. Αν α και β είναι ρίζες της εξίσωσης $x^2 + 5x + 8 = 0$ τότε η εξίσωση με ρίζες $\frac{1}{\alpha^2}$, $\frac{1}{\beta^2}$ είναι:

A. $x^2 - 9x + 64 = 0$ B. $x^2 - 9x - 64 = 0$ Γ. $64x^2 + 9x + 1 = 0$ Δ. $64x^2 - 9x + 1 = 0$ E. $64x^2 - 9x + 64 = 0$

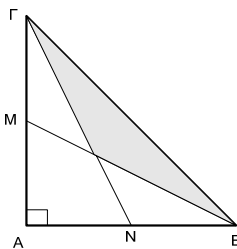
Άσκηση 8. Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = \frac{3}{\sqrt{2 - \sqrt{1 - x}}}$. Το πεδίο ορισμού της είναι:

A. $(-\infty, 1]$ B. $[-3, 1]$ Γ. $\mathbb{R} - \{-3\}$ Δ. $(-3, 1]$ E. $(-3, 1)$

Άσκηση 9. Ένα κιβώτιο περιέχει 4 πράσινες, 6 λευκές και 10 κόκκινες σημαίες που χρησιμοποιήθηκαν για τον στολισμό ενός κτηρίου κατά τον εορτασμό του καρναβαλιού στην Λεμεσό. Οι σημαίες απομακρύνονταν τυχαία από το κιβώτιο και κρεμιόντουσαν. Ποιος είναι ο ελάχιστος αριθμός σημαιών που πρέπει να κρεμαστούν για να είναι βέβαιο ότι τουλάχιστον δύο σημαίες από κάθε χρώμα έχουν κρεμαστεί.

A. 6 B. 10 Γ. 12 Δ. 14 E. 18

Άσκηση 10. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο ($\angle A = 90^\circ$) με $AB = A\Gamma = \chi$ και M και N τα μέσα των πλευρών $A\Gamma$ και AB αντίστοιχα. Το εμβαδόν του σκιασμένου τριγώνου είναι:

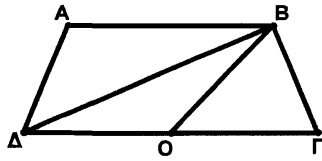


A. $\frac{3\chi^2}{2}$ B. $\frac{2\chi^2}{3}$ Γ. $\frac{\chi^2}{3}$ Δ. $\frac{\chi^2}{6}$ E. Κανένα από τα προηγούμενα.

Άσκηση 11. Αν $f(x-1) = -8x^2 + f^2(0) + 6$ και $f(0) > 0$ το $f(2)$ ισούται

A. -68 B. -22 Γ. -62 Δ. 18 E. -26

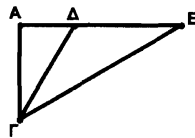
Άσκηση 12. Στο διπλανό ισοσκελές τραπέζιο ισχύει $BO = \frac{\Delta\Gamma}{2}$. (Ο μέσο της ΔΓ)



Τότε $|\angle\text{BA}\Delta - \angle\text{AB}\Delta|$ είναι:

- A. 60° B. 30° Γ. 100° Δ. 90° Ε. 105°

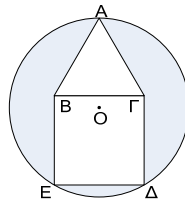
Άσκηση 13. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο ($\angle\text{A} = 90^\circ$), $\angle\text{B} = 30^\circ$.



Αν ΓΔ η διχοτόμος της $\angle\text{A}\Gamma\text{B}$ τότε ο λόγος $\frac{\Delta\text{B}}{\Delta\text{A}}$ είναι:

- A. 2 B. $\frac{1}{2}$ Γ. 1 Δ. $\frac{2}{3}$ Ε. $\frac{3}{2}$

Άσκηση 14. Στο διπλανό σχήμα το πολύγωνο ABEΔΓ έχει τις κορυφές του A, E, Δ πάνω σε κύκλο ακτίνας α.



Αν BEΔΓ είναι τετράγωνο πλευράς α και ABΓ ισόπλευρο τρίγωνο το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους είναι:

- A. $\pi\alpha^2 - \frac{4\alpha^2}{3}$ B. $\frac{\pi\alpha^2}{3} - \frac{\alpha^2\sqrt{3}}{2} - \alpha^2$ Γ. $\frac{1}{4}\pi\alpha^2$
 Δ. $\frac{\alpha^2(4\pi - \sqrt{3} - 4)}{4}$ Ε. $\frac{\pi\alpha^2}{2}$

Άσκηση 15. Γνωρίζοντας ότι $x = 2 + \sqrt{3}$ είναι μία ρίζα της εξίσωσης $\chi^2 - 4\chi + 1 = 0$ η τιμή της παράστασης $x^4 - 5x^3 + 6x^2 - 6x$ για $x = 2 + \sqrt{3}$ είναι:

- A. $-2 + \sqrt{3}$ B. $-3 - \sqrt{3}$ Γ. 0 Δ. $1 + \sqrt{3}$ Ε. $3 - \sqrt{3}$

Άσκηση 16. Υποθέτουμε ότι $P(\chi)$ είναι πολυώνυμο και ισχύει $P(3x) = 27 \cdot P(x+1)$. τότε

ο βαθμός του πολυωνύμου είναι:

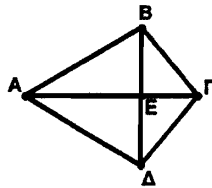
- A. 9 B. 2 Γ. 1 Δ. 3 E. 4

Άσκηση 17. Το άθροισμα όλων των τιμών του χ που ικανοποιεί την εξίσωση

$$(x^2 - 6x + 6)^{x^2 - 4} = 1 \text{ είναι:}$$

- A. 0 B. 6 Γ. 7 Δ. 1 E.-5

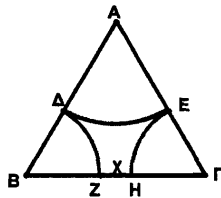
Άσκηση 18. Στο διπλανό τετράπλευρο έχουμε $\angle B\Delta\Gamma = \angle B\Delta\Gamma$, $BE \perp AG$, $BE = ED$ και $AE - EG = \sqrt{13}$.



Αν τα μήκη των διαγωνίων του $AB\Gamma\Delta$ είναι ακέραιοι αριθμοί το εμβαδόν του τετραπλεύρου είναι:

- A. 43 B. 41 Γ. $\frac{41}{2}$ Δ. 42 E. Κανένα από τα προηγούμενα

Άσκηση 19. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισόπλευρο πλευράς a . Τα τόξα γράφτηκαν με κέντρα τα σημεία A, B, Γ . Αν $A\Delta = \beta$



τότε το χ είναι:

- A. $\alpha - \beta$ B. $\frac{\alpha + \beta}{2}$ Γ. $2\beta - \alpha$ Δ. $\alpha - 2\beta$ E. $2\alpha - \beta$

Άσκηση 20. Αν n είναι άρτιος αριθμός και ισχύει

$$\left[\frac{(-1)^n}{\alpha^x \cdot 2 \cdot 5^3 + 4} + \frac{(-1)^{n+1}}{\alpha^x \cdot 2 \cdot 5^3 + 6} \right]^{-1} \cdot \frac{1}{1003} = 2004 \text{ με } \alpha, \chi \text{ θετικοί ακέραιοι τότε η τιμή του } \alpha$$

είναι:

- A. 10 B. 1 Γ. 2 Δ. 4 E. 5

Άσκηση 21. Αν $a = 2^x$, $\beta = 2^y$ και $a^y \cdot \beta^x = 2^{2(x+y)}$ τότε $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ είναι:

Α. 2 Β. $\frac{1}{4}$ Γ. $\frac{1}{2}$ Δ. 1 Ε. $\sqrt{2}$

Άσκηση 22. Η τιμή της παράστασης $^{2004}\sqrt{2-\sqrt{3}} \cdot ^{4008}\sqrt{7+4\sqrt{3}}$ είναι:

Α. -1 Β. 1 Γ. 5 Δ. 3 Ε. 9

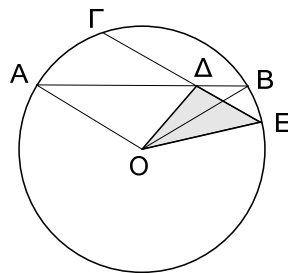
Άσκηση 23. Για πόσους ακέραιους a ($1 \leq a \leq 100$) ο αριθμός a^a είναι τετράγωνο κάποιου αριθμού;

Α. 5 Β. 50 Γ. 55 Δ. 54 Ε. 15

Άσκηση 24. Στο σπίτι της γιαγιάς υπάρχει ένα καλάθι με μήλα και αχλάδια. Όταν επισκέφτηκαν το σπίτι της γιαγιάς όλα τα εγγόνια της, η γιαγιά τους πρόσφερε όλα τα φρούτα που είχε και κάθε παιδί πήρε το ίδιο πλήθος φρούτων χωρίς να δώσει σημασία τι είδος φρούτων πήρε το καθένα. Αν ο μεγαλύτερος εγγονός πήρε το $\frac{1}{8}$ των μήλων και το $\frac{1}{10}$ των αχλαδιών, τα εγγόνια της γιαγιάς ήταν :

Α. 7 Β. 8 Γ. 9 Δ. 10 Ε. 11

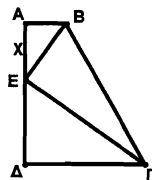
Άσκηση 25. Στο διπλανό σχήμα έχουμε $ΑΔ=2$, $ΒΔ=1$ και $ΔΓ= \sqrt{2}$.



Αν η γωνία $ΟΑΔ$ είναι 30° το εμβαδόν του τριγώνου $ΟΔΕ$ είναι:

Α. $\sqrt{3}$ Β. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ Γ. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ Δ. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ Ε. 1

Άσκηση 26. Στο διπλανό σχήμα το $ΑΒΓΔ$ είναι ορθογώνιο τραπέζιο ύψους 20 με παράλληλες πλευρές 8 και 12.



Αν $\angle BEΓ = 90^\circ$ τότε το $χ=ΑΕ$ είναι:

Α. 4

Β. 1

Γ. $3\sqrt{2}$

Δ. 8

Ε. $2\sqrt{2}$

Άσκηση 27. Κάθε μέρα ο Αντώνης φεύγει από την προπόνηση του στο γήπεδο για το σπίτι του την ίδια ώρα με το ποδήλατο του. Αν τρέχει με ταχύτητα 20 Km/h φθάνει στο σπίτι του στις 18 h 30. Αν τρέχει με ταχύτητα 10 Km/h φθάνει στο σπίτι του στις 19h 15. Με ποια ταχύτητα σε Km/h πρέπει να τρέχει για να φθάσει στο σπίτι του στις 19h;

Α. $17\frac{2}{3}$

Β. 15

Γ. $14\frac{1}{2}$

Δ. 12

Ε. $18\frac{3}{4}$

Άσκηση 28. Από τις παρακάτω διατάξεις η σωστή είναι

Α.

$\sqrt[4]{2} > \sqrt[10]{5} > \sqrt[6]{3}$

Β.

$\sqrt[6]{3} > \sqrt[4]{2} > \sqrt[10]{5}$

Γ.

$\sqrt[4]{2} > \sqrt[6]{3} > \sqrt[10]{5}$

Δ.

$\sqrt[10]{5} > \sqrt[4]{2} > \sqrt[6]{3}$

Ε.

$\sqrt[10]{5} > \sqrt[6]{3} > \sqrt[4]{2}$

Άσκηση 29. Κλειστό γυάλινο κωνικό δοχείο περιέχει ποσότητα νερού. Όταν το δοχείο τοποθετηθεί σε οριζόντιο επίπεδο με την βάση του να βρίσκεται πάνω στο επίπεδο το ύψος του νερού είναι 1 cm. Αν τοποθετηθεί ανεστραμμένο ώστε η κορυφή του να είναι προς τα κάτω και η βάση του παράλληλη με το οριζόντιο επίπεδο το ύψος του νερού είναι 2 cm. Το ύψος του κωνικού δοχείου είναι

Α. $\frac{3+\sqrt{93}}{6}$

Β. 3

Γ. 6

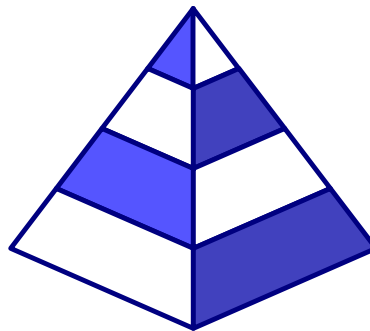
Δ. $\frac{\sqrt{93}}{6}$ Ε. $2+\sqrt{3}$

Άσκηση 30. Η παράσταση $(\sqrt{5}+2)^{\frac{1}{3}} - (\sqrt{5}-2)^{\frac{1}{3}}$ ισούται:

Α. $2\sqrt{5}$ Β. $\sqrt[3]{5}$

Γ. 1

Δ. 4

Ε. $4^{\frac{1}{3}}$ 

Απαντήσεις Ερωτήσεων

Ερ.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	Α	Γ	Β	Δ	Γ	Α	Δ	Δ	Ε	Δ	Γ	Δ	Α	Δ	Β	Δ	Β	Ε	Γ	Γ	Δ	Β	Γ	Γ	Δ	Δ	Δ	Β	Α	Γ