

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ  
Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34  
106 79 ΑΘΗΝΑ  
Τηλ. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025  
e-mail : info@hms.gr  
www.hms.gr



GREEK MATHEMATICAL SOCIETY  
34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street  
GR. 106 79 - Athens - HELLAS  
Tel. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025  
e-mail : info@hms.gr  
www.hms.gr

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ  
78<sup>ος</sup> ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ  
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ  
“Ο ΘΑΛΗΣ”  
11 Νοεμβρίου 2017

Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

**Πρόβλημα 1**

Για τη συνάρτηση  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  υπάρχει  $a \in \mathbb{R}$  έτσι ώστε

$$f(a) = 0 \text{ και } f(f(x)) = xf(x) + a, \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}.$$

Βρείτε όλες τις δυνατές τιμές του  $a$  και μία μη μηδενική συνάρτηση που ικανοποιεί τα δεδομένα του προβλήματος.

**Πρόβλημα 2**

Στο σύνολο των πραγματικών αριθμών να προσδιορίσετε τις ρίζες της εξίσωσης:

$$x^7 + x^6 + x^5 + 1 = 0 .$$

**Πρόβλημα 3**

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB=AG$ ) με  $\hat{A} = 36^\circ$ . Ο κύκλος  $C_1$  ( $\Gamma, \Gamma A$ ) (που έχει κέντρο το  $\Gamma$  και ακτίνα  $\Gamma A$ ) τέμνει την προέκταση της  $AB$  στο σημείο  $\Delta$ . Ο περιγεγραμμένος κύκλος του τριγώνου  $B\Gamma\Delta$  (έστω  $C_2$ ) τέμνει τον  $C_1$  στο σημείο  $E$ .

Να αποδείξετε ότι η  $AE$  είναι διχοτόμος της γωνίας  $\hat{A}$  και ότι η  $\Delta\Gamma$  εφάπτεται στον περιγεγραμμένο κύκλο του τριγώνου  $AB\Gamma$ .

**Πρόβλημα 4**

Να συγκρίνετε τους αριθμούς:  $9^{8^{8^9}}$ ,  $8^{9^{9^8}}$ .

*Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες  
Καλή επιτυχία!*

*Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες*