



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
78^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
“Ο ΘΑΛΗΣ”
11 Νοεμβρίου 2017

Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Πρόβλημα 1

Αν ο αριθμός ρ είναι λύση της εξίσωσης $x^3 - x - 1 = 0$, να αποδείξετε ότι ο ρ είναι λύση και της εξίσωσης

$$x^{10} - 4x^2 - 5x - 3 = 0.$$

Πρόβλημα 2

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$) με $\hat{A} = 45^\circ$. Ο κύκλος C_Γ ($\Gamma, \Gamma A$) (που έχει κέντρο το Γ και ακτίνα ΓA) τέμνει την προέκταση της AB στο σημείο Δ . Ο περιγεγραμμένος κύκλος του τριγώνου $B\Gamma\Delta$ (έστω $C_{B\Gamma\Delta}$) τέμνει τον C_Γ στο σημείο E . Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $B\Gamma E\Delta$ είναι ισοσκελές τραπέζιο του οποίου οι διαγώνιες τέμνονται κάθετα.

Πρόβλημα 3

Να αποδείξετε ότι, για κάθε $n \geq 2$, ο αριθμός

$$A = \frac{n^7 + n^6 + n^5 + 1}{n^2 + 1}$$

είναι σύνθετος.

Πρόβλημα 4

Δίνεται ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο στο οποίο η αριθμητική τιμή του εμβαδού του ισούται με την αριθμητική τιμή της περιμέτρου του. Ποια είναι η ελάχιστη δυνατή τιμή του μήκους της διαγωνίου του;

*Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες
Καλή επιτυχία!*

Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες